

國立台灣師範大學教育心理與輔導學系
教育心理學報，民83，27期，141~174頁

國中生數學學習歷程 統整模式之研究

張景媛

本研究主要目的是以模式考驗的方式驗證本研究所提的「國中生數學學習歷程統整模式」。受試是國中二年級80名學生。研究工具包括：後設認知量表、動機信念量表、數學測驗卷、以及數學解題歷程評量表四種。研究所得的資料以線性結構分析統計法來加以分析。結果發現：所得的觀察資料和理論模式適配尚稱良好。也就是說，潛在自變項「後設認知」有可能影響潛在依變項「動機信念」和「數學解題歷程」，而且「動機信念」和「數學解題歷程」亦有關係存在。

關鍵字：後設認知、動機信念、數學解題歷程

人類究竟是如何獲得知識、儲存知識及運用知識，一直是心理學家們關心的問題。當認知心理學復甦後，一般認知心理學者普遍認為認知應該是人類心智活動與心理綜合狀態下運作的複雜歷程。但認知心理學家並不滿足只對「知的歷程」的瞭解而已，他們認為人類應該對自己的思考歷程有所覺知。像這種比認知的層次還更高一層的能力，Flavell (1976) 即稱之為「後設認知」。Weinert (1987) 認為後設認知是指一個人在處理事物時能對其能力、學習策略及工作難度做判斷的程度。近十多年來，已有許多學者發現後設認知和人類的學習行為有相當密切的關係，亦即人類的後設認知能力可以有效的影響學習的成果 (Palincsar & Brown, 1984; Raphael & Pearson, 1985)。

但Weinert (1987) 也指出：除了後設認知之外，一個人對自己表現所做的期望，設定的抱負水準、對成敗的歸因、對自己能力的知覺以及對結果的評價等屬於動機的因素也相當重要。Weinert認為過去因為認知心理學者只強調後設認知及認知的部份，動機因素幾乎被忽略掉了。近年來，認知心理學者已逐漸發現動機因素也扮演著重要的角色 (Paris, Lipsin & Wixon, 1983; Pintrich, 1988)。因此，McCombs (1984) 及Weinert (1987) 即認為有必要將後設認知、認知及動機等因素加以統合。本研究亦認為若能透過這三項因素的整合，找出一個可用於國中生的學習歷程統整模式，才能對學生的學習歷程有更明確的瞭解。同時，透過此一統整的學習模式，教師也才能擬出有效的教學策略。



一、數學學習理論模式之研究

對於數學學習而言，它具有數學本身的特質以及一般學習上的特徵等方面的問題。因此，本節先從「數學解題評估模式」、「數學成就與態度的結構模式」、以及「學習的內在動機歷程之統整模式」三方面加以探討後，再提出本研究的「國中生數學學習歷程統整模式」。

(一)數學解題評估模式

Lester & Kroll (1991) 指出影響文字題解題表現的因素有五項：(1)知識的獲得和使用 (knowledge acquisition and utilization)、(2)控制 (control)、(3)信念 (beliefs)、(4)情意 (affects)、以及(5)社會文化 (socio-cultural)。他們以這五要素形成數學解題評估模式 (a model for mathematical problem solving assessment)。

在此模式裡，Lester & Kroll認為情意和信念是影響學習表現的重要因素。因此，教師應該在學生作答數學問題時，針對這兩項因素加以評估。他們認為情意是屬於比較長期而穩定的特質，此項特質對於學生在數學解題時的興趣、意願及毅力有極大的影響力。而信念則可塑造一個人的態度，並且會影響其在問題解決時的決定。Lester & Kroll認為信念對於一個學生在數學解題能力的發展上，扮演了相當重要的角色。其次，在數學學習表現的評估方面，Lester & Kroll將其分為認知歷程的評估和答案正確性的評估兩部份。雖然一般來說，學生做對答案是和其能力有密切的關係，但並不是有絕對的關係。譬如有的學生懂得如何解題，卻粗心大意而計算錯誤；另外有的學生答對題目，不過是碰巧湊對了答案。因此，他們認為有必要分兩部份加以評估。在評估學生數學解題的第三個因素是問題的特徵，亦即教師在評估學生的解題能力時，應從題目的類型、學生解答的策略、數學題目的內容、資料的來源及已知條件和解題之間的關係等方面加以考量。

由上述的模式可知，Lester & Kroll在評估學生的數學解題能力時，相當重視情意和認知的因素，但此模式卻疏忽了後設認知的成分。後設認知是指個人對自己的認知歷程及結果或其他有關此歷程及結果的知識。它對於數學解題時策略的運用有很大的影響力。因此，我們似乎不能由Lester & Kroll的模式充分瞭解學生數學解題的歷程。此外，在Lester & Kroll的模式中，三個成分之間並沒有以箭頭表示各個成分之間的關係。因此，我們無法得知情意和認知對於數學解題是如何發揮其影響力。

(二)數學成就與態度的結構模式

Reynolds & Walberg (1992) 以10年級的學生為例，提出數學成就與態度的結構模式。在此模式中，Reynolds & Walberg認為家庭環境是影響學生數學學習的最原始力量。家庭環境會影響學生的10年級數學成就、數學態度及數學動機，最後再影響到學生11年級的數學成就和數學態度。由此項模式可知，Reynolds & Walberg經家庭環境視為是影響數學學習最強的因素，動機則是次要因素，數學成就及數學態度則是再次要的因素。在這個模式中，Reynolds & Walberg均未提及認知及後設認知對學生數學學習的影響力，只偏重情意與態度方面的因素。

(三)學習的內在動機歷程之統整模式

對於學生一般的學習而言，McCombs (1984) 曾提出一個學習的內在動機歷程統整模式 (an integrative model of process underlying intrinsic motivation to learn)。此模式主要包括三大系統：後設認知、認知、及情意。這個模式假定一個人的後設認知系統包括認知及情意的知識 (自我覺察) 和控制 (自我調整)，而且當個人知覺到有工作的需要時，後設認知系統就會和認知系統及情意系統發生交互作用。McCombs此項統整模式最大的特點即

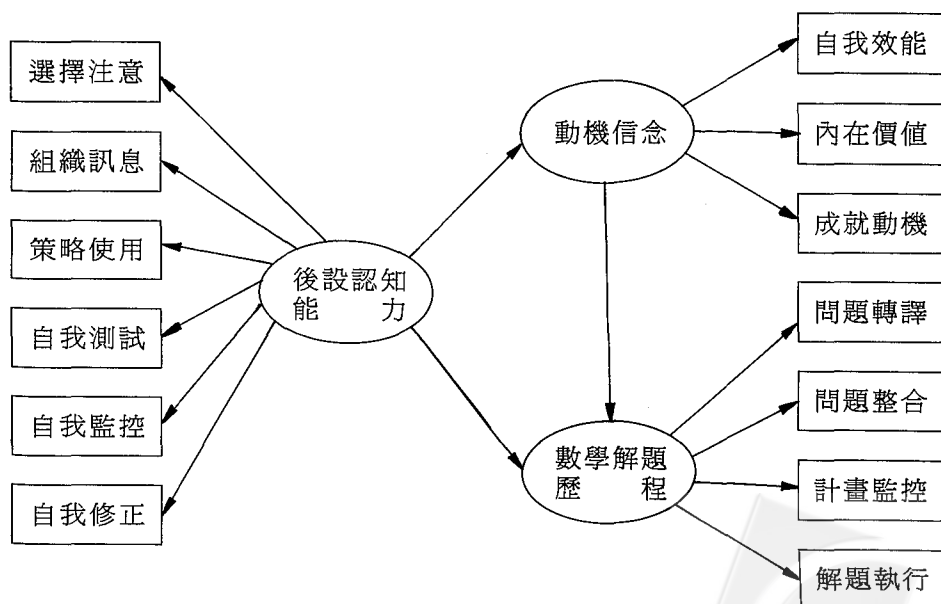
是將情意的部份（亦即動機的部份）納進學習的歷程裡，這一點迥異於一般的認知心理學者的研究內容。

在McCombs的統整模式裡，後設認知系統包含有類化知識、控制基模、自我覺察、自我調整策略及記憶；情意系統包含有類化的人格基模、特質、動機策略及情感的記憶；認知系統則有類化的認知基模、能力、訊息處理策略和知識為基礎的記憶。後設認知系統、情意系統及認知系統都含有記憶的成分，特別是當三者交互作用時，還會形成先前學習經驗的記憶。在工作開始後，由於工作要求的知覺，產生成功、失敗、獎賞的期望。這些知覺和期望形成了內在動機的基礎，而此內在動機有助於完成工作的要求，並能使學生選擇適當的後設認知、認知及情意的學習策略。當學生開始進行學習工作時，他們會先對自己工作的能力做各種的評估。假如學生認為工作太難或是所需的技能超乎其能力之外，此時他的能力知覺就會降低，對成功的期望也隨著減少。學生若沒有內在的策略或是技能來改變這種負向的感覺，並且產生正向的情意或興趣去達成工作的要求時，他的努力程度就會跟著降低。這種感覺受學生後設認知能力的監控與調整。

不過由於McCombs（1984）的統整模式是為學生一般的學習所設計的，較不適用於某一特定學科。而且該模式所呈現的流程頗長，較不易迅速得知學生的學習情形。此外，McCombs的模式所包含的變項已超過二十多項，不符精簡原則，而且要做實徵性的研究亦有困難。

二、本研究的「國中生數學學習歷程統整模式」

本研究者經由Lester & Kroll（1991）、Reynolds & Walberg（1992），以及McCombs（1984）等學習模式的探討後，將最能代表數學解題歷程的變項歸納出來，得到後設認知、動機信念及認知三個重要潛在變項。此三個潛在變項所形成的「國中生數學學習歷程統整模式」如圖一所示。



圖一 本研究的「國中生數學學習歷程統整模式」圖

本研究認為後設認知是人類在從事思考活動時的最高層系統，尤其是學生在從事數學解題時所使用的各種認知策略都是由後設認知所決定的。譬如學生碰到一道數學文字題時，他先判斷此題是屬何種性質的問題，然後由後設認知決定用何種認知策略來解題。數學解題歷程即認知的歷程，此項解題歷程會受到後設認知的影響。其次，本研究認為一個學生的動機信念亦會影響到學生認知策略的運用。雖然後設認知會告訴一個人用何種策略比較恰當，但他是否有意願去用這個策略，則是受到他的動機信念的影響。

本研究提出的「國中生數學學習歷程統整模式」含有後設認知、動機信念、以及屬於認知的數學解題歷程等三個潛在變項，各個潛在變項亦都含有幾個觀察變項。這些觀察變項的來源，將在以下的文獻探討中一一加以說明。

(一)後設認知理論研究

Flavell (1979) 認為後設認知就是「認知的認知」(cognition about cognition)，認知包含有知覺、理解、記憶等，而後設認知則是指後設記憶、後設知覺、後設理解等能力。此後，有不少學者亦針對後設認知加以研究，但卻有不同的看法。如Baird & white (1982) 認為後設認知包含有對自己學習活動的自我評鑑及對自己能力的評估。Gage & Berliner (1984) 提出後設認知應包括：**1. 瞭解主題**——知道某一學習主題的含義。**2. 估算時間**——能估算出學習某一主題所需的時間。**3. 找出方法**——想出解決某一問題的方法。**4. 預估結果**——能事先評估自己的學習結果。**5. 調整學習**——知道如何改變自己的學習方法。**6. 偵測錯誤**——找出自己學習時所犯的錯誤。Phye & Andre (1986) 則認為後設認知主要是包括自我覺知的注意和自我控制的歷程兩大課題。

上述各學者對於後設認知的看法各有其強調的重點。例如，Baird & White是側重對自己的評估，Gage & Berliner重視解決問題的能力，而Phye & Andre則是著眼在自我覺察和自我控制。雖然這些看法各有其優點，但對於後設認知能力是如何形成，教師（或重要他人）是如何瞭解學生的思考方式並予以逐步教導解題的能力，甚至學生是如何監控自己的學習並調整自己的學習步驟等屬於後設認知的問題，則未能有一較完整的看法。本研究探討有關後設認知研究的文獻，發現只有Brown (1987) 對於後設認知的見解較有通盤的考慮。

Brown (1987) 認為後設認知包含認知的知識以及認知的調整(knowledge about cognition and regulation of cognition)。關於認知的知識是屬於個體較為穩定的，能由學習者加以陳述的部份；認知的調整則是個體較不穩定的部份，如策劃、嘗試、預測結果及修正等動態的部份。此外，Brown (1987) 由後設認知的發展過程來分析，指出後設認知的四個主要根源是：口語陳述(verbal reports)、執行控制(executive control)、自我調整(self-regulation)、以及他人調整(other regulation)。以下就針對這四個根源加以說明。

1. 口語陳述

Brown認為透過口語陳述可以反映出一個人的思考方式。尤其是當一個人在解決問題時，若能知道他是用何種策略來解答問題，將更有助於瞭解這個人的認知歷程。此種口語陳述大約可分為三種方式：**(1) 預測的口語陳述**（在未解答前即先說出將如何做）；**(2) 同時的口語陳述**（一面解答，一面說出是如何做的）；**(3) 事後的口語陳述**（在解答完後才說出是如何做的）。目前有關學習方面的研究，所用的放聲思考(thinking aloud)也就是口語陳述的方式，只不過比較偏於同時的或事後的口語陳述。

2. 執行控制

執行控制是訊息處理模式中最重要的一環，它好比是一個中央處理器，可以解釋人類知覺到的訊息，決定如何對外界的刺激做反應，並且對自己的行為能力加以監控、評價。Brown認為執行控制應該包含有下列幾種能力：**(1) 可以預測執行系統的能力限制。****(2) 能知道**

執行系統中擁有那些解題的方法及其適用的範圍。(3)能辨識問題的性質。(4)能適當的計畫安排解題的策略。(5)能監控所用的策略。(6)能評估活動的成敗。

3. 自我調整

在早先的研究裡，後設認知並不包含自我調整的功能（像錯誤的偵測及校正），但透過不斷的研究，目前大多數的認知心理學家已能接受自我調整即是後設認知的一部份之說法（Brown & Delocache, 1978）。Brown認為Piaget（1976）所提出的三種自我調整類型最適合於納入後設認知當中。這三個類型分別是：自發的（autonomous）、主動的（active）、以及意識的（conscious）。自發的自我調整是指學習者會不斷的修正自己的行動，主動的調整則比較類似嘗試錯誤，而意識的調整是指心理可以形成假設並加以驗證。Piaget認為一個人要能自我調整，必須到形式運思期才有可能。此時，學習者因能做抽象思考，所以纔能自行發現、測試及修正。

4. 他人調整

Brown對於「他人調整」（other-regulation）的觀點主要是來自Vygotsky（1978）的內化理論（theory of internalization）。Vygotsky認為人類所有的心理歷程在開始時都是社會的，如兒童心理歷程的形成是起於和成人的互動，然後才逐漸內化為心理歷程。依照Vygotsky的觀點，認知控制的發展是非常重要的一種社會化歷程。兒童是先經由看成人如何解決問題，然後才逐漸的由自己來解決問題。Vygotsky認為兒童內化的過程約可分為三個階段：(1)首先是由成人（父母、教師）來示範並教導兒童的活動。(2)兒童逐漸參與解題的活動，當兒童犯錯時，成人則從旁加以指導更正。(3)由兒童獨立承擔活動，成人只以支持性的方式來鼓勵兒童自行解題。

由上述Brown（1987）的分析，可以發現Brown的確對於後設認知有較深入的研究。不過要將Brown所提後設認知的四個根源都納進本研究「國中生數學學習歷程統整模式」裡有事實上的困難。如其中的「口語陳述」是用來瞭解一個人的思考方式，基本上是較適合用在質的研究中。因此，本研究認為可用口語陳述的方式來分析學生在解答數學文字題時所犯的錯誤概念及瞭解學生如何建構出正確的數學概念。此外，「他人調整」是強調學生和成人的互動，是屬於一種長期性的內化過程，若將其納入「國中生數學學習歷程統整模式」亦不妥當。本研究認為要設計出適合學生有效學習的教學方案，方可幫助學生改善數學學習的表現。此教學方案的實施，若以「他人調整」的方式來進行，應是值得嘗試的。由上述的分析，本研究中所指的後設認知將只採用Brown的「執行控制」和「自我調整」兩個觀念。下面所討論的即是有關執行控制和自我調整所包含的內容。

Brown（1987）認為「執行控制」主要的功能是在於擬定計畫和監控兩方面。一個好的問題解決者在計劃和監控時，比較能保持彈性和自發性，而較差的問題解決者則比較雜亂無章。Belmont & Bufferfield（1977）發現在學習時，成人比小孩較能有效運用監控。成人在面臨不同的學習情境時，能很快的調整學習策略，而小孩則需要較多的時間才能修正他的學習。Brown & Campione（1978）也發現國小學生監控的能力還不佳，要到進入中學以後纔比較能適當的自我監控及自我測試。

在1974年時，Gagné即已提出「學習與記憶的訊息處理模式」。在此模式中，他認為「執行控制」和「期望」是影響人類學習與記憶的兩大因素。執行控制包含了學習者如何選擇注意、收錄訊息、檢索資料及組織反應等，而期望則是學習者想要達成目標的一種特殊動機。以Gagné的訊息處理模式而言，事實上，執行控制即相當於「後設認知」，而期望則類似「動機信念」。雖然Gagné所用的名詞不同，但在其模式中已指出後設認知和動機信念是影響人類認知學習的兩個重要因素，誠為研究人類認知學習的先驅。

Sternberg (1980) 研究專家在解決問題時，發現專家通常所採取的步驟是：(1)界定問題的性質。(2)選擇解決問題所需的步驟。(3)選擇適當的策略。(4)選擇問題中有關訊息的心理表徵。(5)分派資源。(6)監控結果。後來，Armour & Hynes (1988) 根據Sternberg的研究，編擬了一份測量學生問題解決能力的量表，稱為「學生問題解決思考量表」(Student Thinking About Problem Solving Scale)。此量表經因素分析後，共得到六個因素：(1)擬定計畫(planning)——擬定解決問題的計畫。(2)組織訊息(organizing)——將有用的訊息組織綜合以幫助解題。(3)調節順應(accommodating)——調和新的訊息以做策略上的適應。(4)自我評鑑(evaluating)——自我評估解題的計畫和訊息的使用是否適當。(5)策略使用(strategizing)——選擇適當的策略以解決問題。(6)重述要點(recapitulating)——能說出解決問題的計畫和所獲答案間的關係。

此外，美國德州大學(Austin校區)將學習和研究策略當作認知和學習策略計畫的一部份，以此嘗試去建立一個可用來診斷並有助於學習策略設計的測量方法。德州大學發展出來的工具就是「學習和研究策略量表」(Learning and Study Strategies Inventory, 簡稱LASSI)。此量表共包括有十個分量表：(1)測試焦慮(anxiety)——在考試時所表現出來的焦慮。(2)學習態度(attitude)——對學校的課業所抱持的觀點。(3)集中注意(concentration)——在讀書時能集中精神的程度。(4)訊息處理(information processing)——將所學的知識做有組織的連貫整理。(5)學習動機(motivation)——積極主動求知的傾向。(6)時間運用(scheduling)——對於時間的安排運用。(7)摘述重點(selecting main)——懂得判定學習材料的重點。(8)自我測試(self-testing)——在學習時能常測試自己瞭解到何種程度。(9)讀書技巧(study aids)——透過各種方法來改善學習表現。(10)考試策略(test strategies)——針對題目的性質來決定答題的策略(Weinstein, 1988)。

綜合上述Brown、Gagné、Armour & Haynes及德州大學等的看法，本研究認為在執行控制方面，最重要的部份應包括選擇注意、組織訊息、策略使用及自我測試等四個要素。學生在學習或解題時，首先就應該選擇注意，因為學生在面臨許多的刺激時，只能針對那些與學習或解題有關的訊息去注意，然後將其存在短期記憶中。其次，學生要能組織訊息。學生對於所選擇的訊息，應該加以組織整理，一方面對於有用的知識可以從短期記憶轉為長期記憶，成為知識的一部份；另一方面，學生在解題時，能將所獲得的訊息(如已知條件和未知條件)加以組織綜合，如此將可幫助瞭解變項之間的關係，同時也可知道題目的含意。第三個要素是策略使用，這是指學生瞭解訊息的意義後(如瞭解學習的材料或是作答的題目的意思)，應能採行最適當的策略以達到學習或解題的目的。最後，學生應能懂得自我測試。在學習時，學生要能經常測試自己究竟瞭解了多少；在解題時，則應該檢核自己的方法或答案是否正確。純就執行控制而言，上述的四個要素應該是相當周全的，不論對於數學的學習或是解題都有其連貫性與統整性，頗為合乎Brown (1987) 對於執行控制的看法。

其次，關於自我調整的部份，Marshall & Morton (1978) 認為一個主動的學習歷程應是透過自我調整而有連續不斷的調適。Gardner (1978) 認為心理學家之所以會關心自我調整的歷程，主要是他們認為人類在成長與改變的時候，有許多情況都不是因為外界的影響所造成的，而是人類自己在學習時透過自我調整和自我修正自己的行動而促成改變與成長的。

Piaget (1976) 對於調整機制的區分說明了自我調整的三個發展層級，其過程是由試驗性的、技術面的調整，發展到意識面的、理性層次的調整。Piaget將成長視為是一種由非意識的、被動反應的情況，發展為意識的、主動理性調整的情況。兒童要能擁有調整能力的先決條件是其自我調整機制要能發展到意識層面。

但別的學者對於自我調整卻持有不同的看法，如Bandura（1977）認為自我調整包含三個階段：1.自我觀察——對自己學習表現的品質、速率、數量及正確性等的瞭解。2.判斷歷程——根據自己的標準、常模標準或是與同儕比較等來判斷自己表現的優劣。3.自我反應——根據對自己表現的評斷而調整學習的步驟及策略。此外，Simons & Vermunt（1986）將自我調整分為八個階段：定向、計畫、監控、測試、診斷、修正活動、評鑑及反省等。Marks & Wurf（1987）則將自我調整分為設定目標、行動的認知準備、行為、監控、判斷及自我評鑑等六個步驟。由Bandura（1977）、Simons & Vermunt（1986）及Marks & Wurf（1987）等人對自我調整的分析，很顯然他們對自我調整的觀點是含蓋了Brown的執行控制和自我調整。

Brown（1987）對於自我調整的看法是傾向於指：學習者心理可以形成假設並加以驗證，而且會不斷的修正自己的行動。因此，本研究者綜合上述Bandura等幾位學者的觀點，將自我調整歸納為兩個要素：自我監控和自我修正。「自我監控」是指執行計畫並觀察自己的做法是否正確，而「自我修正」則是指當發現自己所犯的錯誤後，能及時調整策略或改變行動的步驟。自我監控及自我修正這兩個要素應該是比較能反映出Brown對自我調整的觀點。

（二）動機信念理論探討

認知心理學興起之後，許多學者將有關學習的研究重點放在認知因素上，較少納入動機的因素。但是，近幾年來，學者們也發現到光是認知或後設認知的研究並不足以有效的增進學生的學習表現，必須認知與動機並重，增進學生使用策略的意願，才能達到改善學習的目的（Paris, Lipson & Wixon, 1983; Pintrich, 1988）。

Pintrich & DeGroot（1990）爲了瞭解動機因素與自我調整之間的關係，提出了一個動機信念模式。該模式包含有三個因素：自我效能（self-efficacy）、內在價值（intrinsic value）、以及測試焦慮（test anxiety）。自我效能是指一個人對自己能力的瞭解。假如一個人認為自己在某件工作上是有能力的，他就會使用較多的認知策略去完成這一項工作。內在價值是一個人對某一件事或某一項工作的看法。假如一個人覺得某件事對他而言是很重要的，或是他覺得很感興趣的，他就愈能投入做這一件工作。有測試焦慮的人較無法專注於一項工作，反而因耽心失敗而影響到正常的表現。

Pintrich & DeGroot的研究指出，自我效能和內在價值與自我調整能力的運用有正相關存在，亦即高自我效能和高內在價值的學生較能善用自我調整於學習工作上。但測試焦慮則和自我調整的運用沒有相關存在。因此，本研究者（張景媛，民81）修正Pintrich & DeGroot的動機信念理論，將測試焦慮的因素排除，另外加入成就動機的變項。成就動機是指一個人追求成功的傾向。成就動機理論是由Atkinson（1957）所提，後來，Atkinson & Birch（1970）再加以修正。此項理論主要是說高成就動機的人比較願意接受具有挑戰性的工作（成功、失敗的機會各佔一半的工作）；而低成就動機的人比較怕遭受失敗，因此，比較不會主動去尋求具有挑戰性的工作。張景媛的研究指出自我效能、內在價值及成就動機三個動機信念均和自我調整有相關存在。因此，在本研究的國中生數學學習歷程統整模式中有關動機信念的變項，就以張景媛（民81）所提出的這三個變項來代表動機信念的部份。有關成就動機、自我效能及內在價值三個動機信念的理論部份，分別介紹如下。

最早有關成就動機的研究可追溯到McClelland和他的同事們（McClelland, Atkinson, Clark, & Loweel, 1953）以主題統覺測驗來測量「成就的需求」（need for achievement），後來Atkinson（1957）才確定用成就動機這個名詞，並提出「合成的成就動機理論」（the theory of resultant achievement motivation）。此項理論認為個體的成就行爲就是一種趨避衝突（追求成功和逃避失敗），因此高成就動機的人會選擇中等難度的工作，而低成就動機

的人會選擇非常容易或非常困難的工作。然而，此項理論的看法並未獲得學者們的支持。後來，Atkinson & Birch (1970) 修正了原先的理論並提出「動態的成就動機理論」(dynamic theory of achievement motivation)。此項新理論提出幾項預測：(1)在第一個工作嘗試時，高成就需求者會選擇中等難度的工作，而低成就需求者則選擇比中等難度略微容易的工作。(2)高成就需求者在獲得成功後，繼續選擇同樣難度的工作傾向會減低(失敗時則會持續選擇同樣難度的工作)，而低成就需求者在失敗後會傾向選擇難度較低的工作(成功時則不會降低工作難度)。(3)不管高低成就需求者都有逐漸選擇較難工作的傾向，但高成就需求者較低成就需求者有較強的傾向。

Atkinson 修正後的動機理論強調個體在做一件工作時的成就動機是呈現動態關係，而不是一成不變的。以自我調整的觀點而言，成就動機呈現動態的變化應該是比較合理的。事實上，此項理論亦獲得學者們(Kuhl & Blankenship, 1979a, O'Donnell & Rocklin, 1990)的支持。

自我效能理論是Bandura (1977) 所提出來的，其意是指個人對自己是否能完成某特定行動的知覺。因此，Bandura 認為自我效能會影響一個人對活動的選擇，低自我效能的人會傾向於逃避有挑戰性的工作，而高自我效能的人則會積極參與有挑戰性的工作。其次，Bandura 認為自我效能會影響一個人工作時努力的程度和工作的毅力，尤其是當碰到困難時，高自我效能的人比低自我效能的人會更加努力工作外，也能工作得持久些。最後，Bandura 認為自我效能會影響一個人工作的動機和技巧的獲得。

一個人的自我效能究竟是如何形成的？Bandura (1981) 認為有四個來源可以逐漸形成一個人的自我效能，按其影響力的大小，依序為個人的成就經驗(enactive attainment)、替代性經驗(vicarious experience)、口頭說服(verbal persuasion)及生理狀態(physiological state)。在個人的成就經驗方面，成功的經驗可以提昇一個人的自我效能，而失敗的經驗則會降低自我效能。替代性經驗是指看到和自己能力相當的人若獲得成功，就會提昇其能力知覺。口頭說明主要是透過他人的回饋而影響其自我效能，正向的回饋可以提昇自我效能，而負向的回饋則會降低自我效能。但一般而言，透過口頭說服要提昇一個人的自我效能比降低一個人的自我效能要難些。至於生理的狀態是指一個人的情緒的覺醒，一個人若過於緊張則會降低其表現；反之，若是一個人不受到嫌惡刺激的困擾，他將會傾向於期待獲得成功。

一個人透過自我效能的判斷，並參照工作的難度，可以自我調整其工作的動機，並決定其努力的程度、付出的時間以及工作的選擇。Bandura 此項理論已獲得多位學者研究的支持(Ladd, 1981; Lee, 1985; Schunk, 1981, 1982)。

最早將價值理論做深入探討的學者是Rokeach (1973)。他認為價值代表一個人對某個特定事物的重視或希望達到的程度，因此，可從一個人對各種事物喜好的程度而推斷其價值觀。Rokeach 雖然認為價值是一個人比較持久的信念，但並不是一成不變的，亦即一個人的價值觀會隨著他成長的經驗而調整。此外，Fraenkel (1977) 則認為價值具有動機性的力量，它可以引導一個人去達成某項目標。

研究價值理論的學者多半是從工作價值方面著手，而且最常用的方法即是將價值分為內在價值以及外在價值兩大類(Elizur, 1984)。Wollack et al. (1971) 在其所編的「工作價值調查」(Survey of Work Values) 裡就列有內在價值和外在價值兩項。內在價值是指一個人為何要從事某件工作的內在原因，而外在價值則是指從事某件工作的外在原因。外在價值是比較不穩定的因素，包括有工作的收入及此項工作的聲望，而內在價值則包括有：(1)工作自尊(pride in work)：個人從工作得到滿足和喜悅。(2)工作參與(job involvement)：

工作者能參與決策。(3)活動喜好 (activity preference)：對工作活動內容的喜歡程度。一般而言，內在價值的形成包括了認知、態度及情意等因素，因此被視為比較穩定而且是重要的因素。

近十幾年來，內在價值的觀念也逐漸被引用到教育情境的研究上，如Corno & Rohrkemper (1985) 發現若教師協助學生賦與課業較高的內在價值，則可使學生參與較多的學習活動。Eccles (1983) 則發現學生的內在價值和其對未來數學課程的選擇有密切的關係。此外，Meece et al. (1988) 更發現比較喜歡運用認知策略及自我調整學習的學生，都是對學習比較有興趣而且肯定學習價值的人。

綜合上述三個動機信念的理論介紹後，得知動機信念確實和學生學習時的後設認知有密切的關係，而且也與學生的學習成就有關。因此，本研究將成就動機、自我效能及內在價值納入動機信念中應是可行的。

(三)數學解題歷程之研究

所謂數學解題歷程就是指在處理數學問題時所用的程序。要討論國中生的數學解題歷程，必須從兩方面去探討。首先從解題歷程方面來說。Larkin et al. (1980) 的研究指出專家和生手之間在解題歷程上主要的兩項差異。(1)知識組織的差異：專家不但比生手擁有較多的知識，而且專家可以將其知識組成大功能單位 (large-scale functional unit)，至於生手的知識卻只能以小功能的單位 (small functional units) 來呈現。(2)解題策略的差異：專家傾向用順向解法 (work forwards) ——由已知條件直接推算出答案，而生手則習慣於用反向解法 (work backwards) ——由想獲得的答案逐步回溯到已知的條件。由專家和生手的差異比較可以得知：要瞭解學生數學解題的歷程必須先瞭解他們所擁有的數學知識及所用的解題策略。

其次，就國中生的數學來說，已有許多學者指出：由國小的算術進入國中的代數時，有些學生出現學習上的不適應。其最主要的困難是，在國小做算術時，他們只是做解題的運算，但是在國中做代數題時，他們必須先描述問題的情況，而不是只做運算而已 (Kieran, 1990)。此外，國中生必須學習將問題轉譯為代數符號。這種將問題轉換為較抽象的符號的方式，藉以代表原來問題的心理歷程，這就是一種心理表徵 (mental representation) 的方式。像這種以符號來表示問題以進行解題的方法，許多代數的初學者表示有困難 (Loborde, 1990)。

綜合上述的討論，可以得知：國中生要能成爲一名有效率的數學解題者，必須先擁有許多數學概念性和程序性的知識，而且將這些知識形成較大的單位。如此，當他們在解題時，才能有效將問題的語意較換成有關的問題表徵。Schoenfeld & Hermann (1982) 發現生手在解決數學問題時，可能缺少語意的訊息，因此必須依賴問題的形式，如句型或問題表徵的表面特徵。Schoenfeld (1985) 指出許多數學參考書會教學生用關鍵字來協助解題，結果學生可能只學到一些機械的方法，而不是真正理解問題的語意結構來解題。例如：「小明有6個彈珠，他給小華2個彈珠，問小明還剩幾個彈珠？」這個題目裡，如果只教學生以關鍵字 (6,2,剩) 來解題，則學生只會依此產生減法的基模 (schemata)。但實際的數學解題並不是這麼單純。假如不讓學生發展一套有彈性的問題解決策略，他們仍然會有解題的困擾。

對於問題解決而言，Polya (1945) 提出一項四個步驟的方案：1. 瞭解問題 (understand the problem) ——瞭解已知和未知的條件及何種運算是可行的。2. 想出計畫 (devise a plan) ——擬出解決問題的程序。3. 執行計畫 (carry out the plan) ——進行運算及有關的操作。4. 檢核成果 (look back) ——檢視解決問題的過程，並嘗試瞭解此項經驗是否有助於其他問題解決。Schoenfeld (1979) 認爲Polya的方法只適合一般問題的解決，對於數學而言，並不是非常適當。因此，他提出五種問題解決的策略：(1)儘可能畫圖，(2)尋找歸納式論證，(3)

運用矛盾法或對換法加以論證，(4)考慮變數較少的類似問題，以及(5)試著建立次目標。

Schoenfeld (1979) 的五種解決問題的策略雖然適合用在數學科目上，但以數學解題歷程而言，並無法從這五個策略看出有前後順序的關係。亦即Schoenfeld對於數學解題歷程並未能提出合理的解釋。因此，本研究認為要能瞭解數學的解題歷程，應以Mayer (1987) 所提的數學解題歷程的四個成分較為適合。這四個成分是：1.問題轉譯 (problem translation) ——即指語意知識以及事實知識。2.問題整合 (problem integration) ——基模的知識。3.解題計畫與監控 (solution planning & monitoring) ——策略的知識。4.解題執行 (solution execution) ——程序的知識。這個成分把數學解題的歷程按序呈現出來，不但可讓人瞭解數學解題的方法，而且也有助於瞭解解題的過程。以下便分別介紹這四個成分。

當學生在做數學文字題時，首先必須要瞭解題意，而且要能將問題從文字語言轉譯為數學的語言。因此，學生在做問題轉譯時，必須要擁有足夠的數學知識。如此，他才可能從中獲取解題的線索。會影響問題轉譯的因素除了學生個人的數學知識及語文能力外，有學者發現另外幾個變項也會影響學生對題意的瞭解：(1)已知數和未知數之間的關聯性 (Bachor, 1987)，(2)各項條件的排列順序 (Mestre, 1988)，(3)題目用語是否有暗示或明示的線索 (Nesher & Teubal, 1975)，以及(4)語法和字彙本身的難易程度 (Bachor, 1987)。

當學生將問題的每一個句子轉譯完之後，需要再進一步整合各個句子之間的關係。爲了要整合問題，學生就需要有某些問題類型的基模知識。Reed (1984) 發現學生會因使用不當的基模而造成解題錯誤。例如：「有一架飛機，在相距300英里的兩個城市飛行，去程時速150英里，回程時速300英里，問這飛機的平均時速是多少？」(答案是200英里)。結果有84%的大學生回答是225英里，只有9%的人答對。此題應該要使用平均速度基模 (average-speed schemata)，而大部份的學生卻用簡單平均基模 (simple average schemata) 來計算。Hinsley, Hayes & Simon (1977) 曾經要求學生對解決數學文字題時所用的基模加以歸類，結果共得到18種基模的類型。由此可知，學生一般已具有一些問題類型的知識。但學生是否能正確使用這些基模知識，就得視其有否將問題加以整合。

當學生瞭解題意並決定用何種基模知識後，接著就要決定用何種策略來解題。Mayer (1982) 發現一個人所使用的解題策略和此問題的特性及解題者的特性有關。Branca (1983) 則發現較差的解題者往往認為正確的答案只有一個，而且堅信解題的方法也只有一個。Silver (1981) 要求學生將16道數學文字題歸類，結果發現功課好的學生是以解題策略的相似性來歸類，而成績差的學生則傾向以題目的內容來歸類。由Silver的研究可推測出數學解題能力佳的學生是根據問題的性質來決定使用何種策略，而能力差的解題者則依照題目的內容來使用策略。因此，應該可以由學生的解題計畫與監控的策略瞭解學生在解題時的思考模式、解題態度及能力。

當學生把文字題列出方程式後，剩下的就是解方程式的問題。一般只要能懂得四則運算、分數、移項、代入法等計算法則，在解方程式時就較不會犯錯。

四後設認知、動機信念與數學解題歷程的關係

Pokay & Blumenfeld (1990) 研究高中生的動機、學習策略和數學成就的關係，結果發現動機與數學成就有相關存在。Suydam & Kasten (1986) 也發現數學學習的動機和數學應用問題的學習表現有關。Chiu & Henry (1990) 則認為除了成就動機會影響數學的學習外，學習數學的焦慮也會影響數學學習的表現。Hagtvet (1991) 亦同意焦慮和數學作業表現是有相關的。Neubauer (1982) 認為增加學生動機水準能改進數學成就。Montague與其同事 (Montague & Bos, 1990; Motague, Bos, & Doucette, 1991) 的研究顯示情意、認知及後設認知三者均會影響數學問題的解決策略。

Cross & Paris (1988) 研究發現改變學生的後設認知能力會對學生的學習產生較好的影響。Clements & Gullo (1984) 的研究則認為電腦課程可能影響學生的後設認知能力，因此，學生的後設認知能力會影響學生的學習，而學生的學習也會影響其後設認知能力，二者呈交互影響的關係。簡茂發、洪寶蓮 (民79) 發現國中生的成就動機可以有效預測其學習態度及學業成就。吳武典等人 (民74) 指出資優班學生的成就動機及學業成就均較普通班學生為佳。張景媛 (民79) 的研究結果也發現後設認知能力不同，其學業表現也不同，後設認知能力高者的學業表現較佳。

由上述學者們的研究結果，本研究推測：後設認知能力高的學生會自我調整，以致成績表現較佳。因此，在同類型的題目當中，若第一題都做錯的情況下，後設認知能力強的學生可能會經由測驗的問題中獲得線索，因而解答出後面的問題；而後設認知能力較差的學生，則認為此種題目原先不會，後面的當然也不會，因此，無法由測驗的問題當中獲益。同樣的，動機信念強的學生，會勇於嘗試，堅持努力思考問題的結果，也可能雖然原先答錯，後來卻能理出線索，導致成功的作答；而動機信念弱的學生會因原先不會作答，而在同類型題目出現時，產生厭煩的感覺，放棄思考問題，因此無法獲得成功的經驗。

綜合以上後設認知理論、動機信念理論及數學解題歷程的研究，本研究以國中數學文字題為研究題材，提出圖一所示的「國中生數學學習歷程統整模式」，以研究後設認知、動機信念和數學解題歷程之間的關係。

研究假設

綜合上述文獻探討，本研究提出下列研究假設：

假設一 國中生數學解題歷程（語言知識、基模知識、策略知識、程序性知識）、後設認知（選擇注意、組織訊息、策略使用、自我測試、自我監控、自我修正）與動機信念（自我效能、內在價值、成就動機）各變項間有相關存在。

假設二 根據本研究「國中生數學學習歷程統整模式」而複製出來的 Σ 矩陣與根據實際觀察而來的 S 矩陣無差異存在。

研究方法

一、研究對象

本研究對象為台北縣漳和國中二年級學生共80名，男生40名，女生40名。受試均為常態分班中的學生，但不包括視障、聽障、不識字或智能不足等的特殊學生。

二、研究工具

本研究使用的工具包括四種測驗：一是後設認知量表；二是動機信念量表；三是數學測驗卷（甲卷）；四是數學解題歷程評量表。以下分別說明之：

(一)後設認知量表

本研究中使用的後設認知量表乃依據文獻探討中Brown (1987) 的理論及本研究修正後的看法自行編製而成。後設認知量表分為六個分量表：選擇注意、組織訊息、策略使用、

自我測試、自我監控以及自我修正。後設認知量表各個分量表的試題以數學為特定領域來加以命題，並採Likert四點量表的型式呈現，每個分量表均為八題。試題是利用項目分析及因素分析加以選擇的，並求內部一致性係數及間隔兩週的重測信度（如表一）。這些受試取自台北市新興國中及蘭州國中二年級學生。

表一 後設認知量表各分量表的內部一致性係數及重測信度一覽表

分量表名稱	內部一致性係數 (N=131)	重測信度 (N=126)
選擇注意量表	.7634	.8319
組織訊息量表	.8605	.7483
策略使用量表	.8574	.8046
自我測試量表	.8837	.8084
自我監控量表	.8725	.8049
自我評鑑量表	.8763	.8027

(二)動機信念量表

本量表共有三個分量表：即自我效能、內在價值及成就動機量表。自我效能是依BANDURA (1977) 及Pintrich & DeGroot (1990) 的理論，由研究者自行編製而成。內在價值則是依據Pintrich & DeGroot (1990) 的理論編題。成就動機則自郭生玉 (民62) 的成就動機問卷中抽取部份題目加以改編。三個分量表均採Likert四點量表的型式呈現，每個分量表均為八題。試題均以項目分析及因素分析的結果加以選擇，並求內部一致性係數及間隔兩週的重測信度（如表二）。

表二 動機信念量表各分量表的內部一致性係數及重測信度

分量表名稱	內部一致性係數 (N=131)	重測信度 (N=126)
自我效能量表	.8538	.8173
自我價値量表	.8283	.8156
成就動機量表	.8355	.8056

(三)數學測驗卷（甲、乙、丙、丁卷）

本研究在數學學習歷程統整模式的驗證中需用數學測驗卷（甲卷）。在另一研究「數學文字題錯誤概念的分析」中則要用到數學測驗卷（甲、乙、丙卷）。在「數學文字題教學策略的研究」中則需使用數學測驗卷乙卷做為前測工具，甲卷做為中測工具，丙卷是後測用，丁卷是追蹤測驗時用。因此，本研究共編製四份數學文字題的測驗卷以供研究使用。每份的數學文字題均包含五道題目，以一元一次方程式及二元一次聯立方程式可解出來為原則。試

題由國中數學教師及教育心理學教授加以審核。四份數學測驗卷的重測相關係數（每份卷子間隔兩週施測）如表三所列：

表三 四份數學測驗卷得分間的相關係數表（N=160）

	數學測驗卷 (甲卷)	數學測驗卷 (乙卷)	數學測驗卷 (丙卷)	數學測驗卷 (丁卷)
數學測驗卷 (甲卷)	1.00			
數學測驗卷 (乙卷)	.43*	1.00		
數學測驗卷 (丙卷)	.51*	.45*	1.00	
數學測驗卷 (丁卷)	.43*	.53*	.61*	1.00

四、數學解題歷程評量表

本研究要瞭解國中生數學解題歷程中各部份知識瞭解的程度，因此設計問題，並以較客觀的方式來記錄學生在解數學文字題時各階段的能力。本研究將數學測驗卷（甲卷）上的文字題以Mayer（1987）所區分的語言知識、基模知識、策略知識及程序性知識四部份來加以研究分析。在前三項中每一項都細分為五小題目，來測量學生在做數學文字題時的解題能力。每道數學文字題所列的小題均由國中數學教師及教育心理學者專家評鑑後採用。而第四部份程序性知識則是訂定評量的標準，以評斷學生在數學測驗卷上計算的表現。評量的標準如下：

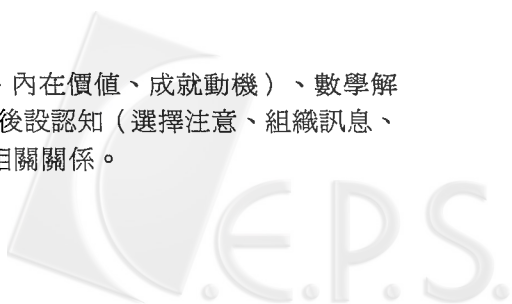
- 五分：列出正確的式子，且能計算出正確的答案。
- 四分：列出的式子不佳，但最後以算術運算的方式推出正確的答案。
- 三分：列出正確的式子，但計算有誤，以致得到錯誤的答案。
- 二分：列出不正確的式子，未能解出答案，但有一些有意義的思考過程。
- 一分：未列出式子，未能解出答案，但有一些簡單的計算過程。
- 零分：試卷上空白。

三、研究架構

本研究為瞭解國中生數學學習歷程統整模式中各變項間的關係並驗證該模式，乃從變項間的簡單相關分析和線性結構分析兩方面進行研究。

(一) 變項間的簡單相關分析

首先以簡單相關分析探討國中生動機信念（自我效能、內在價值、成就動機）、數學解題歷程（語言知識、基模知識、策略知識、程序性知識）與後設認知（選擇注意、組織訊息、策略使用、自我測試、自我監控、自我修正）等變項間的相關關係。



(二) 國中生數學學習歷程統整模式的線性結構分析

其次，就本研究者所提「國中生數學學習歷程統整模式」進行驗證。為驗證此一模式，本研究者將圖一「國中生數學學習歷程統整模式圖」改以徑路圖表示（如圖二）。

本研究的「國中生數學學習歷程統整模式」中共有三個潛在變項。有一個潛在自變項為「後設認知」變項，它有六個指標代表這個潛在自變項，即選擇注意、組織訊息、策略使用、自我測試、自我監控及自我修正。有兩個是潛在依變項，第一個潛在依變項是「動機信念」，有自我效能、內在價值及成就動機三個指標來表示這個潛在依變項；第二個潛在依變項是「數學解題歷程」，有語言知識、基模知識、策略知識及程序性知識四個指標表示這個潛在依變項。模式中強調：這三個潛在變項間的關係是由學生的後設認知影響其動機信念與數學解題策略，而數學解題策略也受到動機信念的影響。

〔結構公式模式〕

$$\eta = \Gamma \cdot \xi + B \eta + \tau$$

(2×1) (2×1) (1×1) (2×2)(2×1) (2×1)

$$\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{bmatrix} \xi + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \beta_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix}$$

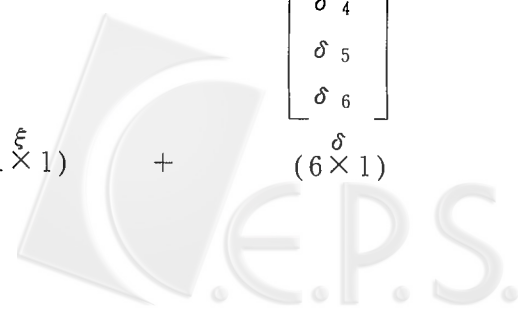
〔測量模式〕

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \\ Y_5 \\ Y_6 \\ Y_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \lambda_1 & 0 \\ \lambda_2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & \lambda_3 \\ 0 & \lambda_4 \\ 0 & \lambda_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \\ \epsilon_7 \end{bmatrix}$$

(7×1) (7×2) (2×1) (7×1)

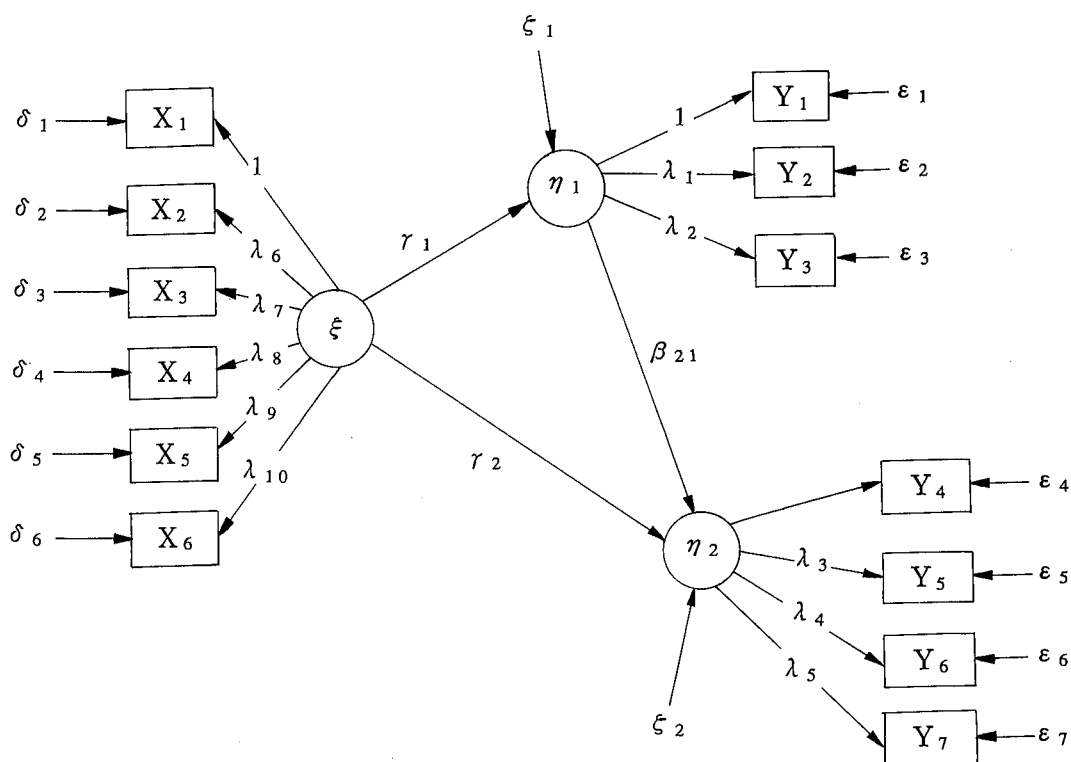
$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \lambda_6 \\ \lambda_7 \\ \lambda_8 \\ \lambda_9 \\ \lambda_{10} \end{bmatrix} \xi + \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \end{bmatrix}$$

(6×1) (6×1) (1×1) (6×1)



ξ : 後設認知能力
 X_1 : 選擇注意
 X_2 : 組織訊息
 X_3 : 策略使用
 X_4 : 自我測試
 X_5 : 自我監控
 X_6 : 自我修正

η_1 : 動機信念
 Y_1 : 自我效能
 Y_2 : 內在價值
 Y_3 : 成就動機
 η_2 : 數學解題歷程
 Y_4 : 語言知識
 Y_5 : 基模知識
 Y_6 : 策略知識
 Y_7 : 程序性知識



圖二 「國中生數學學習歷程統整模式」的LISREL徑路圖

四、實施程序

首先，由本研究者蒐集各項有關的文獻，進行文獻探討的工作。由文獻中得知各學者所提出的各種學習模式的優缺點。經比較分析，刪除過去學者們認為影響力較小的因素，補充目前學習理論中較受到重視的各個因素後，提出「國中生數學學習歷程統整模式」做為本研究的理論架構，並進行實徵研究工作。



本研究架構確立之後，即著手編製研究工具，包括後設認知量表、動機信念量表、數學測驗卷（甲、乙、丙、丁卷）及數學解題歷程評量表等研究工具。每份量表或測驗卷均以嚴謹的心理測驗編製過程來進行預試及分析等工作。研究工具編製完成後即進行正式的施測，學生為漳和國中二年級學生共80名。受試學生先以團體施測方式填寫後設認知量表及動機信念量表，而數學解題歷程評量表則是以個別方式進行。每次一位學生到輔導室的個別談話室來，主試就發給學生一張數學測驗卷（甲卷）。學生先做第一題，第一題做完後，主試立即接著問學生一些與題目有關的問題，接著學生做第二題，第二題做完時，主試再問與第二題有關的一些問題，其餘類推。主試問的問題是數學解題歷程評量表中列出的語言知識、基模知識、策略知識三項；而程序性知識的計分則看學生在數學測驗卷上的表現加以評定。正式施測後及進行資料分析的工作。

五、資料分析

本研究以SPSS-PC及LISREL套裝程式（Joreskog & Sorbom, 1986）分析研究一所蒐集的資料，使用的統計方法為：

1. 以「皮爾遜積差相關」（pearson product-moment correlation）統計法驗證假設一。
2. 以「線性結構分析」（LISREL）統計法驗證假設二。

研究結果

本研究經資料分析後，得到以下各項結果，可分述如下：

一、國中生動機信念、數學解題歷程與後設認知各變項間的簡單相關分析

表四是學生在本研究所提「國中生數學學習歷程統整模式」中各變項的得分，包含動機信念三項分數、數學解題歷程四項分數；以及後設認知六個分數的平均數及標準差。表五則是這些變項間的簡單相關係數。

由簡單相關分析得知，動機信念三個觀察指標（自我效能、內在價值、成就動機）間的相關都達顯著水準；後設認知能力六個觀察指標（選擇注意、組織訊息、策略使用、自我測試、自我監控、自我修正）間的相關也都達顯著水準；至於數學解題歷程上的四個觀察指標（語言知識、基模知識、策略知識、程序性知識）之間也是有相關存在。但是從這三大變項間的關係來看，學生的學習動機信念和其後設認知能力的關係也都達顯著水準，而學生的數學解題歷程中的各個觀察指標與其動機信念和後設認知能力的相關就不是完全達到顯著水準。例如：學生數學解題歷程中的語言知識與動機信念中的三個觀察指標及與後設認知能力中的六個觀察指標都未達顯著水準；基模知識和動機信念中的自我效能及內在價值有相關存在，但與成就動機無相關關係；不過，數學解題歷程中的策略知識與程序性知識則和動機信念及後設認知各個觀察指標間都有相關存在。



表四 國中生動機信念、數學解題歷程與後設認知能力各變項的平均數及標準差 (N=80)

變項名稱	平均數 (M)	標準差 (SD)
動機信念		
自我效能	18.20	5.29
內在價值	21.20	5.54
成就動機	16.80	5.73
數學解題歷程		
語言知識	24.38	1.52
基模知識	19.05	4.41
策略知識	10.89	7.47
程序性知識	8.85	8.71
後設認知能力		
選擇注意	22.26	4.86
組織訊息	18.74	5.50
策略使用	20.16	4.80
自我測試	17.51	4.94
自我監控	21.05	4.81
自我修正	19.98	5.20



表十 母數LAMBDA的修改指標

MODIFICATION INDICES AND ESTIMATED CHANGE		
MODIFICATION INDICES	FOR LAMBDA Y	
	MOTI	COG
EFF	.000	3.098
VAL	.000	.292
ACH	.000	1.006
11	1.589	.000
12	.009	.000
13	.302	.000
15	1.407	.000
ESTIMATED CHANGE FOR LAMBDA Y		
	MOTI	COG
EFF	.000	1.488
VAL	.000	-.470
ACH	.000	-.902
11	-.063	.000
12	-.012	.000
13	-.105	.000
15	.255	.000

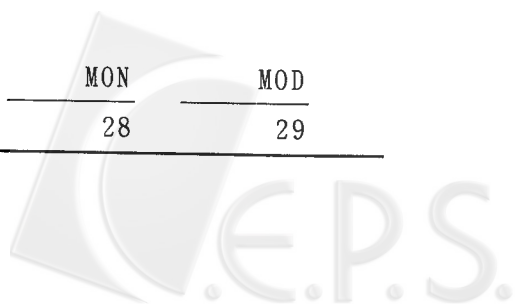
討 論

本研究假設國中生的「後設認知能力」（包含選擇注意、組織訊息、策略使用、自我測試、自我監控及自我修正）影響其「動機信念」（包含自我效能、內在價值與成就動機）及「數學解題歷程」（包含語言知識、基模知識、策略知識及程序性知識），而「動機信念」也會影響學生的「數學解題歷程」。本研究以線性結構分析的統計方法對此模式進行驗證，並將所得結果加以整理，得到「國中生數學學習歷程統整模式」的LISREL摘要表（如表十一所示）。由此摘要表得知，該模式的 χ^2 值為58.76， $P=.593$ ，未達顯著水準，表示本研究所提的理論模式可以解釋實際的觀察資料。該模式與觀察資料有不錯的適配度。從X變項的全體決定係數為.917可知，本研究以選擇注意、組織訊息、策略使用、自我測試、自我監控與自我修正六個指標來代表後設認知是相當理想的；又從Y變項的全體決定係數為.984可知，本研究以自我效能、內在價值及成就動機三個指標來表示動機信念，以語言知識、基模知識、策略知識及程序性知識來代表數學解題歷程也是相當理想的。換言之，前述指標都能適當的代表這三大潛在變項。因為本研究所提出的模式適合度尚稱良好，這項結果可以支持McCombs（1984）的理論，即個人的後設認知系統會影響個人的情意系統與認知系統。

不過，任何一個理論模式很難說明該理論的整個狀況，本研究所提出來的理論模式同樣有此限制。如由研究結果中的表九「標準化殘差矩陣」來看，在「數學解題歷程」中的「語言知識」和「基模知識」間的標準化殘差為3.333，大於2.58的適配標準，顯著的不等於0。也就是說，觀察到的「語言知識」和「基模知識」的共變，比理論上的共變要高很多，兩者需要再區分清楚，值得進一步的探討。至於表十的修正指標中，最大的是3.098，但它比 $\chi^2_{(.95,1)}$ 的值3.84還小，所以並無細列誤差，不需要加以修改。

表六 國中生數學學習歷程統整模式的母數明細表

PARAMETER SPECIFICATIONS						
LAMBDA Y						
		MOTI		COG		
	EFF	0		0		
	VAL	1		0		
	ACH	2		0		
	I1	0		0		
	I2	0		3		
	I3	0		4		
	I5	0		5		
LAMBDA X						
		META				
	ATT	0				
	ORG	6				
	STR	7				
	TES	8				
	MON	9				
	MOD	10				
BETA						
		MOTI		COG		
	MOTI	0		0		
	COG	11		0		
GAMMA						
		META				
	MOTI	12				
	COG	13				
PHI						
		META				
	META	14				
PSI						
		MOTI		COG		
		15		16		
THETA EPS						
	EFF	VAL	ACH	I1	I2	I3
	17	18	19	20	21	22
THETA EPS						
	15					
	23					
THETA DELTA						
	ATT	ORG	STR	TES	MON	MOD
	24	25	26	27	28	29



表七 聚斂後的母數估計值及適合度考驗結果

PARAMETER SPECIFICATIONS				
LAMBDA Y				
		MOTI	COG	
		-----	-----	
EFF		1.000	.000	
VAL		1.097	.000	
ACH		1.256	.000	
I1		.000	1.000	
I2		.000	4.359	
I3		.000	10.417	
I5		.000	10.510	
LAMBDA X				
		META		

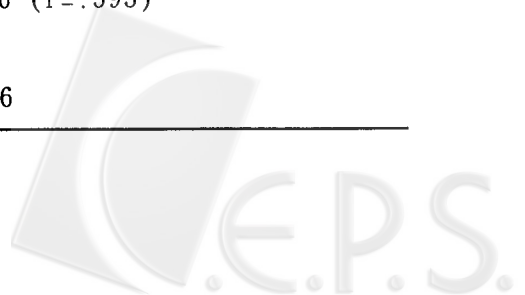
ATT		1.000		
ORG		1.117		
STR		.995		
TES		1.035		
MON		.986		
MOD		1.064		
BETA				
		MOTI	COG	
		-----	-----	
MOTI		.000	.000	
COG		-.156	.000	
GAMMA				
		META		

MOTI		.926		
COG		.241		
COVARIANCE MATRIX OF ETA AND KSI				
		MOTI	COG	META
		-----	-----	-----
MOTI		15.673		
COG		1.316	.512	
META		15.589	1.629	16.834
PSI				
		MOTI	COG	
		-----	-----	
		1.237	.324	



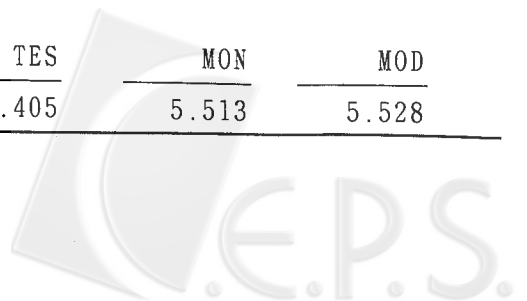
表七 聚斂後的母數估計值及適合度考驗結果 (續)

THETA EPS EFF	VAL	ACH	11	12	13
15.138	14.942	11.394	2.033	11.713	5.897
THETA EPS 15					
26.877					
THETA DELTA ATT	ORG	STR	TES	MON	MOD
9.169	12.248	8.689	8.755	9.045	10.735
SQUARED MULTIPLE CORRELATIONS FOR Y - VARIABLES					
EFF	VAL	ACH	11	12	13
.509	.558	.684	.201	.454	.904
SQUARED MULTIPLE CORRELATIONS FOR Y - VARIABLES					
15					
.678					
TOTAL COEFFICIENT OF DETERMINATION FOR Y - VARIABLES IS					.984
SQUARED MULTIPLE CORRELATIONS FOR X - VARIABLES					
ATT	ORG	STR	TES	MON	MOD
.647	.632	.657	.673	.644	.640
TOTAL COEFFICIENT OF DETERMINATION FOR X - VARIABLES IS					.917
SQUARED MULTIPLE CORRELATIONS FOR STRUCTURAL EQUATIONS					
MOTI	COG				
.921	.366				
TOTAL COEFFICIENT OF DETERMINATION FOR STRUCTURAL EQUATIONS					
IS	.936				
CHI-SQUARE WITH 62 DEGREES OF FREEDOM = 58.76 (P=.593)					
GOODNESS OF FIT INDEX = .894					
ADJUSTED GOODNESS OF FIT INDEX = .845					
ROOT MEAN SQUARE RESIDUAL = 1.526					



表八 二十九個母數估計值的顯著性考驗

T-VALUES						
LAMBDA Y						
	MOTI	COG				
EFF	.000	.000				
VAL	6.306	.000				
ACH	6.957	.000				
I1	.000	.000				
I2	.000	3.757				
I3	.000	4.131				
I5	.000	4.048				
LAMBDA X						
	META					
ATT	.000					
ORG	8.024					
STR	8.248					
TES	8.386					
MON	8.134					
MOD	8.095					
BETA						
	MOTI	COG				
MOTI	.000	.000				
COG	-.795	.000				
GAMMA						
	MOTI	COG				
MOTI	6.615					
COG	1.255					
PHI						
	META					
META	4.257					
PSI						
	MOTI	COG				
	1.138	1.876				
THETA EPS						
EFF	VAL	ACH	I1	I2	I3	
5.572	5.397	4.617	6.152	5.763	1.453	
THETA EPS						
I5						
4.514						
THETA DELTA						
ATT	ORG	STR	TES	MON	MOD	
5.502	5.555	5.467	5.405	5.513	5.528	



表九 標準化殘差矩陣

STANDARDIZED RESIDUALS						
	EFF	VAL	ACH	I1	I2	I3
EFF	.000					
VAL	-1.346	.000				
ACH	1.447	-.229	.000			
I1	-.821	-.143	-1.928	.000		
I2	-.126	.789	-.969	3.333	.000	
I3	1.804	-.749	-1.059	-.424	-.449	.000
I4	1.873	-.333	.768	-1.372	-1.294	1.744
ATT	-1.117	2.080	-.847	-.540	.573	-.246
ORG	.904	.501	-1.470	-.555	.421	.945
STR	.822	-.289	-.688	-.677	.613	.574
TES	-.333	-.646	1.110	-1.523	.213	.024
MON	.057	-.565	-.148	-.837	-1.238	-1.309
MOD	-.252	.871	.661	-.482	-.234	-.780

STANDARDIZED RESIDUALS						
	I5	ATT	ORG	STR	TES	MON
I5	.000					
ATT	.203	.000				
ORG	1.276	-.630	.000			
STR	1.009	.007	1.077	.000		
TES	.829	.494	-1.776	-.501	.000	
MON	-.023	1.010	1.266	.020	-.252	.000
MOD	.354	-.835	-.034	-.781	1.582	-.628

STANDARDIZED RESIDUALS	
	MOD
MOD	.000



表十 母數LAMBDA的修改指標

MODIFICATION INDICES AND ESTIMATED CHANGE		
MODIFICATION INDICES	FOR LAMBDA Y	
	MOTI	COG
EFF	.000	3.098
VAL	.000	.292
ACH	.000	1.006
11	1.589	.000
12	.009	.000
13	.302	.000
15	1.407	.000
ESTIMATED CHANGE FOR LAMBDA Y		
	MOTI	COG
EFF	.000	1.488
VAL	.000	-.470
ACH	.000	-.902
11	-.063	.000
12	-.012	.000
13	-.105	.000
15	.255	.000

討 論

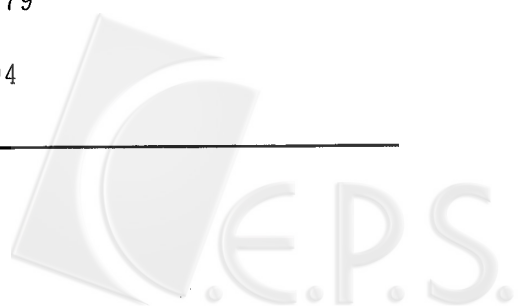
本研究假設國中生的「後設認知能力」（包含選擇注意、組織訊息、策略使用、自我測試、自我監控及自我修正）影響其「動機信念」（包含自我效能、內在價值與成就動機）及「數學解題歷程」（包含語言知識、基模知識、策略知識及程序性知識），而「動機信念」也會影響學生的「數學解題歷程」。本研究以線性結構分析的統計方法對此模式進行驗證，並將所得結果加以整理，得到「國中生數學學習歷程統整模式」的LISREL摘要表（如表十一所示）。由此摘要表得知，該模式的 χ^2 值為58.76， $P=.593$ ，未達顯著水準，表示本研究所提的理論模式可以解釋實際的觀察資料。該模式與觀察資料有不錯的適配度。從X變項的全體決定係數為.917可知，本研究以選擇注意、組織訊息、策略使用、自我測試、自我監控與自我修正六個指標來代表後設認知是相當理想的；又從Y變項的全體決定係數為.984可知，本研究以自我效能、內在價值及成就動機三個指標來表示動機信念，以語言知識、基模知識、策略知識及程序性知識來代表數學解題歷程也是相當理想的。換言之，前述指標都能適當的代表這三大潛在變項。因為本研究所提出的模式適合度尚稱良好，這項結果可以支持McCombs（1984）的理論，即個人的後設認知系統會影響個人的情意系統與認知系統。

不過，任何一個理論模式很難說明該理論的整個狀況，本研究提出來的理論模式同樣有此限制。如由研究結果中的表九「標準化殘差矩陣」來看，在「數學解題歷程」中的「語言知識」和「基模知識」間的標準化殘差為3.333，大於2.58的適配標準，顯著的不等於0。也就是說，觀察到的「語言知識」和「基模知識」的共變，比理論上的共變要高很多，兩者需要再區分清楚，值得進一步的探討。至於表十的修正指標中，最大的是3.098，但它比 $\chi^2_{(95,1)}$ 的值3.84還小，所以並無細列誤差，不需要加以修改。

此外，由圖三的「國中生數學學習歷程統整模式」的LISREL徑路圖得知， r_1 為.960， r_2 為1.381， β_{21} 為-.861。從潛在變項的相關係數矩陣可知，動機信念與後設認知的相關為.960，動機信念與數學解題歷程的相關為.465，而數學解題歷程與後設認知的相關為.555。以迴歸分析的觀點而言，進行迴歸分析必須符合「最大與最小原則」。最大原則指預測變項與效標變項的相關要最大；最小原則指預測變項間的相關要最小，如此才不會有多元共線性（multicollinearity）的問題。由本研究的相關顯示，本研究所提的理論模式中，三個潛在變項之相關並未符合最大最小原則。預測變項之間的相關（動機信念與後設認知）高於預測變項與效標變項（後設認知與數學解題歷程；動機信念與數學解題歷程）之間的相關，亦即預測變項間有共線性存在，這就是造成 β_{21} 為-.861的最主要的原因。從這些結果可知，儘管本研究所提的理論模式與觀察資料可以適配，但是後設認知與動機信念之間的共線性問題仍是值得進一步探討的。

表十一 國中生數學學習歷程統整模式之LISREL統計摘要表

參數名稱	原始母數 估計值及 標準誤	標準化 估計值	$R^2(x_i)$		$R^2(y_i)$	
λ_{y_1}	1.000 (0.000)	.713	X ₁	.647	Y ₁	.509
λ_{y_2}	1.097 (0.174)	.747	X ₂	.632	Y ₂	.558
λ_{y_3}	1.256 (0.180)	.827				
λ_{y_4}	1.000 (0.000)	.449	X ₃	.657	Y ₃	.684
λ_{y_5}	4.359 (1.160)	.674	X ₄	.673	Y ₄	.201
λ_{y_6}	10.417 (2.522)	.951				
λ_{y_7}	10.510 (2.596)	.823	X ₅	.644	Y ₅	.454
λ_{x_1}	1.000 (0.000)	.805	X ₆	.640	Y ₆	.904
λ_{x_2}	1.117 (0.139)	.795				
λ_{x_3}	.995 (0.121)	.811			Y ₇	.678
λ_{x_4}	1.035 (0.123)	.820	$\chi^2 = 58.79$			
λ_{x_5}	.986 (0.121)	.803	GFI = .894			



表十一 國中生數學學習歷程統整模式之LISREL統計摘要表(續)

參數名稱	原始母數 估計值及 標準誤	標準化 估計值	$R^2(x_i)$	$R^2(y_i)$
λ_{x6}	1.064 (0.131)	.800	AGFI = .845	
β_{21}	-.156 (0.196)	-.861	TCD(Y) = .984	
r_1	.926 (0.140)	.960	TCD(X) = .917	
r_2	.241 (0.192)	1.381	TCD(E) = .936	
ϕ	16.834 (3.954)	1.000	最大修正值 = 3.098	
ξ_1	1.237 (1.087)	.079	最大標準化殘差 = 3.333	
ξ_2	.324 (0.173)	.634		
ε_1	15.138 (2.717)	.491		
ε_2	14.942 (2.769)	.442		
ε_3	11.394 (2.468)	.316		
ε_4	2.033 (0.330)	.799		
ε_5	11.713 (2.033)	.546		
ε_6	5.897 (4.059)	.096		
ε_7	26.877 (5.954)	.322		
δ_1	9.169 (1.666)	.353		
δ_2	12.248 (2.205)	.368		
δ_3	8.689 (1.589)	.343		
δ_4	8.755 (1.620)	.327		
δ_5	9.045 (1.641)	.356		
δ_6	10.735 (1.942)	.360		



至於表八的「二十九個母數估計值的顯著性考驗」，有少數未達t考驗的顯著水準。為何這些估計值未達到顯著水準，還需要深入研究。由以上這些數據顯示，本研究所提的「國中生數學學習歷程統整模式」仍有改進的可能。不過，從整體適配的標準而言，本研究所提的理論模式仍然是可以和觀察資料適配的。

ξ ：後設認知能力

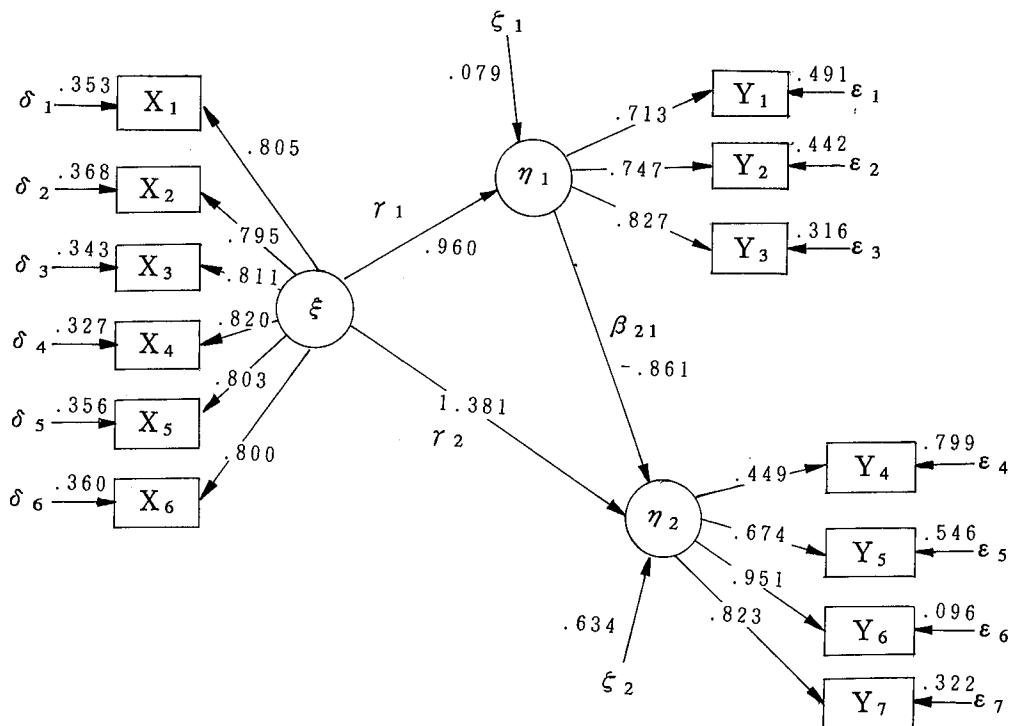
- X_1 ：選擇注意
- X_2 ：組織訊息
- X_3 ：策略使用
- X_4 ：自我測試
- X_5 ：自我監控
- X_6 ：自我修正

η_1 ：動機信念

- Y_1 ：自我效能
- Y_2 ：內在價值
- Y_3 ：成就動機

η_2 ：數學解題歷程

- Y_4 ：語言知識
- Y_5 ：基模知識
- Y_6 ：策略知識
- Y_7 ：程序性知識



圖三 「國中生數學學習歷程統整模式」的LISREL徑路圖

結論與建議

一、結論

由本研究中「國中生數學學習歷程統整模式」的驗證，得到下面幾項結論：

1. 學生在學習數學文字題時，其數學解題歷程與後設認知能力是有相關存在。由本研究中得知學生選擇注意的能力、組織訊息的能力、策略使用的能力、自我測試、自我監控及自我修正的能力與學生學習數學的動機有關，也與學生的數學解題歷程有密切的關係存在。

2. 學生的數學解題歷程會受其「後設認知」及「動機信念」的影響，而「後設認知」也會影響個人的「動機信念」之說法與實際觀察的證據相符合。

3. 學習是一個統整的活動，不能單獨偏重認知、情意或後設認知能力。只有這三者同時兼顧，學生才有可能獲得最大的學習效益。

二、建議

本研究由結論中提出兩項建議供國中教師參考。

(一) 利用國中輔導活動課加強動機信念與後設認知的訓練

有許多學校爲了加強主科的教學，因而要求輔導教師借課給擔任主科的教師，以便加強主科的教學，輔導活動課被當作是可有可無的課程。本研究三進行的實驗教學中，發現學生在良好的教學策略下，的確可以快速的提昇學習效果。但是，對於策略的運用要產生持續的動機，則必須加強學生對學習的動機信念以及個人能夠充分運用自己的後設認知能力來監控、測試及修正。而這種加強學生動機信念及後設認知能力的訓練，正是輔導老師在輔導活動課程裡可以做到的。因此，輔導工作者應體認到自己責任的重大，不要輕忽輔導工作對學生學科學習的功效。

(二) 進行國中數學低成就學生的學習輔導與補救教學

目前各級學校對於數學低成就學生進行補救教學的成效並不理想。由本研究的結果得知，學生在學習數學時，必然會產生一些錯誤概念。教師如何運用策略發現學生數學的錯誤概念，進而幫助學生建構出正確的數學知識，這是每位數學教師應該加以思考的問題。對於數學學習有困難的學生，學校應給予補救教學。因此，若能將補救教學納入正規的課程安排中，對那些需要幫助的學生將有很大的助益。

本研究認爲這個模式雖然得到驗證，但是還有一些值得進一步加以探討的地方，茲說明如下：

1. 雖然研究者所提出來的統整模式尚稱適合，但爲了使此模式更有助於瞭解學生的數學學習，研究者將以此統整模式爲基礎，繼續加以研究改進，以使本研究所提出來的模式能更趨完善。

2. 在本研究中所提到的三大潛在變項（後設認知、動機信念、數學解題歷程）是以目前研究中最重要幾項做爲這些潛在變項的觀察指標。例如：後設認知是以選擇注意、組織訊息、策略使用、自我測試、自我監控及自我修正六項爲觀察指標；動機信念是以自我效能、內在價值及成就動機爲觀察變項；數學解題歷程是以語言知識、基模知識、策略知識及程序性知識四項爲觀察變項。這些觀察變項雖然在本研究中顯示出它們的重要性，但是是否還有其他重要變項對國中生的數學學習也會產生很大的影響，就有待未來繼續加以探討。

參考書目

- 吳武典、陳美芳、蔡崇建（民74）：國中資優班學生的個人特質、學習環境與教育效果之探討。
師大特殊教育學刊，1期，277－312。
- 林清山（民80）：**心理與教育統計學**。台北：東華。
- 林清山（民70）：**多變項分析統計法**。台北：東華。
- 郭生玉（民62）：國中低成就學生心理特質之分析研究。**師大教研所集刊**，15輯，451－534。
- 郭生玉（民74）：**心理與教育測驗**。台北：精華書局。
- 張春興（民80）：**現代心理學**。臺北：東華。
- 張景媛（民79）：不同後設認知能力的大學生在學業成績與認知適應上之差異。**測驗年刊**，37輯，143－162。
- 張景媛（民80）：大學生認知風格、動機與自我調整因素、後設認知與學業成績關係之研究。
教育心理學報，24期，145－161。
- 張景媛（民81）：自我調動、動機信念、選題策略與作業表現關係的研究暨自我調整訓練課程效果之評估。**教育心理學報**，25期，201－244。
- 簡茂發、洪寶蓮（民79）：國中學生個人及環境因素與其學習行為的關係之研究。**測驗年刊**，37輯，181－194。
- Atkinson, J.W. (1957). Motivational determinants of risk-taking behavior. *Psychological Review*, 64, 359-372.
- Atkinson, J.W., & Birch, D. (1970). *The dynamics of action*. New York: Wiley.
- Bachor, D. (1987). *Towards a taxonomy of word problems*. In J.C. Bergeron, N. Herscovics, & C. Kieran (Eds.), *Proceedings of the 11th International conference for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 2, pp. 163-169). Montreal, Canada: universite' de Montreal.
- Baird, J.R., & White, R.T. (1982). Promoting self-control of learning. *Instructional Science*, 11, 227-247.
- Bandura, A. (1977). *Social learning theory*. Englewood cliffs, NJ: Prentice hall.
- Bandura, A. (1981). Self-referent thought: A developmental analysis of self-efficacy. In J.H. Flavell & L. Ross (Eds.), *Social cognitive development: Frontiers and possible futures* (pp.200-239). Cambridge: Cambridge University Press.
- Belmont, J.M., & Butterfield, E.C. (1977). The instructional approach to developmental cognitive research. In R.V. Kail Jr. & J.W. Hagen (Eds.), *Perspectives on the development of memory and cognition*. NJ: Lawrence Erlbaum.
- Branca, N. (1983). *Problem solving processes of upper elementary school children*. Report FED-79-19617. Washington: National Science Foundation.
- Brown, A.L. (1987). Metacognition, Executive Control, Self-Regulation, and Other More mysterious Mechanisms. In F.E. Weinert & R.H. Kluwe (Ed.), *Metacognition, Motivation, and Understanding*. London: Lawrence Erlbaum Associates.

- Brown, A.L., & Campione, J.C. (1978). Permissible inferences from the outcome of training studies in cognitive development research. *Quarterly Newsletter of the Institute for Comparative Human Development*, 2, 46-53.
- Brown, A.L., & deLoache, J.S. (1978). Skills, plans, and self-regulation. In R. Siegler (Ed.), *Children's thinking: What develops?* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Clements, D.H. & Gullo, D.F. (1984). Effects of computer programming on young children's cognition. *Journal of Educational Psychology*, 76(6), 151-1058.
- Corno, L., & Rohrkeper, M. (1985). The intrinsic motivation to learn in classroom. In C. Ames & R. Ames. (Eds.), *Research of motivation: Vol. 2. The classroom milieu*. New York: Academic Press.
- Cross, D.R. & Paris, S.G. (1988). Developmental and instructional analyses of children's metacognition and reading comprehension. *Journal of Educational Psychology*, 80(2), 131-142.
- Eccles, J. (1983). Expectations, value and academic behaviors. In J.T. Spence (Ed.), *Achievement and achievement motives*. San Francisco: Freeman.
- Elizur, D. (1984). Facets of work values: A structural analysis of work outcomes. *Journal of Applied Psychology*, 69, 379-389.
- Flavell, J.H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. In L.B. Resnick (Ed.), *The nature of intelligence*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Flavell, J.H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive development inquiry. *American Psychologist*, 34, 906-911.
- Frankel, J.R. (1977). *How to teach about values*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Gage, N.L. & Berliner, D.C. (1984). *Educational Psychology*. London: Houghton Mifflin Company.
- Gagne, E.D. (1985). *The cognitive psychology of school learning*. Boston: Little, Brown and Company.
- Gardner, H. (1978). Commentary on animal awareness papers. *Behavioral and Brain Sciences*, 4, 572.
- Hagtvet, K.A. (1991). Interaction of anxiety and ability on task performance: A simultaneous consideration of parameters. Special Issue: Test anxiety. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 5(2), 111-119.
- Hinsley, D.A., Hayes, J.R., & Simon, H.A. (1977). From words to equations: Meaning and representation in algebra word problems. In M.A. Just, & P.A. Carpenter (Eds.), *Cognitive processes in comprehension* (pp. 89-106). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Kieran, C. (1990). Cognitive Processes Involved in Learning School Algebra. In P. Neshet, & J. Kilpatrick (Ed.), *Mathematics and cognition: A Research Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. NY: Cambridge University Press.

- Kuhl, J., & Blankenship, V. (1979). Behavioral change in a constant environment: Shift to more difficult tasks with constant probability of success. *Journal of Personality and Social Psychology, 37*, 551-563.
- Laborde, C. (1990). Language and Mathematics. In P. Nesher, & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition: A Research Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. NY: Cambridge University Press.
- Ladd, G.W. (1981). Effectiveness of a social learning method for enhancing children's social interaction and peer acceptance. *Child Development, 52*, 171-178.
- Larkin, J., McDermott, J., Simon, D.P. & Simon, H.A. (1980). Expert and novice performance in solving physics problems. *Science, 208*, 1335-1342.
- Lee, L. (1985). Efficacy expectations as predictors of performance: Meaningful measures of microanalytic match. *Cognitive Therapy and Research, 1*, 367-370.
- Lester, F.K. & Kroll, D.L. (1991). Assessing student growth in mathematical problem solving. In G. Kulm (Ed.), *Assessing Higher Order Thinking in Mathematics*. NW: American Association for the Advancement of Science.
- McClelland, D.C. Atkinson, J.W., Clark, R.W., & Lowell, E.L. (1953). *The achievement motive*. New York: Appleton-century-Crofts.
- Marks, H., & Wurf, E. (1987). The dynamic self-concept: A social psychological perspective. *Annual Review Psychology, 38*, 299-377.
- Marshall, J.C. & Morton, J. (1978). On the mechanics of EMMA. In A. Sinclair, R.J. Jarvella & W.J.M. Levelt (Eds.), *The child's conception of language*. Berlin: Springer.
- Mayer, R.E. (1982). Memory for algebra story problems. *Journal of Educational Psychology, 74*, 199-216.
- Mayer, R.E. (1987). *Educational Psychology: A cognitive approach*. Boston: Little, Brown and Company.
- McCombs, B.L. (1984a). Processes and skills underlying continuing motivation: Toward a definition of motivational skills training interventions. *Educational Psychologist, 19*, 199-218.
- meece, J., Blumenfeld, P., & Hoyle, R. (1988). Students' goal orientation and cognitive engagement in classroom activities. *Journal of Educational Psychology, 80*, 514-523.
- Mestre, J.P. (1988). The role of language comprehension in mathematics and problem solving. In R.R. Cocking & J.P. Mestre (Eds.), *Linguistic and cultural influences on learning mathematics* (pp. 201-220). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Montague, M. & Bos, C.S. (1990). Cognitive and metacognitive characteristics of eighth grade students' mathematical problem solving. *Learning and Individual Differences, v1, 2(3)*, 371-388.
- Montagure, M., Bos, C.S. & Doucette, M. (1991). Affective, cognitive, metacognitive attributes of eighth-grade mathematical problem solvers. *Learning disabilities Research and Practice, v1, 6(3)*, 145-151.

- Nesher, P., & Teubal, E. (1975). Verbal cues as an interfering factor in verbal problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 6, 41-51.
- Neubauer, S.G. (1982). *The use of hand-held calculators in schools: A review*. Mathematics Education Research.
- O'donnell, A.M. & rocklin, T.R. (1990). *The impact of examinee choice of item difficulty on test performance*, Unpublished manuscript.
- Palincsar, A.M., & Brown, A.L. (1984). Reciprocal teaching of comprehension-fostering and comprehension-monitoring activities. *Cognition and Instruction*, 1, 117-175.
- Paris, S.G., Lipson, M.Y., & Wixon, K. (1983). Becoming a strategic reader. *Contemporary Educational Psychology*, 8, 293-316.
- Piaget, J. (1976). *The grasp of consciousness: Action and concept in the young child*. Cambridge, MA: harvard university Press.
- Pintrich, P.R. (1988). A process - oriented view of student motivation and cognition. In J. S. Stark & L. mets (Eds.), *Improving teaching and learning through research: New directions for institutional research*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Phye, G.D. & Andre, T. (1986). *Cognitive classroom learning: Understanding, thinking, and problem solving*. New York: Academic Press. INC.
- Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically: communication in the mathematics classroom*. London: Routledge & kegan paul.
- Pintrich, P.R., & DeGroot, E.V. (1990). Motivational and self-regulated learning components of classroom academic performance. *Journal of Educational Psychology*, 82, 33-40.
- Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton, NJ: Princeton University press.
- Polya, G. (1973). *How to solve it*. (2nd ed.). NY: Doubleday.
- Raphael, T.E., & Pearson, P.D. (1985). Increasing students' awareness of sources of information for answering questions. *American Educational Research Journal*, 22, 217-236.
- Reed, S.K. (1984). Estimating answers to algebra word problems. *Journal of Experimental psychology: Learning, Memory, and cognition*, 10, 778-790.
- Reynolds, A.J., & Walberg, H.J. (1992). A structural model of high school mathematics outcomes. *Journal of Educational Research*, 85, 150-158.
- Rockeach, M. (1973). *The nature of human values*. New York: Free Press.
- Schoenfeld, A.H. (1985). *Mathematical problem solving*. NY: Academic Press.
- Schoenfeld, A.H. (1987). What's all the fuss about metacognition? In A.H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 189-215). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Schoenfeld, A.H., & hermann, D.J. (1982). Problem perception and knowledge structure in expert and novice mathematical problem solvers. *Journal of Experimental psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 8, 484-494.
- Schunk, D.H. (1981). Modeling and attributional effects on children's achievement: A self-efficacy analysis. *Journal of Educational Psychology*, 73, 93-105.

- Schunk, D.H. (1982). Effects of effort attributional feedback on children's perceived self-efficacy and achievement. *Journal of Educational Psychology, 74*, 548-556.
- Silver, E.A. (1981). Recall of mathematical problem information: Solving related problems. *Journal of Research in Mathematics Education, 11*, 54-64.
- Simons, P.R.J. & Vermunt, J.D.M.M. (1986). Self-regulation of knowledge acquisition: A selection of dutch research. In G. Beukhof & P.R.J. Simons (Eds.), *German and dutch research on learning & instruction: General topics and self-regulation in knowledge acquisition*. The Hague: S.V.O.
- Sternberg, R.J. (1980). Sketch of a componential subtheory of human intelligence. *The Behavioral and Brain Sciences, 3*, 573-584.
- Taylor, S.J., & Bogdan, R. (1984). *Introduction to qualitative research methods: The search for meanings*. NY: John Wiley & Sons.
- Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Weinert, F.E. (1987). Introduction and overview: Metacognition and motivation as determinants of effective learning and understanding. In F.E. Weinert, & R.H. Kluwe (1987). *Metacognition, motivation, and understanding*. NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Weinstein, C.S. (1988). Preservice teachers' expectations about the first year of teaching. *Teaching & Teacher Education, 4*, 31-40.
- Wollack, S., Goodale, J.G., Wijting, J.P., & Smith, P.C. (1971). Development of the survey of work values. *Journal of Applied Psychology, 56*, 173-176.



THE VERIFICATION OF AN INTEGRATIVE MODEL OF MATHEMATICAL LEARNING PROCESS

Ching-Yauan Chang

ABSTRACT

The Purposes of the study was to verify "the integrative Model of Mathematical Learning Process for Junior High School Students". The subjects contained 80 eighth-grade students. The research instruments administered were "Metacognition Inventory", "Motivational Belief Inventory", "mathematics Tests", and "Mathematical Problem-solving Process Inventory", and the data was analyzed by LISREL. The results indicated that the observed data fitted the aforementioned theoretical model well. This means that the latent independent variable, "metacognition", may influence the two latent dependent variables, "motivational belief" and "mathematics word problem solving process", and in turn, the variable "motivational belief" may further influence the variable "mathematics word problem solving process".

Key words: metacognition, motivational belief, mathematics word problem solving process

