國立台灣師範大學教育心理與輔導學系
教育心理學報，民83，27期，259～279頁

表徵策略教學對提升國小低解題正確率學生解題表現之效果研究

何 縕 琪　　林 清 山

摘 要

本研究以三個實驗探討表徵策略教學對國小低解題正確率學生的解題效果。

實驗一的受試者是30名國小低解題正確率學生。結果發現國小低解題正確率學生解「比較」類應用題的困難主要是在問題表徵階段。

實驗二的受試者是高、低解題正確率學生各15名。從學生的口語資料中發現：學生在「不一致語言」問題中產生逆轉型錯誤的原因，一是忽略關係句中的「比」或「是」字，而將句中的主詞與受詞的位置倒置。二是因爲使用「關鍵字解法」。另外，高、低不同解解題正確率學生在解二階步比較類應用題時所畫的圖示類別有所差異。

實驗三是表徵策略教學效果的實證研究。受試者同實驗一。研究者將之隨機分派爲實驗組與控制組，每組15名。實驗組學生接受三次表徵策略教學。控制組學生則進行三次評定問題困難度的活動。研究結果顯示：實驗組學生在數學解題測驗「標的題」上所產生的逆轉型錯誤比率、「一般題」及整體測驗上所產生的全部錯誤比率低於控制組學生。而在「遷移題」上所產生的逆轉型錯誤比率與控制組學生沒有顯著差異。

關鍵詞：表徵策略，一致性效果，比較類問題，解題表現

數學教育的目標之一是培養學生使用習得的數學知識來解決問題的能力，而解應用題（以下簡稱解題）正是培養此項能力的方法。解題不僅是計算、測量或是解方程式而已，更是一種思維、歸納、與演繹的理解過程。因此，不論中外，解題都被視爲是數學教學的重心，也是知識結構研究的重點（教育部，民64；National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989; Putman, Lampert, & Peterson, 1989）。

自1970年以後，認知學派的理論受到教育學者的重視，並被運用在教學上，使得課程設計、教學方法和教學研究都有了更長足的進步。透過認知分析，一般學者均同意解題可以區分成問題表徵和問題解決二個階段（Kintsch & Greeno, 1985; Mayer, 1985; Nodding,1985; Riley, Greeno, & Heller, 1983）。問題表徵階段是指理解問題語意和了解數學結構的階段，這個階段可以分成問題轉譯以及問題整合二個次階段。問題解決階段是指選擇解決程序並執行計算以得到答案的階段，又包括解題計畫及解題執行二個次階段。在數學教學上，發展學

生的解題能力可以從發展學生的認知策略進行（Mayer, 1992）。這些策略包括發展學生表徵問題、監控解題計畫、及執行的能力。由於研究指出，學生的解題困難主要是發生在問題表徵階段（Mayer, 1987），因此培養學生表徵問題的能力就益發重要了。

Vergnaud（1987）認爲表徵是數學教學理論及數學學習的重要問題，其原因除了使用表徵系統在數學的重要性之外，還有在認識論上很重要的兩點理由： 數學在將眞實世界具體化的過程中扮演了基本的角色，而表徵是一種具體化的形式。 數學中許多基本的結果可以很容易的用表徵方法來分類。因此，「表徵什麼？」、「如何表徵？」是教育研究者應該探討的主題（Kaput, 1985）。本研究主要關心的正是學生在表徵階段的問題及表徵問題的能力。

近十年來，在解題方面的研究集中在學童解簡單加減法應用題的解題表現與解題歷程（Briars & Larkin, 1984; Kintsch & Greeno, 1985; Morales, Shute, & Pellegrino, 1985; Riley et al, 1983）。其中，「比較」（Compare）類應用題對學生來說，是較爲困難的題型（吳昭容，民79；翁嘉英，民77；謝毅興，民80；Riley et al, 1983）。本研究就以在解這類問題上較有困難的低解題正確率學生爲對象，進行實驗研究。

所謂「比較」類問題，是指問題的敘述中包含了關係句—以其中的一個變項定義另一個變項。例如：「小華有3元，小明比小華多5元，請問小明有多少元？」上面問題中的第二句敘述即爲關係句，以小華爲基準量定義小明的錢數。 Lewis and Mayer（1987）依其語言性質及運算性質之不同，將這類問題分爲「一致語言」（consistent language）問題和「不一致語言」（inconsistent language) 問題兩種。

「一致語言」問題是問題中的陳述與所需的運算是一致的。例如：「小英有6元，小文比小英少4元，請問小文有多少元？」在這一個例題中，關係句的敘述是「少」，解答的運算也是用「減法」。相反的，「不一致語言」問題是問題中的敘述與所需的運算是不一致的，例如：「小英有6元，她的錢比小文少4元，請問小文有多少元？」在這一個問題中的關係句敘述雖然是「少」，但是解答的運算卻要使用「加法」（例如：6+4=10）。對學生來說，「不一致語言」問題比「一致語言」問題困難，這是由於在表徵階段，不同問題類型的語意結構差異所致（Carpenter, 1985; DeCorte & Verschaffel, 1987)。

Lewis and Mayer（1987）提出「一致性效果」（consistency effect）觀點來說明大學生解比較類應用題的過程，以及造成這類問題難易差異的原因。依據學生的解答情況發現：在解題時產生錯誤最多的情況是「逆轉型錯誤」（reversal error），也就是選擇了相反的數學運算（例如：該用加法計算的卻用了減法，該用乘法計算的卻用了除法）。學生在解題時之所以會產生逆轉型錯誤，是因爲他們有一個「一致語言」比較類問題的基模，此基模無法同化不一致語言比較類問題中訊息的呈現順序，所以當學生要表徵不一致語言問題時，會以一致語言基模爲準，重新排列關係句中的訊息順序來表徵不一致語言問題。而在重新排列的過程中，學生要將不一致語言問題中的關係句之主詞與受詞位置互換。

在國小課程中，比較類應用題題目的撰寫上，「不一致語言」問題的寫法不同於英文的寫法（例如：At ARGO gas sells for $0.13 per gallon. This is 5 cents less per gallon than gas at Chevron. How much do 5 gallons of gas cost at Chevron ?）。中文的問題寫法裡，第二個句子中文法的主詞並未出現（例如：小英有6元，比小文少4元，請問小文有多少元？）。由於題目語意上的差異，國小低解題正確率學生解「比較」類問題的認知表徵歷程與解題表現，是否仍然會與Lewis and Mayer（1987）所提出的「一致性效果」觀點相符合呢？研究者於是進行實驗一來加以檢驗之。

實驗一

國小低解題正確率學生解「比較」類應用題的表現分析

實驗一驗證國小學生的數學解題表現是否也呈現Lewis and Mayer（1987）的「一致性效果」，亦即，其解不一致語言問題的表現比解一致語言問題的表現差。另外，並從學生實際的答題表現，歸納出國小學生解題時所產生的錯誤類型。

方　　法

一、受試者

本實驗的受試者，是從台北市建安國小236名五年級學生中篩選而來。他們是在「數學解題測驗」簡單比較類問題（即標的題）上有困難、而且具備基本學習能力之低解題正確率學生。篩選標準如下：

在「數學解題測驗」中，「標的題」全部完成，且其解題時所產生的逆轉型錯誤比率在.25以上者。

四年級下學期的國語科及數學科學期平均最少需在75分以上。

依照上述二個標準，共篩選出30名低解題正確率學生為實驗一的受試者。

二、材料、程序與計分

(一)材料

本實驗主要的材料為「數學解題測驗」，係為研究者所自編，包括甲、乙二種版式。測驗中共有八個標的題（target problem），六個遷移題（transfer problem），六個一般題（general problem）。

標的題是二階步比較類問題。題目在第一階步方面，依據語言形式分為「一致」與「不一致」二類，依據數學運算方式分成加、減、乘、除四種，每一題型皆有一個問題，內容如表1 所示。

表一　數學解題測驗「標的題」

運算類型	語言類型：一致	語言類型：不一致
＋	芭樂1斤賣32元，李子1斤的價錢比芭樂貴3元，如果 1斤的李子有7個，每個李子平均要多少元？	香蕉1斤賣25元，比1斤的鳳梨便宜10元，買5斤鳳梨要多少元？
－	柳丁有60個，橘子比柳丁少12個，每個籃子可以裝 6個橘子，需要多少個籃子來裝橘子？	花布長380 公尺，比白布長36公尺，現在白布每 8公尺剪成一段，可以剪成幾段？

表一　數學解題測驗「標的題」（續）

運算類型	語言類型：一致	語言類型：不一致
×	果園面積是300 平方公尺，花圃面積是果園面積的5倍，現在花圃每1平方公尺種45株花，共可種多少株花？	暑假中，小玉每天看書 6小時，是大偉每天看書時間的1/2， 大偉 7天共看書多少小時 ？
÷	甲車每小時跑90公里，乙車的時速是甲車的1/2 ，乙車 6小時可以跑多少公里？	甲牛排店每個星期買進牛肉200 斤，是乙牛排店的 5倍，乙牛排店 6個星期共買進牛肉多少斤？

遷移題是三階步以上比較類問題，用以了解學生解複雜比較類問題的表現。遷移題的題目中包含了二個關係敘述句，所以有二個比較步驟，有的題目再加上一個直接變化問題的計算。一般題爲非比較類問題，題目的敘述只包括已知條件句及問題句，不包括關係句。

以上問題題目編擬完成後，請任敎國小15年以上之敎師先行審閱，使具有專家效度，然後再進行預試及項目分析。由於題目的難度與鑑別度均屬理想，故予以全部保留。

實驗者將標的題隨機安排於測驗中的第 2、3、5、6、9、11、16、18題，遷移題隨機排列於測驗中的第 4、7、8、10、13、17題，一般題則隨機安排於第 1、12、14、15、19、20 題。爲了平衡題目順序及練習效果的干擾，以上三類問題均有四種隨機排列的問題呈現順序。

㈡程序與計分

測驗題本以班級爲單位，隨機分派給受試者，作答時間爲60分鐘。計分方式爲：在標的題及遷移題方面，將學生的答題反應歸爲正確、逆轉型錯誤、及非逆轉型錯誤；一般題則歸爲正確與錯誤。所謂正確是指算式及答案均沒有錯誤。錯誤一題以1分計算，再將錯誤分數轉換爲錯誤比率來進行考驗。

結果與討論

一、低解題正確率學生在解題時所產生的錯誤類型部份

研究者將學生在「數學解題測驗」中「標的題」及「遷移題」上所產生的錯誤，歸納成逆轉型錯誤及非逆轉型錯誤。非逆轉型錯誤包括分數概念錯誤、目標監控錯誤、計算錯誤、書寫監控錯誤、及空白或未完成。各種錯誤類型的意義說明如下：

逆轉型錯誤——錯誤的產生是因爲解答問題時，第一個步驟的數字運算被逆轉了（如需用加法的卻用了減法、該用乘法計算的卻使用了除法）。

分數概念錯誤——題目中出現分數數值，但學生卻使用加法或減法來運算。

目標監控錯誤——問題的第二個階步被忽略了，只求出比較量的數值，沒有再接著做直接變化的運算。

計算錯誤——問題的列式正確，但是運算不正確，如把9×2計算成11。

書寫監控錯誤——謄寫題目數據或答案時，因爲疏忽而造成錯誤或答案單位漏寫。

空白或未完成——學生沒有計算求解、或是計算未完成而無法歸類於上述之錯誤類型。

一個問題可能同時包括數種錯誤情況，但是僅記錄一種錯誤類型。除了空白或未完成的錯誤之外，其他錯誤類型之歸類記錄原則如下：

所有問題的錯誤以歸於「逆轉型錯誤」爲先。

涉及分數概念的問題，錯誤的發生是在第一階步將分數的乘除用加減法來計算的，以歸於「分數概念錯誤」爲先。

「目標監控錯誤」先於「計算錯誤」。

「計算錯誤」先於「書寫監控錯誤」。

以上是「標的題」及「遷移題」的錯誤類型歸類。至於「一般題」方面，學生的運算與答案均正確才算答對，否則就視爲錯誤。受試者在三類問題上，共計240個標的題反應個數、180個遷移題反應個數、以及180個一般題反應個數之答題錯誤類型的分數及百分比如表二所示。

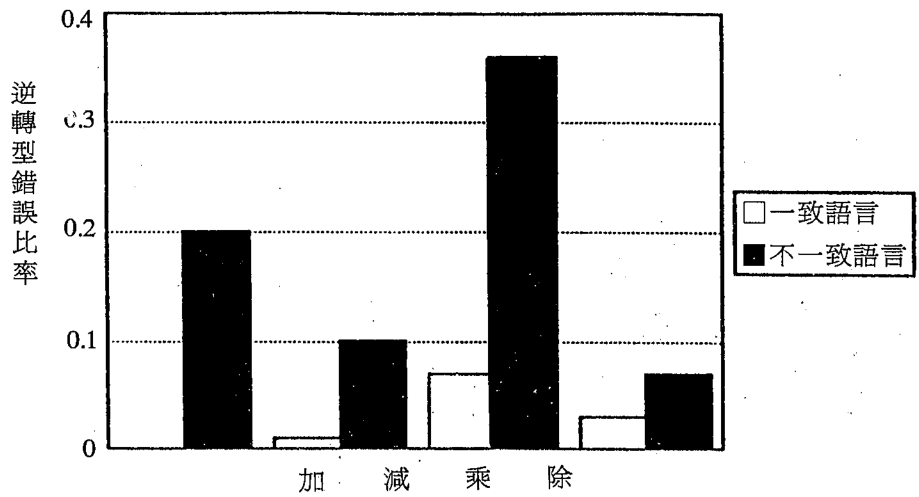
表二　低解題正確率學生在數學解題測驗上答題錯誤類型的分數及比率

錯誤類型	逆轉型錯誤	分數概念錯誤	目標監控錯誤	計算錯誤	書寫監控錯誤	空白或未完成
標的題	65(0.27)	3(0.02)	15(0.06)	5(0.02)	11(0.05)	0(0.00)
遷移題	65(0.36)	7(0.04)	8(0.04)	5(0.03)	5(0.03)	9(0.05)
一般題全部錯誤	68(0.38)					

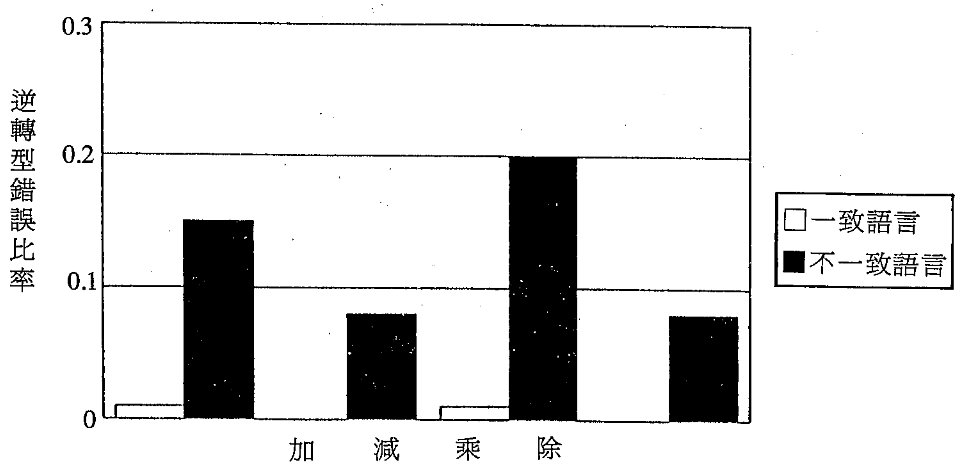
二、「一致性效果」的檢驗部份

本實驗中受試者在解標的題時，在「一致語言」與「不一致語言」問題所產生的逆轉型錯誤比率如圖一所示。而圖二是Lewis and Mayer（1987）的研究所得的結果。本實驗的數據分析，以語言類型（一致與不一致）、解題運算的改變方向（增加，例如加法與減法；減少，例如減法與除法）、與計算的複雜性（簡單計算，例如加法與減法；複雜計算，例如乘法與除法）爲自變項，進行三因子變異數分析。結果在語言一致性上的主要效果達顯著差異，$F(1,29)=73.85$，$p<.05$。這個結果顯示學生在解答不一致語言問題上所產生的逆轉型錯誤高於一致語言問題。同樣的，在語言一致性與解題運算的改變方向之交互作用也達顯著差異，$F(1,29)=17.14$，$p<.05$。以上研究結果均與Lewis and Mayer（1987）的研究結果相同。

雖然本研究中所設計的題型與 Lewis and Mayer（1987）所採用的問題形式不同，而且在題目的撰寫上第二句的關係句省略了代名詞的敘述，但是學生的解題表現仍與Lewis and Mayer的研究發現頗爲一致。這一點顯示國小低解題正確率學生在解比較類問題時，也較偏好一致語言訊息的呈現順序。解題的困難主要是發生在問題表徵階段。



圖一 本實驗學生解標的題時所產生的逆轉型錯誤比率



圖二 Lewis and Mayer（1987）研究中學生解標的題時所產生的逆轉型錯誤比率

實 驗 二

不同解題正確率學生解「比較」類問題的思考歷程與圖示能力研究

認知學派學者認爲學生是主動的訊息處理者，而非被動的接受者，亦即學習是學習者建構知識的過程。因此，學生在面對新的問題時，不只是由記憶中搜取有關的經驗，也會重組相關的經驗來創造一個可行的解題計畫（Mayer, 1992）。

在教學上，爲了幫助學生成爲更有效的訊息處理者，許多學者希望從探討專家（experts）與生手（novices）在解題能力上的差異以找出專家的解題策略，然後配合生手的認知發展，設計適當的教學來提升生手的解題表現。除了量化的資料以外，研究學者建議採用「訪談法」來了解學生的思考歷程，因爲透過學生在解題時的口語資料分析，可以獲得有關學生解題時產生錯誤的原因較完整的資料（Greer, 1987）。爲能了解學生答題的思考歷程，以及學生在

未接受實驗教學前，利用外在表徵圖示法來解題的能力，因此實驗二先以高、低解題正確率學生為對象進行訪談，以作為設計實驗教學的參考。

方　法

一、受試者

本實驗之受試者係實驗一參加測驗的學生中所篩選出的高、低解題正確率學生各15名。低解題正確率學生的篩選同實驗一。高解題正確率學生的篩選原則為：在「數學解題測驗」中，解標的題及遷移題所產生的逆轉型錯誤比率最多為.13，及四年級下學期的國語科及數學科學期平均在90分以上者。

二、材料與程序

(一)材料

本實驗採用「兒童解比較類問題的思考歷程及圖示能力訪談測驗」為材料。內容分為二個部份：一為「解題思考歷程」訪談，是請學生在讀完題目後，說出求解的想法與算法。二為「圖示能力」訪談，是請學生利用自己的方法，圖示出題目的意思。這二部份所用的問題均為二階步比較類問題，共計八題。題目字數在26字至40字之間，問題的論詞與內容均不相同。為配合個別訪談的實施，題目印在27cm × 10cm長的卡紙上，以方便學生閱讀。且為了避免題目順序的效果，採用了四種隨機順序的題本。

(二)程序

學生接受前測後一個星期開始進行訪談。訪談員由研究者親自擔任，每位學生接受訪談的時間平均約為20分鐘。訪談時，前二部份並有教師示範題及例題供學生練習，以確定學生了解作答的方法後才開始正式施測。每位學生的訪談過程均有錄音，訪談材料是以隨機方式分派。為了提高在編碼（coding）學生口語資料內容的客觀性，研究者與另一名任教國小十五年的教師共同聽錄音帶後討論出編碼的方式。

結果與討論

一、「解題思考歷程」部份

根據訪談高、低解題正確率學生所得的口語資料，將「一致語言」問題的部份整理如表三所示；「不一致語言」問題的部份整理如表四所示。

(一)不同解題正確率學生在列運算式上的差異

從表三中發現：在「一致語言」問題整數的運算題方面，有13位高解題正確率學生、8位低解題正確率學生在讀完題目後，立刻說出解答問題的完整運算式（包括計算第二個變項的數量及直接變化問題的運算）。例如：

「因為1盒筆心比自動鉛筆便宜，所以減掉5元，就是1盒筆心的價錢，然後再乘以2，就是2盒筆心的價錢。算式為：(35-5)×2。」

表三　不同解題正確率學生在「一致語言」問題的思考過程

運算方法	思考歷程	學生代號
整數 （減—乘）	(1)直接依據題目關係句的敘述，算出第二個變項並列出直接變化的運算。	高：#1,#2,#4,#5,#6,#7,#8,#9 #10,#11,#12,#13,#14,#15 低：#1,#5,#8,#9,#10,#11,#13 #15
	(2)依據題目關係句的敘述，先算出第二個變項後，再做直接變化的運算。	高：#3,#8 低：#2,#3,#4,#7,#14
分數 （除—加）	(1)直接依據題目關係句的敘述，算出第二個變項並列出直接變化的運算。	高：#1,#2,#4,#5,#6,#11,#12 #13,#14 低：#5,#12
	(2)先逆轉題目關係句的關係詞，算出第二個變項後，再做直接變化的運算。	高：#7,#8,#9,#10,#15 低：#2,#3,#6,#8,#9,#11,#13 #14,#15
	(3)將關係句中的分數關係，逆推爲整數關係以算出第二個變項時，逆轉問題主詞與受詞的關係。	高：#3 低：#4,#7
	(4)分數概念錯誤，無法利用第一個變項求出第二個變項。	高：無 低：#1,#10

表四　不同解題正確率學生在「不一致語言」問題的思考過程

運算方法	思考過程	學生代號
整數 （減—乘）	(1)直接依據題目關係句的敘述，算出第二個變項並列出直接變化的運算。	高：#1,#2,#6,#11,#12,#13 #14,#15 低：#7,#9,#10
	(2)先逆轉題目關係句的關係詞，算出第二個變項後，再做直接變化的運算。	高：#3,#5,#7,#8,#9 低：#3,#5,#6,#13,#14
	(3)忽略關係句中的「比」字或「是」字，逆轉了問題主詞與受詞的關係，錯誤計算出第二個變項後，再做直接變化的運算。	高：#4,#10, 低：#1,#2,#4,#8,#11,#12,#15

表四　不同解題正確率學生在「不一致語言」問題的思考過程（續）

運算方法	思考過程	學生代號
整數（除—乘）	直接依據題目關係句的敘述，算出第二個變項並列出直接變化的運算。	高：#2,#6,#7,#9,#11,#12,#13 #14,#15 低：#1,#8,#9,#10
	先逆轉題目關係句的關係詞，算出第二個變項後，再做直接變化的運算。	高：#3,#5,#8 低：#2,#6
	忽略關係句中的「比」字或「是」字，逆轉了問題主詞與受詞的關係，錯誤計算出第二個變項後，再做直接變化的運算。	高：#1,#4,#10 低：#3,#5,#7,#11,#13,#14
	依據關係句中的關係詞計算出第二個變項後，再做直接變化的運算。	高：無 低：#4,#12,#15

有2位高解題正確率學生、5位低解題正確率學生是在讀完題目後，分二個步驟計算出答案。換句話說，先依據題目關係句的敘述，算出第二個變項的數量後，再做直接變化問題的運算。例如：

「一枝自動鉛筆35元，筆心比自動鉛筆便宜5元，所以要減5，也就是35－5＝30，然後再把得出來的數乘以2，所以30×2就等於60。」

涉及分數概念的運算時，高解題正確率學生中有9名可以直接列出完整運算式。例如：

「小英一天存40元，那小余一天存的錢是小英的1/2，所以要先除以2，再加上小英的40元，就是二人的錢。算式寫成：40÷2＋40。」

而低解題正確率學生則較多是使用二個階步分開運算方式求解。例如：

「小余一天存的錢是小英的1/2，就先用40÷2＝20，再用40加上20，就是二人的錢。」

在「不一致語言」問題方面，高解題正確率學生也是傾向於直接列出完整的算式。例如：

（讀完題目後）「把200元放在前面，後面要先做，要有個括弧，因爲芭樂比香蕉貴，所以減掉10元，是30－10。」（算式寫成200÷(30－10)。）

綜合上面的說明，可以看出：不論題目語言性質及數字運算爲何，高解題正確率學生的在解二階步比較類問題時的思考，多能正確理解二個變項的關係，並能同時考慮變項關係與題意的要求。至於低解題正確率學生在解二階步比較類應用題時，以偏向於二個式子居多。也就是先算出第二個變項的答案後，再依據題意求出最後的解答。

㈡不同解題正確率學生解「不一致語言」問題產生「逆轉型錯誤」的分析

針對「不一致語言」問題中的關係句，中文的撰寫方式是直接出現「比（第二變項）（多）……」或「是（第二變項）的（N）倍……」。結果，從學生的口語訪談資料中，發現高解題正確率與低解題正確率學生在這類型問題上產生最多錯誤的原因是：忽略了關係句中的「比」或「是」這個重要關係詞，於是逆轉了問題中主詞及受詞的相對關係，而產生逆轉型錯誤。例如訪談材料中的「不一致語言，除—乘」問題。題目爲「白手帕每條賣20元，

是花手帕價錢的2倍，買6條花手帕要多少元？」學生的解答思考歷程爲：

「白手帕每條20元，花手怕的價錢是它的2倍，就先用白手帕的價錢去乘以2倍，再去乘以6條就知道答案了。」

是否是由於學生偏好以「一致語言」問題基模來理解「不一致語言」問題，所以在解題時就忽略了這個關係詞，仍有待進一步透過儀器對內在認知歷程加以探討，才能獲得更正確的答案。

在「不一致語言」問題中，另一個值得注意的現象是：在涉及除—乘運算的問題中，低解題正確率學生會因爲看到題目中出現N倍，就認爲是運用乘法運算。例如：

「……既然是2倍，那就用20乘以2，再乘以6就可以算出花手帕的價錢。」

這種現象，可以說是一種「關鍵字」解法。運用關鍵字來解題，在「不一致語言」問題中也會產生逆轉型錯誤。

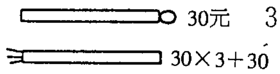
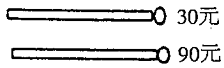
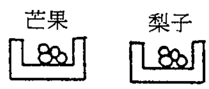
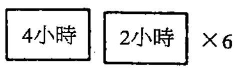
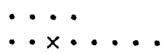
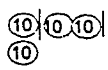
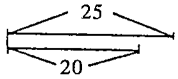
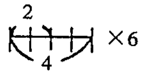
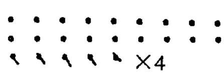
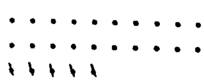
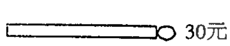
整體說來，從訪談資料中可以發現，低解題正確率學生的解題思考較不具統整性、會忽略關係句中二個變項的相對關係、以及依賴關鍵字解題。如果能針對這些特質，設計適當的解題策略，可能可以改善他們的解題表現。Carpenter（1985）和Schoenfeld（1985）都發現教室教學中較強調關鍵字的解題方法。Greeno（1987）以及Stigler, Fuson, Man, & Kim（1986）也指出：教科書的內容及教學上均較少用於練習表徵的技巧。由於在應用題中，數與數的關係有時較抽象，在此情況下，適當的圖解或具體化應有助於問題的解決。在設計實驗教學上，如果能對學生的先前圖示能力進行探討，可以使學生的學習更有效。

二、「圖示能力」訪談部份

(一)不同解題正確率學生解題的圖示類型之差異

研究者收集高、低解題正確率學生在訪談問題上的圖示方式，分成十三種，再依其特性歸納爲六類：標示法、並列法、線圖法、消去法、單量法、以及空白。學生解題所繪製的圖示類別、圖例、採用該圖示類別的百分比、以及採用該圖示類別解答正確的百分比如表五所示。將高、低解題正確率學生在解題策略細類上的反應百分比資料進行χ^2考驗，結果發現兩組的差異達顯著水準，$\chi^2=43.50$，$p<.01$。由二組學生所使用的策略細目百分比可以看出：在標示法方面，高解題正確率學生有40%在解題前已經算出未知量或者知道未知量的算法，並且傾向於用二個物體來代替已知量與未知量。而低解題正確率學生則只是依據題意單純畫出二個物體來代替已知量與未知量。約有38%的低解題正確率學生採用並列法策略，顯示低解題正確率學生傾向於注意已知量與未知量的數目，並以半具體圖形一個一個畫出來表示。另外，有15%低解題正確率學生採用單量法策略，只畫出已知量；高解題正確率學生則沒有人採用此種型式。在線圖法策略及消去法策略方面，二組學生的差異不大；而二組均有學生在某些題目上不會以圖來表示的情形。

表五　不同解題正確率學生採用的圖示類型、圖例、反應百分比、及解題正確百分比

圖示策略	細類	類別	圖例	反應百分比 高	反應百分比 低	解題正確百分比 高	解題正確百分比 低
標示法	1	畫出兩物體代表已知量與未知量，並標示出量，第二階步以數字運算式列出		3	8	100	80
	2	畫出兩物體代表已知量與未知量，未知量以數字運算式列出，但缺第二階步		37	5	68	33
	3	畫出兩物體代表已知量與未知量，未標示出量，並缺第二階步		3	12	50	57
並列法	4	以圓圈或其他圖形畫出已知量、未知量的數量、第二階步的運算以及答案		8	8	100	100
	5	以圓圈或其他圖形畫出已知量、未知量的數量、第二階步以數字運算式列出		8	5	100	33
	6	以圓圈或其他圖形畫出已知量、未知量的數量及第二階步的運算		8	10	80	67
	7	單純以圓圈或其他圖形畫出已知量、未知量，缺第二階步		0	15	0	44
線圖法	8	雙線圖示出已知量與未知量，缺第二階步		15	13	89	25
	9	單線圖示出已知量與未知量，第二階步以數字運算式列出		3	0	100	0
消去法	10	畫出已知量，再消去關係量，第二階步以數字運算式列出		7	2	75	100
	11	畫出已知量，再消去關係量，缺第二階步		0	5	0	67
單量法	12	只畫出已知量		0	15	0	22
空白	13	不會圖示		7	2	100	0

(二)不同解題正確率學生解比較類問題的圖示類別與解題正確率的關係

從表五中可以發現高解題正確率學生中， 若其所畫圖示屬於細類第1、4、5、9類圖示者，解答正確率較高，爲100%。不過，有1位高解題正確率學生不會利用圖來表示題意，但其答題正確率並不因此降低。低解題正確率學生中，以所畫圖示屬於第4、10細類的答題正確率最好，也爲100%。從細類的說明中發現：能正確解答者的圖示類型通常也同時包括已知量、未知量、以及第二階步的運算法。從學生在解題前，就已直接列出已知量，或是寫出第二階步的運算，可以發現許多學生在繪製適當圖示前，通常已經知道算式的列法，而非藉由圖示找出適當的解法。但是，從低解題正確率學生所畫的圖示類型中發現：不能圖示出第二階步者，解答正確率也較低（22%～67%）。因此，良好的圖示類型，應該是能提醒學生第二階步的運算。

在學生「圖示能力」訪談完成之後，研究者均再詢問學生對於運用圖示法解題的看法。持正面觀點的學生均認爲畫圖可以幫助自己更了解題目的意思，不會的問題透過畫圖可以較快想出解法。至於認爲圖示法對解題沒有幫助的學生表示：題目較抽象、或者數字較大時不知道要如何用圖來畫出。另一個造成學生在畫圖上的困難是圖意與題意的配合問題。由於學生並未從畫圖中得到協助解題的方式，所以畫圖反而成爲是一種負擔了。

在解題的表徵階段之教學方面，數學教育學者特別強調運用外在表徵策略來增進學生的解題能力，因爲這些策略可以使數學概念更具體化，減少某些概念的學習或作業的困難，使得數學更加容吸易引人（Defour-Janiner, Bednarz, & B'elanger, 1987）。Silver（1987）也指出：熟練的外在表徵策略可以使學生有較多的工作記憶來處理複雜的解題活動。使用外在表徵策略的教學，被認爲有助於兒童的數學學習，尤其是圖示法策略，是學者們建議採用的方式（Mayer, 1992; Silver, 1987）。不過，實徵研究上的結果顯示，單純的圖示策略對學生解比較類問題表現的效果並不一致（吳昭容，民79；謝毅興，民80；Willis & Fuson, 1988）。而包括語言轉譯訓練及圖示整合的表徵策略，已有研究發現可以增進大學低解題正確率學生解比較類問題的表現（Lewis, 1989b）。對國小低解題正確率學生來說，這種結合轉譯問題與整合訊息的表徵策略效果有待進一步的探討。實驗三就以在解「比較」類問題上有困難的低解題正確率學生爲對象，了解表徵策略教學對學生解題的效果。

實 驗 三

表徵策略教學的效果研究

本實驗中的表徵策略係根據實驗二的訪談發現及參考Lewis（1989b）的圖示策略設計而成。實驗教學的目的是教導學生運用適當的外在表徵的輔助，正確表徵問題的語意結構、同時藉以培養學生後設監控的能力以增進學生的解題表現（Lester, Garofalo, & Kroll, 1989; Schoenfeld, 1985; Paris & Winograd, 1990）。教學的重點是在教導問題表徵的二個階段：(1)語言轉譯，包括問題陳述的語意描述，和(2)問題整合，包括形成一個一致的、整合的結構以表示出題意間命題的關係（Mayer, 1985）。在語言轉譯階段，主要的是教導學生分辨應用問題敘述句的類型。在問題整合階段，主要的是教導學生畫出表示問題敘述及變項間關係的數線圖。

許多表徵教學的研究中，控制組並未進行教學，所以表徵教學後，學生能力的進步，並不能完全歸因於外在表徵的效果。有鑑於此，本實驗教學的設計中，控制組與實驗組一樣看過所有的問題，以去除練習和熟悉題目的效果。

方 法

一、受試者

本實驗受試者係實驗一之30名低解題正確率學生。將這些學生隨機分派為實驗組15名，控制組15名。二組學生在四年級下學期國語科及數學科成績之平均數、標準差，如表六所示。

表六 二組學生的特性

特性	實驗組		控制組	
	M	SD	M	SD
國語科成績	88.93	5.27	89.93	4.27
數學科成績	85.07	9.02	86.27	5.26
男	8名		4名	
女	7名		11名	
合計	15名		15名	

採用t檢定法分析二組學生在二類成績上的差異，結果在四年級下學期國語科成績上，$t(28)=-.57$，$p>.05$； 在四年級下學期數學科成績上，$t(28)=-.45$, $p>.05$。以上結果顯示兩組學生在前測上的能力是相當的。

二、材料與程序

㈠材料

為了配合表徵策略教學的實施，研究者設計了一套教學材料。其中，教學材料㈠是「判斷應用題句型」。此材料在界定應用題三類敘述句型（已知條件句、關係句、問題句）的意義，說明組合不同句型成為應用題的方式，並指出「比較類」應用題包括了三類敘述句型。教學材料㈡是「數線圖示步驟」。此材料係改編自Lewis（1989b）之設計， 將數線圖示方法分成六個步驟：⑴是「比較類」問題嗎? ⑵找「隱藏問題」——未知數，⑶先畫出「已知條件」，⑷再畫出「未知數」，⑸利用圖示寫出「未知數」的算式，⑹寫出完整算式。

控制組的活動包括將自已認為較困難的問題圈起來，以及在題目下面的五點量尺上評分。數字1代表「非常容易」、數字2代表「容易」、數字3代表「中等」、數字4代表「困難」、數字5代表「非常困難」。

㈡程序

在學生接受前測四個星期後，為學生實施三節課的教學，共計約120分鐘。教學由研究者親自擔任。二組活動重點如下：

實驗組——首先利用教學材料㈠介紹三類數學問題敘述句，然後利用練習卷㈠進行練習。

全部學生做完後，共同訂正作法是否正確。第二節課時，先複習比較類問題的意義，然後告訴學生可利用圖示法來解這類問題。接著請學生上臺畫出題目的意思，藉著討論學生的不同圖示方法再利用教學材料㈡示範數線圖示法的優點及方法。然後讓學生做練習卷㈡，同時共同討論正確的畫法。第三節課時，老師首先複習比較類問題的意義以及數線圖示的方法，然後發下練習卷㈢，做完後再共同訂正，確定學生都了解判斷問題敘述句畫圖的方法。

控制組——第一節課讓學生利用練習卷㈠，圈出自己認爲較困難的問題。第二、三節時則利用練習卷㈡、㈢進行問題困難度評分。

實驗處理結束後，利用二節團體活動課集合二組學生進行後測。受試者在前測時若接受甲式測驗，後測時作乙式測驗；前測時若接受乙式測驗者，則後測時作甲式測驗。在學生作答時，研究者提醒實驗組學生要先行畫圖再計算求解，至於控制組則沒有任何提示。

㈢資料分析

採用SPSS/PC統計套裝軟體程式進行二因子混合設計變異數分析，考驗前、後測間（測量階段）實驗組與控制組（組別）在數學解題測驗「標的題」、「遷移題」、「一般題」及「整體測驗」裡，解題時所產生的錯誤比率之交互作用。所有的考驗，自變項皆爲組別。在「標的題」和「遷移題」裡，以逆轉型錯誤比率爲依變項。在「一般題」與「整體測驗」中，則以全部錯誤比率爲依變項。

結果與討論

一、表徵策略教學對學生解「標的題」的效果

兩組受試者在「標的題」上，組別與測量階段的交互作用達顯著水準（$F(1,28)=9.69$，$P<.05$），進一步進行單純主要效果考驗。結果：

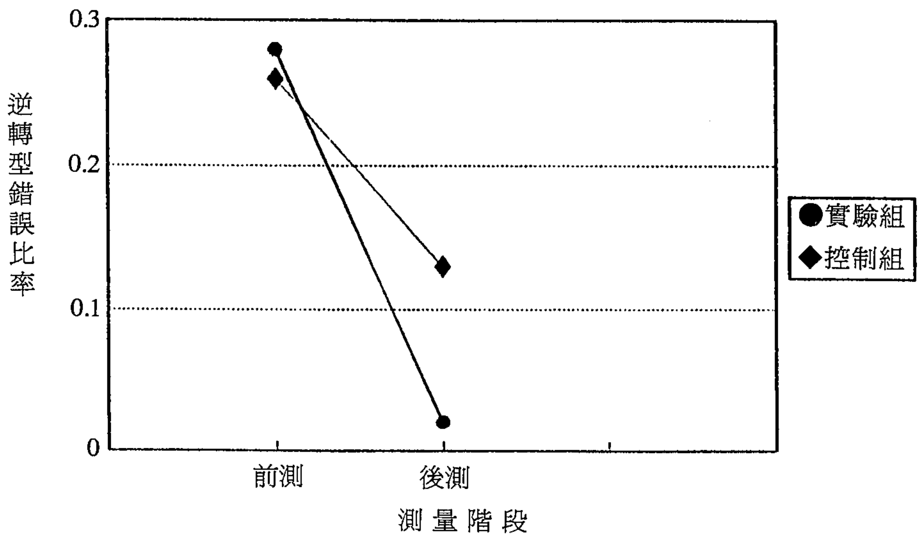
測量階段(B)在a1（實驗組）達顯著水準（$F(1,28)=53.00$，$p<.05$）；測量階段(B)在a2（控制組）也達顯著水準（ $F(1,28)=13.00$，$p<.05$ ）。這個結果顯示實驗組受試者在接受表徵策略教學後，以及控制組受試者在經過對題目評分的過程後，其解題時所產生的逆轉型錯誤比率均有明顯的改變。

組別(A)在b1（前測）未達顯著水準（$F(1,28)=.71$，$p>.05$）；組別(A)在b2（後測）達顯著差異（$F(1,28)=13.37$，$p<.05$）。亦即在前測階段，兩組受試者在解「標的題」時所產生的逆轉型錯誤比率沒有顯著差異；但在後測階段則有顯著差異。

將兩組受試者在解「標的題」時所產生的逆轉型錯誤比率繪製成圖三。由圖中實驗組與控制組的走勢來判斷，可以看出兩組的變化均有下降趨勢。

二、表徵策略教學對學生解「遷移題」的效果

在遷移題上，分析前測及後測的逆轉型錯誤比率組別與測量階段的交互作用效果，結果未達顯著水準（$F(1,28)=.84$，$p>.05$），顯示兩組學生在解「遷移題」時所產生的逆轉型錯誤比率並沒有顯著差異。



圖三　兩組學生解標的題所產生的逆轉型錯誤比率

三、表徵策略教學對學生解「一般題」的效果

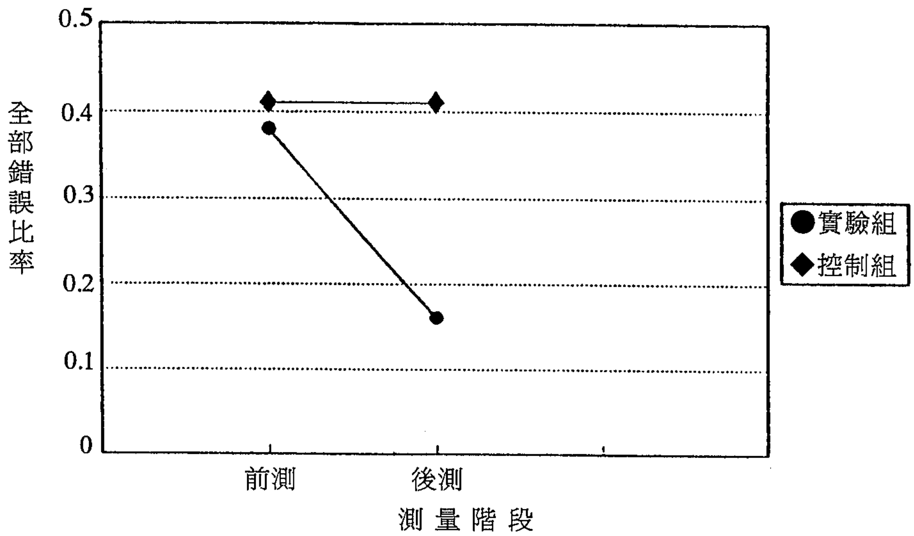
在「一般題」上，組別與測量階段的交互作用達顯著水準（$F(1,28)=8.26$，$p<.05$），於是再進行單純主要效果的考驗。結果經過實驗處理後，組別(A)在b2（後測）達顯著差異（$F(1,28)=15.92$，$p<.05$），所以兩組受試者在後測時解「一般題」所產生的全部錯誤比率有顯著差異 。測量階段(B)在a1（實驗組）達顯著水準（$F(1,28)=18.50$，$p<.05$）；在a2（控制組）則未達顯著水準（$F(1,28)=.00$，$p>.05$）。

圖四是學生在解一般題時， 從前測到後測的全部錯誤比率改變情形。由圖中可看出控制組的變化較小且平坦；實驗組的變化則較明顯，並有下降的趨勢。

四、表徵策略教學對學生整體解題表現的效果

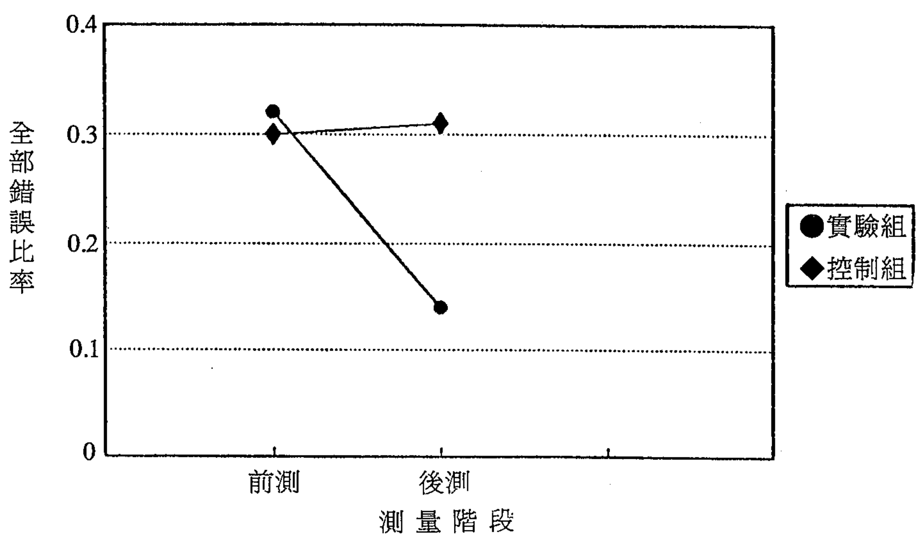
學生的整體解題表現，是以學生在「數學解題測驗」中所產生的全部錯誤比率進行分析。這些錯誤包括(1)標的題的逆轉型錯誤，(2)遷移題的逆轉型錯誤，(3)一般題的全部錯誤，及(4)標的題及遷移題中其他非逆轉型錯誤。

結果兩組受試者在組別與測量階段的交互作用達顯著水準（$F(1,28)=13.05$，$p<.05$）。在單純主要效果上，組別(A)在b1（前測）未達顯著水準（$F(1,28)=.33$，$p>.05$）；組別(A)在b2（後測）達顯著差異（ $F(1,28)=18.35$，$p<.05$）。而且測量階段(B)在a1（實驗組）達顯著水準（ $F(1,28)=33.00$，$p<.05$）；測量階段(B)在a2（控制組）未達顯著水準（$F(1,28)=.00$，$p>.05$）。這表示實驗組學生在接受表徵策略教學後，在數學解題測驗的全部錯誤上有明顯改變；而控制組則沒有明顯改變。



圖四　兩組學生解一般題所產生的全部錯誤比率

將二組學生從前測到後測在「數學解題測驗」上所產生的全部錯誤比率繪製成圖五。由圖中可以看出實驗組的變化則較明顯，並有下降的趨勢。



圖五　兩組學生在數學解題測驗中的全部錯誤比率

綜合上面的結果，將實驗三的主要發現分別敘述如下：透過學習理解語言敘述句、及繪製整合問題的數線圖之表徵策略教學，雖然教學的時間不長，卻已增進低解題正確率學生解「標的題」的表現。這點與吳昭容（民79）、 Lewis（1989b）的研究結果相似，和徐文鈺（民81）及Tamburino（引自Greeno, 1987）、Shalin and Bee（引自Greeno, 1987）、Willis and Fuson（1988）的實驗結果則不同。徐文鈺的實驗教學總共進行10節課，學生在二階步「相當問題」上的表現有進步。Tamburino的實驗中，學生經過22節課的學習後，在解簡單加減法應用題上有顯著的進步。Shalin and Bee的實驗教學時數超過15小時，結果沒有增進

解題表現。Willis and Fuson則進行了約11小時的教學，學生在解沒有關係句的題目上有進步。以上這些教學實驗，或是控制組完全沒有處理，或是沒有控制組的對照。因此學生解題能力的進步，可能只是練習及熟悉題目的緣故。本實驗教學的控制組學生，利用相同的時間進行對實驗材料困難度的評分，可以去除問題呈現的混淆效果。

不過，控制組學生從前測到後測，在數學解題測驗「標的題」上的表現也有差異。這可能是由於學生熟悉問題，因而改善了在解題時所產生的錯誤。

在遷移能力上，有意義學習的遷移理論預測：學習時，如果能了解問題中的重要結構成份，則可以幫助學生應用這些技巧到與訓練相似的情境中（Gick & Holyoak, 1983; Novick, 1988）。另一個遷移理論指出，當訓練作業所需的技巧是遷移作業的一般因素時，可以預測從一個作業到另一個作業的遷移（Simon, 1980）。本實驗表徵教學的設計，是以包含一個關係敘述句比較類問題的結構，作爲包含二個關係敘述句之複雜遷移問題結構的因素。研究中所使用的遷移問題結構是與標的題相似的，所以學生可以在表徵第一個關係敘述句後，再與第一個關係句相較，然後表徵第二個關係句。因此，只要將所教的數線圖示技巧做些許的修改，就可以順利解較複雜的比較類問題。但是本實驗中，在遷移題上從前測到後測的解題表現並未增加，顯示學生並未將所習得的技巧遷移到較複雜的解題作業上。

本實驗結果與遷移理論的預測並不一致，其原因可能是對國小學生來說，三節課的教學尙無法使學生將解二階步問題的技巧，遷移到在實驗教學中並沒有加以教導的三階步問題上。這點可以從學生的後測答案卷中，多數學生並未畫出第三個數量的關係位置看出。

學生接受表徵策略教學後，也改善了在非比較類問題的解題表現。在實驗教學中，雖然研究者並未特別針對一般題進行教學，但是在教學中，強調學生必須先判斷問題的敘述句後再畫圖才求解。這種整合的表徵策略，是否因此提供學生另一個參考架構，引導學生在語意上多去思考，將來值得再深入探討。

整體說來，本實驗中的表徵策略同時強調問題表徵階段中轉譯及整合兩個次階段，學生不僅是要理解問題中每個細節，同時也要理解整個問題結構。本實驗結果符合Kintsch and Greeno（1985）的說法，也與Lewis（1989b）的研究結果相一致。他們認爲在解題時，解題者必須先形成一個包含問題個別敘述訊息的語意基礎，然後解題者再依此產生一個問題模式來表徵問題，用以了解題意及隱藏的語意或數學結構基礎。

本實驗教學可以增進學生的解題表現，究其原因，除了表徵策略實驗教學的效果之外，值得注意的是：(1)接受本實驗所進行表徵策略教學的低解題正確率學生，本身在智力、國語及數學能力上均屬正常。(2)實驗所採用的二階步「比較類」問題是屬於四年級的程度，對五年級學生來說並不困難。基於此，表徵策略教學對於其他不同特質、不同年級解題表現的效果，仍有待再進一步的實驗來予以證實。

結　　論

實驗一發現低解題正確率學生在解題時所產生的錯誤類型，主要歸類爲「逆轉型錯誤」、「目標監控錯誤」、「計算錯誤」、「分數概念錯誤」、「書寫監控錯誤」、「空白／未完成」六類。另外也由變異數分析發現語言一致性、以及語言一致性和改變方向之交互作用顯著影響逆轉型錯誤的表現。這個結果符合Lewis and Mayer的「一致性效果」觀點。可以說：在前測時，國小低解題正確率學生解比較類應用題時，解題的困難主要是在問題表徵階段。

實驗二的第一個部份是「解題思考歷程」的訪談。結果顯示：在解題時的運算式上，高解題正確率學生傾向於依據題意列出完整的運算式。低解題正確率學生則傾向於列出二個式

子來求解。在「不一致語言」問題中，產生逆轉型錯誤的原因，主要有二類。一是忽略關係句中的「比」或「是」，而將句中的主詞與受詞的位置倒置，二是因為使用「關鍵字解法」。由這些發現，研究者認為好的解題教學應該要包括語意轉譯與整合二個階段，才能有效改善低解題題正確率學生的解題表現。

實驗二的第二個部份是「圖示能力」的訪談。結果發現：高、低不同解題正確率學生在解二階步比較類應用題時所畫的圖示類別有差異。低解題正確率學生所畫圖示中，如果缺少第二階步，解題正確率也較低。因此，好的圖示表徵，應具備提示學生第二階步運算的方法。在訪談裡，高、低解題正確率學生均表示自己在實際情境中使用圖示策略的情形並不多。其原因包括：抽象概念問題、或是問題數字太大時，不知如何圖示；圖示很浪費時間；有些問題不需要利用圖示也可以計算出答案。不過，學生均認為圖示可以增進自己了解問題的能力。研究者認為：如果能透過適當的教學，並教導學生知道在何時使用圖示法，也許可以增進低解題正確率學生的解題表現。

實驗三是表徵策略教學效果的實證研究。研究結果顯示：實驗組學生在數學解題測驗「標的題」、「一般題」及整體測驗上，從從前測到後測所產生的錯誤比率與控制組學生有顯著差異。但在「遷移題上」與控制組學生沒有顯著差異。

本實驗的表徵策略教學可以改善低解題正確率學生解二階步比較類問題、及非比較類問題的表現。其原因可能是表徵教學中同時強調語言轉譯和畫整合的數線圖，使學生在表徵階段注意題目的語意關係，同時藉由圖示增加學生的後設監控能力所致。至於本表徵策略教學對學生解三階步以上比較類問題的遷移表現並未提昇，其原因可能是教學時數不夠長的緣故。

參考文獻

吳昭容（民 79）：**圖示對國小學童解數學應用題之影響**。國立臺灣大學心理學研究所獨立研究。

徐文鈺（民 81）：圖示策略訓練課程對國小五年級學生的數學應用題解題能力與錯誤類型之影響。**國立臺灣師範大學教育心理與輔導研究所碩士論文**。

翁嘉英（民 77）：國小兒童解數學應用問題的認知歷程。**國立臺灣大學心理學研究所碩士論文**。

教育部（民 64）：**國民小學課程標準**。台北市：國立編譯館。

蔣治邦、鍾思嘉（民 80）：低年級學童加減法概念的發展。**國立政治大學「教育心理與研究」，14**，35 − 68。

謝毅興（民 80）：國小兒童解數學應用問題的策略。**國立臺灣大學心理學研究所碩士論文**。

Briars, D.J., & Larkin, J.H. (1984). An integrated model of skill in solving elementary word problems. *Cognition and Instruction, 1*, 245-296.

Carpenter, T.P. (1985). Learning to add and subtract. In E. A.Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pp.17-40). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

DeCorte, E., & Verschaffel, L. (1987). The effect of semantic structure on first graders' strategies for solving addition and subtraction word problems. *Journal for Research in Mathematics Education, 18*, 363-381.

Defour-Janvier, B., Bednarz, N., & Belanger, M. (1987). Pedagogical considerations concerning the problem of representation. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation* *in the teaching and learning of mathematics* (pp.109-122). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Gick, M.L. & Holyoak, K.J. (1983). Schema induction and analogical transfer. *Cognitive Psychology, 15*, 1-38.

Greeno, J.G. (1987). Instructional representations based on research about understanding. In A.H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp.61-88). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Greer, B. (1987). Nonconservation of multiplication and division involving decimals. *Journal for Research in Mathematics Education, 18*, 37-45.

Hegarty, M., Mayer, R.E., & Greeno, C.E. (1992). Comprehension of arithmetic word problems: Evidence from students' eye fixation. *Journal of Educational Psychology, 84*, 76-84.

Kaput, J.J. (1987). Representation systems and mathematics. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp.19-26). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Kintsch, W., & Greeno, J.G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review, 92*, 109-129.

Lester, F.K., Garofalo, J., & Kroll, D.L. (1989). Self-confidence, interest, beliefs, and metacognition: key influences a probelem-solving behavior. In D.B. McLend & V.M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective* (pp.515-588). New York: Springer-Verlag.

Lewis, A.B. (1989a). Training students to represent arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology, 81*, 521-531.

Lewis, A.B. (1989b). Enhancement of arithmetic word problem-solving skill through representation training. Unpublished Doctoral Dissertation of University of California, Santa Barbara.

Lewis, A.B., & Mayer, R.E. (1987). Students' miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology, 79*, 363-371.

Mayer, R.E. (1985). Implications of cognitive psychology for instruction in mathematical problem solving. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pp.123-138). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Mayer, R.E. (1987). *Educational psychology: A cognitive approach*. Boston, MA: Little, Brown.

Mayer, R.E. (1992). Cognition and instruction: Their historic meeting within educational psychology. *Journal of Educational Psychology, 84*, 405-412.

Morales, R.V., Shute, V.J., & Pellegrino, J.W. (1985). Developmental differences in understanding and solving simple word problems. *Cognition and Instruction, 2*, 41-57.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standers for school mahematics*. Reston, VA: NCTM.

Nodding, N. (1985). Small groups as a setting for research on mathematical problem solving. In E.A. Silver (Ed.), ***Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*** (pp.123-138). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Novick, L.R. (1988). Analogical transfer, problem similarity, and expertise. ***Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory,and Cognition, 14***, 510-520.

Paris, S.G. & Winograd, P. (1990). How metacognition can promote academic learning and instruction. In B.F. Jones & L. Idol (Eds.), ***Dimensions of teaching and cognitive instruction*** (pp. 15-51). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Putnam, R.T., Lampert, M., & Peterson, P.L. (1989). Alternative perspectives on knowing mathematics in elementary schools. ***Review of Research in Education, 16***, 57-150.

Riley, M.S., Greeno, J.G., & Heller, J.I. (1983). Development of children's problem-solving ability. In H.P. Ginsberg (Ed.), ***The development of mathematical thinking*** (pp.153-196). New York, NY: Academic Press.

Schoenfeld, A.H. (1985). Metacognitive and epistemological issues in mathematical understanding. In E.A. Silver (Ed.), ***Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspective*** (pp.361-380). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Schoenfeld, A.H. (1987). Cognitive science and mathematics education: An overview. In A.H. Schoenfeld (Ed.), ***Cognitive science and mathematics education*** (pp.1-31). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Silver, E.A. (1985). Research on teaching mathematical problem solving: Some underrepresented themes and needed directions. In E.A. Silver (Ed.), ***Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research prespectives*** (pp. 247-266).

Silver, E.A. (1987). Foundations of cognitive theory and research for mathematics problem-solving instruction. In A.H. Schoenfeld (Ed.), ***Cognitive science and mathematics education*** (pp.33-60). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Simon, H.A. (1980). Problem solving and education. In D.T. Tuma, & F.Reif (Eds.), ***Problem solving and education: Issues in teaching and research*** (pp.81-96). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Stigler, J.W., Fuson, K.C., Ham, M., & Kim, M.S. (1986). An analysis of addition and subtraction word problems in American and Soviet elementary mathematics textbooks. ***Cognition and Instruction, 3***, 153-171.

Vergnaud, G. (1987). Conclusion. In C. Janvier (Ed.), ***Problems of representation in the teaching and learning of mathematics***(pp.227-232). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Verschaffel, L., De Corte, E., & Pauwels, A. (1992). Solving compare problems : An eye movement test of Lewis and Mayer's consistency hypothesis. ***Journal of Educational Psychology, 84***, 85-94.

Willis, G.B., & Fuson, K.C. (1988). Teaching children to use schematics drawing to solve addition and subtraction word problems. ***Journal of Educational Psychology, 80***, 192-201.

Bulletin of Educational Psychology, 1994, 27, 259～279
National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan, R.O.C.

THE EFFECTS OF REPRESENTATION STRATEGY TEACHING ON THE PROBLEM SOLVING PERFORMANCE OF FIFTH GRADERS

Yun-Chyi Ho Chen-Shan Lin

ABSTRACT

This study investigated the effects of representation strategy teaching on the performance of low accuracy problem solvers. Three experiments were conducted. Thirty 5th graders who were identified as low accuracy problem solvers participated in Experiment Ⅰ. Results showed that the consistency effect mentioned in Lewis and Mayer(1987) was confirmed.

In Experiment Ⅱ, using verbal protocol data of 15 low and 15 high accuracy problem solvers. Two reasons which may explain reversal error in the inconsistent language problems were found to be: (1) the negligence of the words 'compare' and 'is' in relational statement, and (2) using keyword solving strategy. High and low accuracy problem solvers had distinct representational strategies in sovling two-steps compare word problems.

The subjects in Experiment Ⅲ were the same as those in Experiment Ⅰ. They were randomly assigned to experimental group and control group. The experimental group was instructed to translate statements in problems and to create number-line diagrams that integrated the information in compare problems, while control group was instructed to rate the difficulty of word problems. In summary, this study indicated that even with 40 minutes instruction of representation training to remediate students erroneous comprehension process for arithmetic word problems, can be useful to promote low accuracy problem solver's performance.

Key words: compare word problems, consistency effect, representation training