

# 解題時機與範例類型對學習成效 與認知負荷的影響\*

黃一泓

國立臺中教育大學  
數學教育學系

十二年國民基本教育課程綱要強調在課程中實施探索活動的重要性，如何實施探索活動，達到有效的教學目標，便成為在職老師的重要課題。本研究以數學科的「基本量與比較量」單元為實驗主題，國小六年級學童為實驗對象，以實驗研究法探討兩個因子：探索解題的時機（先解題／先閱讀）與範例學習的類型（比較範例／解題練習），對學習成效與認知負荷的影響。首先，研究者以兩因子來設計畫線段圖、操作線段圖，以及解基準量與比較量問題三個部分的實驗教材。其次，將 105 名學童隨機分派至四個不同的組別進行實驗操作。而在每個部份的教材學習完成後，以認知負荷量表來量測學童所感知的內在與外在認知負荷。最後，以學習成效測驗來評估學童在畫線段圖、操作線段圖，以及解基準量與比較量問題的表現。統計分析後，得到以下的結果：第一，兩因子間在認知負荷的感知以及測驗成績的表現上皆沒有顯著的交互作用；第二，先解題組學童在學習解基準量與比較量問題時感知的內在負荷顯著高於先閱讀組，先解題組學童在學習操作線段圖與解基準量與比較量問題時所感知的整體認知負荷顯著高於先閱讀組，而比較範例組與解題練習組在三個學習內容所感知的內在、外在，及整體認知負荷皆沒有顯著差異；第三，不同探索解題時機分組在三個學習內容的測驗成績上皆沒有顯著差異，而比較範例組在畫線段圖的測驗成績顯著優於解題練習組。最後，依據研究結果提出教學上的建議。

**關鍵詞：**探索學習、比較範例、認知負荷理論

---

\* 1. 本文通訊作者：黃一泓，通訊方式：[ehhwang@mail.ntcu.edu.tw](mailto:ehhwang@mail.ntcu.edu.tw)。  
2. 本文獲科技部經費補助，計畫編號：MOST 107-2410-H-142-006。

十二年國民基本教育課程綱要強調在課程中實施探索活動的重要性，在其數學領域核心素養具體內涵中指出：「具備轉化現實問題為數學的能力，並探索、擬定與執行解決問題計畫，…」(國家教育研究, NAER, 2016, 頁 4)；以及，在教學實施的第 14 點指出：「教師可運用數學奠基與探索活動，鼓勵學生利用數學解決生活中的實際問題。…」(NAER, 2016, p. 53)。因此，如何在課堂中實施探索活動，並達到有效的教學目標，便成為在職老師的重要課題。

最近, Alfieri 等人 (2011) 以 164 項的研究進行探索式學習的後設分析, 得到了兩個結果: 第一, 明示教學 (explicit instruction) 或直接教學比純粹探索學習 (pure discovery learning) 有效; 第二, 提供輔助的探索式學習較其他學習方式有效。因此, 只有讓學生進行探索活動可能會不利於學習, 而藉由回饋、工作範例、以及提示自我解釋的輔助式探索學習才能有利於學習。在這些輔助式的探索學習法中, 尤其以探索解題與範例學習的整合獲得了一些實證的成果, 這些研究皆指出: 先合作探索解題再接受直接教學或學習範例的學習者在學習成效的表現優於那些先接受直接教學或學習範例後再解題的學習者 (Glogger-Frey et al., 2017; Kapur, 2010, 2012; Loibl & Rummel, 2014; Roll et al., 2009, 2011; Roll et al., 2012; Schwartz & Martin, 2004; Westermann & Rummel, 2012)。

另一方面, 以認知負荷理論 (cognitive load theory, CLT) 觀點所提出的「工作範例原則」(worked-out examples) 建議: 在介紹相關領域的原理 (例如數學定理, 物理規律) 之後, 應呈現多個範例讓學習者研讀, 接著再讓學生練習解題, 這樣的學習順序可以得到比先解題再研讀範例更好的學習成效 (Renkl, 2011)。其理論基礎在於學習者在學習解決問題之前, 應先了解抽象原理, 以及其在解決問題中的應用。否則他們會因為缺乏理解相關的原理而只是在模仿解題的程序 (Kalyuga et al., 2003; Renkl & Atkinson, 2003)。對於輔助式探索學習與工作範例原則兩種不同的研究結果, 研究者認為可以藉由 Renkl (2014) 提出的四階段整合模型來解釋, 以下介紹此模型。

模型的第一階段為原則編碼, 此階段學習者應獲得關於領域的一些基本的陳述性知識 (declarative knowledge), 特別是用以引導他們解決問題的領域原理 (domain principles) (VanLehn, 1996)。第二階段為類比, 此階段應讓學習者將焦點放在如何應用原理來解決問題。一般而言, 老師藉由演示範例來進行教學, 而學習者則透過類比或模仿來學習 (VanLehn, 1998)。這個過程會藉由具體的範例來說明如何應用相關的領域原理。如果學習者可以透過相關的領域原理來進行編碼, 此範例就可以提醒學習者基礎的原理。然而, 可以應用抽象原理來模仿解題的程度則在不同的學習者間有所差異。至少在學習初期, 若多個範例的編碼尚無法引導學習者達到基模的一般化, 則透過類似範例的成功練習可能可以引導學習者達到解題基模一般化的程度 (Ross, 1989)。此階段藉由範例學習時的編碼, 以及後續練習解題的存取此編碼都有助於此基模的形成。當學習者在此內容領域中發展出如何解題的規則時 (Anderson et al., 1997), 則進入第三階段, 陳述性規則 (declarative rules) 的建立。此時, 他們正慢慢建構起如何解決 (部分) 問題的規則, 而在第二和第三階段中, 當學習者在解題遇到困難時, 通常會修正其部分錯誤的陳述性知識。最後則進入第四階段, 自動化和靈活化。因為此時他們已獲得了可以讓他們正確辨別問題類別並應用相對應的解題基模, 學習者已經學會了解決結構相同的問題。而此階段則藉由兩種方法來強化解題技能: 首先, 多個單一的解題程序可以結合為一個較大的解題程序, 使得解題技能可以變得自動化, 減少工作記憶的需求, 進而能快速的解題。第二, 根據 Schunk 與 Zimmerman (2007) 的研究, 學習者可能會調整自己的解題技能來面對問題的條件變化, 甚至結構特徵上的變化, 學習者因此獲得解題的靈活性。此四個階段的進行, 在不同階段之間沒有嚴格的界限。教師在教學時, 應特別注重第二階段的範例學習 (依賴類比)。範例學習的過程引導學習者如何應用原理來編碼具體的範例, 並且與學習者既有的基模相連結。使得學習者能在下一階段能獲得關於何時應用某種原理的陳述性規則。因此, 藉由範例來進行教學對學習者而言是必要的。

學習的第一階段為學習者獲得關於領域的基本陳述性知識, 特別是關於以後引導它們解決問題的領域原理。而「工作範例原則」強調: 介紹相關的領域原理後, 接著應呈現多個範例讓學習者學習。因此, 若在學習者沒有理解相關領域的知識就進入第二階段的範例學習, 可能會導致學習者只是在模仿範例的解題步驟, 無法理解範例的解題程序與底層領域原理的相關性, 因而影響後續解題基模一般化的能力。而在探索解題與範例學習整合的研究中 (Loibl & Rummel, 2014), 其實驗的主題皆為學習者尚未學習過的領域, 其控制組一開始皆直接教導範例, 也就是說在學習者尚未理解領域的基本原理時, 就進行範例學習, 自然會導致學習者只是在模仿範例中的解題步驟與程序, 因而對

解題基模一般化的發展沒有幫助。而這與「工作範例原則」所強調的先介紹相關領域原理後，再呈現多個範例讓學習者閱讀並不相同。另外，先解題後再研讀範例的解題皆採取學習者合作協同解決問題，然後再獨自研讀範例，而先研讀範例再解題組則全部都由個人單獨進行。所以，在實驗的條件並不相同的情況下，出現這樣的結果，或者不同的觀點。但是，此整合探索解題與範例學習的策略仍有它的貢獻，因為它似乎整合了 Renkl (2014) 提出的四階段模型的前三個階段。而「工作範例原則」，並沒有針對第一階段的建立學習者基本領域原理知識提出較好的學習策略。

這些探索解題與範例學習整合的研究皆實施兩階段學習，分別為探索解題階段與範例學習階段。在探索階段，先讓學習者進行合作探索解題，他們認為此過程會促使學生生活化與學習領域相關的先備知識與直覺的想法 (Kapur & Bielaczyc, 2012)。而在後續的範例學習，學生需比較正確與錯誤的範例，並說明錯誤解法的局限性以及與正確解法的差異。因此，為了解決學生在探索解題階段所察覺的知識差距，學生需要關注於學習內容的相關特徵，以能深入處理這些組件，從而解決知識差距。如果學生認為這些內容與修復他們的心智模型有關，那麼了解具體的知識差距可能會引發學生對於後續學習過程的主動處理，這個主動處理可以促進知識的獲取 (Chi, 2000; VanLehn, 1999)。因此，將正確與錯誤範例進行比較，可能是先探索解題再研讀範例這個學習策略獲取較佳結果的必要成分 (Loibl & Rummel, 2014)。然而，這些研究只告訴我們，先合作探索解題，然後再進行範例學習，會比先單獨研讀完整範例，接著在練習解題要來的好。在實驗的條件並不一致的情況下：一組是合作探索解題，而另一組則為獨自解題；以及一組為比較正確與錯誤的範例，另一組為學習完整範例。無法得知是探索解題的時機變項或是範例學習的類型變項對學習成效所造成的影響。Sweller 與 Paas (2017) 也指出，上述這些研究大都沒有適當的控制變量，且同時改變多個變量。而這樣的實驗設計無從得知究竟是哪個變量引起差異。

目前為止，雖然有部分探索解題與範例學習整合的研究會以認知負荷的觀點來分析學習過程，然而僅止於理論的探討，並沒有實際量測學習過程中學習者所感知的認知負荷 (Kapur & Bielaczyc, 2012; Loibl & Rummel, 2014)。此外，若實驗對象為小學生時，只使用一個題目，如“在剛才學習的過程中你付出了多少心力”，來量測學習者所感知的認知負荷，大都無法得到精確的測量 (黃一泓、謝進泰, 2016; Wong et al., 2012)。再者，若無法得知學習過程中學習者所感知的內在與外在負荷，則無法有效的使用 CLT 來分析學習者在學習過程中的認知與處理訊息狀況 (Leppink et al., 2013)。

所以，基於以上理由，為了控制實驗的條件，本研究排除合作學習的影響，讓學習者以個人學習的方式進行實驗，以國小數學科的「基本量與比較量」單元為實驗主題，六年級學童為實驗對象，以實驗研究法探討探索解題的時機與範例學習的類型兩因子對認知負荷與學習成效的影響。學習過程中將以 Leppink 與 van den Heuvel (2015) 開發的多向度量表來量測學習者所感知的內在與外在負荷，而將學習成效視為觀察增生負荷的客觀參考值。最後，分析兩因子對學童所感知的內在、外在，與整體認知負荷，以及在畫線段圖、操作線段圖，以及解基準量與比較量問題的測驗成績的影響。

### (一) 探索與範例學習整合之相關研究

Alfieri 等人 (2011) 認為單純探索學習 (pure discovery learning) 的效果有限，需提供輔助型的探索活動讓學習者可以主動投入建構知識，才能得到較好的學習成效，而此輔助應至少包含一種以下的策略：(a) 提供輔助探索的鷹架，(b) 需要學習者說明自己的想法並提供這些想法的回饋，或 (c) 提供如何完成任務的完整工作範例。而探索學習與範例學習整合作為輔助探索的學習策略已經顯示了此方式的潛在優點 (Glogger-Frey et al., 2017; Kapur, 2010, 2012; Kapur & Bielaczyc, 2012; Loibl & Rummel, 2014; Roll et al., 2009, 2011; Roll et al., 2012; Schwartz & Martin, 2004; Westermann & Rummel, 2012)。另外，Lee 與 Anderson (2013) 對於探索式學習法的研究也指出，將探索任務與後續的直接教學或範例學習結合起來是有意義的。而依據 Loibl 與 Rummel (2014) 的研究指出，這種整合大致可分為兩類，即發現法 (Invention) (Glogger-Frey et al., 2017; Roll et al., 2009; Schwartz & Martin, 2004)，與有生產力的失敗法 (productive failure) (Kapur, 2010) 兩種形式。以下分別介紹此兩種方法的實施策略。

## 1. 發現法

在發現法中，學習者以合作或協同的方式來進行探索活動。在探索階段時，提供學生探索問題的鷹架，被探索的問題以對比的方式來設計，提供多個案例讓學生探索，每一個被探索的案例只有一個特徵不同，而其他特徵則維持不變。探索過程會提示學生考慮所有的特徵，並且要求學生找出一個適用於所有對比案例的解決方案。此階段會盡可能輔助學生能找出超出其初始直覺想法的解決方案。一般在此階段時，學習者大都無法提出正確的解決方案，因此才有後續研讀完整工作範例的需求。在研讀範例階段，讓學生聚焦於正確的完整工作範例，其原因在於，假設學生在此階段很可能會意識到，正確的完整工作範例可以解決所有相關特徵的需求，因為它滿足所有對比的情況。

## 2. 有生產力的失敗法

在有生產力的失敗法中，學習者以合作或協同的方式來進行探索活動。在探索階段時，不提供輔助或提示鷹架來協助學習者探索，只期待此探索解題活動能活化相關的先備知識和直覺想法。探索問題中的案例沒有凸顯與解答相關的特徵，因此，學習者大都無法找出正確的解答，也不太可能產生超出其直覺想法的解答。由於學生無法找出正確的解決方案，解題過程中的掙扎可能會讓學生意識到知識落差，但卻無法指出哪些知識是他們缺乏的。而接下來研讀範例階段，則將重點放在學生直覺的錯誤解決方案上，說明這些錯誤想法的局限性以及與正確答案的差距。由於與問題解決相關的特徵沒有在探索解題階段中被突顯，所以此階段讓學生比較正確與錯誤的解決方案是必要的，以提高學習者意識到他們直覺想法的侷限性。接著，老師才會介紹正確的完整工作範例，並解釋它如何解決學生的直覺想法與正確方案間的差距。

Loibl 與 Rummel (2014) 認為，藉由提高學生對知識差距的認識，兩種研讀範例前探索解題的類型都可以引導學生，使得他們的直覺想法能盡可能的轉換為深層的概念知識。研究者分析這些研究主要有兩項特徵：第一項為探索解題的時機，即兩種方式都強調先探索解題後再學習相關的範例。第二項特徵為範例學習的類型：發現法聚焦於正確的完整工作範例；而有生產力的失敗法則讓學習者比較正確與錯誤的範例。然而，在實驗的條件沒有對齊下，無法得知是哪一個變項對學習成效所造成的影響。因此，為了對齊實驗的控制因子，本研究排除合作學習的影響，將所有實驗的條件一致，只探討探索解題的時機與範例學習的類型兩因子對學習成效與認知負荷的影響。

### (二) 比較範例的相關研究

學童在學習較複雜的新知識時容易出現迷思，而迷思概念通常需要一段時間的思考才能克服。造成此迷失的原因可能在於此新知識與學童的舊知識或直覺想法產生衝突或不一致。雖然行為主義原則認為：面對錯誤的解題範例時，可能會加強學生對此不正確概念的印象，因此不應該使用 (Skinner, 1961)。然而，有些研究顯示，向學生提供迷思的例子有時可以協助糾正錯誤的概念 (van den Broek & Kendeou, 2008)。因此，最近開始有研究嘗試在教材中加入錯誤的範例，引導學童藉由正確與錯誤範例的比較及反思，讓學童有機會發現迷思概念，進而促進正確概念的理解。(Durkin & Rittle-Johnson, 2012; Große & Renkl, 2007)。

然而，依據 Große 與 Renkl (2007) 針對大學生以機率為學習主題的研究：只有足夠先備知識的學習者才能從錯誤的範例中獲益；低先備知識的學習者沒有足夠的知識來理解錯誤的範例，透過正確範例的學習他們才能學到更多。此研究突顯了先備知識的重要性，若低先備知識的學習者只透過錯誤範例來學習，他們可能不明白這些錯誤的範例為什麼是錯的。而在另一項以醫學院學生為對象的研究指出，若能在錯誤的範例中提供詳細的說明來解釋為什麼此範例是錯的，學習者就能從中受益。但若只提供正確與錯誤的答案，則對學生沒有任何助益 (Durkin & Rittle-Johnson, 2012; Stark et al., 2011)。因此，同時提供學生正確與錯誤範例，要求學生從中比較、對比，以及解釋，似乎可以幫助不同先備知識的學生從錯誤的範例中學習。

目前提供錯誤的範例來學習的研究成果雖然不多，但是，根據 Durkin 與 Rittle-Johnson (2012) 的研究，藉由錯誤範例來學習，仍有下列優點：首先，可以改善學生形成正確概念的過程；其次，正確的解題程序有更多的機會讓學生選擇及採用；最後，可以突顯正確與錯誤解題範例兩者間的相

似與相異處。因為有上述的優點，因此研究人員開始制訂與設計相關的教材，鼓勵教師將此納入數學課程（Star et al., 2015）。

Durkin 與 Rittle-Johnson（2012）建議了幾個比較範例解決程序的鷹架：首先，正確與錯誤的範例需同時呈現；其次，需要提示問題讓學習者進行比較；最後，錯誤的範例必須是學生常見的迷思，而不是一些與概念無關的小錯誤。因此，期望教師將比較範例運用在教學上可以使學童獲得更多正確的概念與程序知識。所以，在本研究中，範例學習教材的實驗組，採用同時呈現正確與錯誤的範例，提示學童進行兩者差異的比較，並要求學童說明錯誤範例為什麼是錯誤的原因，藉此提供學童比較的鷹架。

### （三）認知負荷理論

#### 1. 理論概述

Sweller（2010a）將認知負荷的來源單一化，以學習者在學習過程所需處理的元素互動（element interactivity）量作為個體所感知之認知負荷，而元素互動量即代表學習者在學習過程中需同時處理的元素之個數。Sweller（2010b）進一步指出，透過自然演化而形成的認知結構構成了人類處理訊息的系統。因此，以生物演化論的觀點來考慮人類認知結構，進而理解認知處理的限制，是 CLT 的基本概念。在此概念下，學習是一個接收新訊息，與原有基模重組後，儲存在長期記憶區的過程。當碰到合適的情境時，會提取被儲存在長期記憶區中已組織好的且包含提取條件的基模。而沒有合適的基模可被提取時，中央處理單元會隨機選擇行動來處理，並評估其與新訊息重組的有效性。為了保證認知系統能可靠的運作，工作記憶區的容量有其限制。由於容量有限，因此，工作記憶區能同時處理的互動元素量是有限的。所以，對學習者而言，在其學習過程中，當要處理的互動元素量超過了工作記憶區的容量限制，即表示超出了學習者的認知處理限制造成認知超載，因而降低學習成效。依據互動元素量來定義學習者所感知的認知負荷有以下構成（黃一泓、謝進泰，2016；黃儒傑，2018；Kalyuga & Singh, 2016）。

（1）內在負荷（intrinsic load）。內在負荷由學習的材料與學習者的程度，兩者間的互動元素量所決定。從認知結構的觀點來看，即是學習者在學習過程中，需要同時處理與學習目標相關的互動元素量。

（2）外在負荷（extraneous load）。外在負荷被認為是在不改變學習目標的前提下，教學過程額外產生的互動元素量。從認知結構的觀點看，處理這些與學習目標無關的訊息且無助於基模建構的元素會浪費工作記憶區的認知資源，因而造成了學習者的外在負荷。

而增生負荷（germane load）代表了學習者為了克服內在負荷，因而投入心力至學習任務的認知資源。從認知結構的觀點看，增生資源指的是學習者主動投入認知資源來處理內在負荷，它不是一個獨立來源的認知負荷。因此，本研究以此新觀點作為研究設計的基礎，在不同的學習階段量測學童所感知的內在與外在負荷，並將其所感知的整體認知負荷視為內在與外在負荷的總和，而以學習成效作為判斷增生資源投入的依據。

#### 2. 認知負荷的量測

根據外在及內在負荷的特性，認知負荷是個多向度的指標，可被學習者感知。目前量測學習者感知之認知負荷的研究中，大約可分為以下兩類（Brünken et al., 2010）。

（1）主觀衡量法（subjective techniques）。假設學習者能將自己感知的負荷量化，常見的方式如量測個體感知的心智努力程度以及個體感知的任務難度或複雜度。

（2）客觀衡量法（objective techniques）。由客觀的現象或指標，來推估學習者的心智努力程度。常見的方式如：評量學習成效、測量個體完成任務的時間、雙任務評量法（dual-task measures）、以及學習過程中觀察個體的行為，如眼球移動軌跡、瞳孔放大情形、心跳、或血壓變化情形等。

上述的方法皆只能量測個體所感知的認知負荷總量，無法得知學習者所感知的內在與外在負

荷，因此，無法有效的分析學習者在學習過程中的認知與訊息處理狀況（黃一泓、謝進泰，2016；Wong et al., 2012）。本研究將以 Leppink 與 van den Heuvel（2015）開發的多向度量表來量測學習者所感知的內在與外在負荷，而將學習成效視為觀察增生負荷的客觀參考值。

#### （四）研究問題

本研究以國小六年級數學的「基本量與比較量」單元為實驗主題，採取 Huang（2018）以預先訓練學習策略所開發的一套教材，而此教材由三個部分所組成，分別為：畫線段圖、操作線段圖，以及學習如何利用前面兩部分所習得的知識來解完整的「基準量與比較量問題」。研究者將教材的前兩個部分以探索解題的時機與範例學習的類型兩因子作為自變項，設計成四個條件組，如表 1 所示，而第三部分的學習教材則四組皆一致，其目的在於觀察當他們經由前兩部分的實驗處理後，四組學童在面對相同的條件下，此兩自變項的影響。以下分別說明兩因子的教材設計理念。

針對探索解題的時機方面，採取兩種不同的形式：一種為閱讀範例後解題，另一種為解題後閱讀範例。閱讀範例與解題教材的呈現形式雖相同，但作為學習活動，先後順序不同其意義便不相同。以解題後閱讀範例的順序而言，解題的目的在於促使學童活化他們相關領域的先備知識與直覺的想法，而後續的閱讀範例則做為回饋，讓學生了解他們的解題是否正確。另一方面，以閱讀範例後解題而言，閱讀範例的目的是要讓學生理解如何應用領域原理來解決問題，而後續的解題過程則作為練習的目的，在假設學習者已理解範例的情況下，練習解決問題。所以，在此將解題的時機作為實驗的第一個自變項。

表 1  
實驗條件

		範例學習的類型	
		比較範例	解題練習
探索解題的時機	先解題	先解題—比較範例	先解題—解題練習
	先閱讀	先閱讀—比較範例	先閱讀—解題練習

在範例的類型方面，Durkin 與 Rittle-Johnson（2012）的研究指出，讓正確和錯誤範例同時呈現，並提示學生作比較，可以促進較佳的概念理解，而解題練習則可增加程序的熟練度。因此，研究者在第二個自變項，範例學習的類型，分別採用比較範例或解題練習兩種，來探討當此一變項與第一變項（探索解題的時機）對學習者學習成效與認知負荷的影響。

因此，根據 CLT 以及相關文獻的分析，本研究欲以驗證的研究問題如下：

（1）探討學童分別在學習畫線段圖、操作線段圖，及解基準量與比較量問題時，探索解題的時機與範例學習的類型兩因子對內在、外在及整體認知負荷的影響？

（2）探討探索解題的時機與範例學習的類型兩因子對學童在畫線段圖、操作線段圖，及解基準量與比較量問題測驗成績的影響？

#### （五）研究假設

研究者分別針對探索解題的時機與範例學習的類型兩因子對內在、外在及整體認知負荷與學習成效的影響提出假設。

關於探索解題的時機在學童學習畫線段圖、操作線段圖，及解基準量與比較量問題時，對內在、外在負荷及整體認知負荷的影響：首先，在畫線段圖與操作線段圖時，由於學習的教材皆相同，只是順序不同，因此兩不同分組所感知的內在負荷沒有顯著差異。然而，依據工作範例原則的相關研究（Kalyuga et al., 2003），由於先解題組可能會造成學習者大量搜尋可能的解法，因而使得他們感知的外在負荷顯著高於先閱讀組。最後由於先解題組感知的外在負荷顯著高於先閱讀組，因而使得先解題組學童所感知的整體認知負荷也會顯著高於先閱讀組；其次，在解基準量與比較量問題時，

此時與前兩部分學習的情境不同，不同分組的學童接受同樣的實驗處理，即閱讀工作範例後解題。而先解題組由於在前兩部分的學習時，其整體認知負荷皆高於先閱讀組，而這可能會妨礙學習，使得先解題組的能力可能較差於先閱讀組。因此，研究者假設，先解題組學童所感知的內在負荷顯著高於先閱讀組。而由於不同分組的學童皆接受同樣的實驗處理，因此他們所感知的外在負荷沒有顯著差異，最後，由於先解題組感知的內在負荷顯著高於先閱讀組，因而使得先解題組學童所感知的整體認知負荷也會顯著高於先閱讀組。

關於範例學習的類型在學童學習畫線段圖、操作線段圖，及解基準量與比較量問題時，對內在、外在負荷及整體認知負荷的影響。由於不同分組學童所面對的問題類型類似且教材呈現的方式也相同。因此研究者假設，不同範例學習類型分組的學童在學習畫線段圖、操作線段圖，及解基準量與比較量問題時，他們所感知的內在、外在，及整體認知負荷皆沒有顯著差異。

關於探索解題的時機對學童在畫線段圖、操作線段圖，及解基準量與比較量問題測驗成績的影響。由於先前研究者已假設先解題組在此三部分學習時所感知的整體認知負荷皆高於先閱讀組，而此高負荷可能會妨礙他們的學習。因此，研究者假設，先解題組在畫線段圖、操作線段圖，及解基準量與比較量問題的測驗成績皆顯著差於先閱讀組。

關於範例學習的類型對學童在畫線段圖、操作線段圖，及解基準量與比較量問題測驗成績的影響：由於比較範例較能促進概念性知識的成長，而畫線段圖的學習內容主要在概念的理解，因此研究者推論比解範例組在畫線段圖的測驗成績顯著優於解題練習組；其次，由於解題練習能促進程序性知識的成長，而操作線段圖的學習內容較偏重於解題程序，因此，研究者推論解題練習組在操作線段圖的測驗成績顯著優於比較範例組（Durkin & Rittle-Johnson, 2012）；最後，在解基準量與比較量問題部分，由於此學習內容包含畫線段圖與操作線段圖兩部分，在一消一長的情況下，研究者假設不同分組的學童在此部分的成績沒有顯著差異。

## 方法

### （一）實驗對象

本研究實驗的對象為中區某國小六年級四個班級共 105 位學童，於六年級上學期期中考試後一週來進行實驗，而實驗的課程內容為六年級下學期國小數學南一版第 12 冊第 3 單元，因此，絕大多數的學童都是第一次接觸此課程，可排除學童因為補習或其他因素而學習過此課程的影響。我們將四班的學童打散，然後隨機分派至四個不同的實驗組，成為一個標準的雙因子  $2 \times 2$  的實驗設計。

### （二）實驗程序

實驗共分為兩個階段進行：第一階段是學習「基準量與比較量」解題的教學範例，且在不同部分的學習告一段落，即量測學童感知的認知負荷；第二階段則評估學習成效。

階段一：此階段讓隨機分派後不同分組的學童參與如表 2 的教材學習流程。首先，在畫線段圖階段，先閱讀或先解題兩對教材，接著比較範例或解題練習一題教材，然後填量表。其次，在操作線段圖階段，進行與畫線段圖階段同樣的流程，只是教材不同。最後，所有學童以相同的順序學習同樣的教材，先學習「基準量與比較量問題」的完整範例，接著解一個類似的問題，進行閱讀解題兩對後，再填一次認知負荷量表。而不管是先解題或先閱讀，學習者在解完或閱讀完一個試題後，立即收回解完或閱讀完的紙本教材，不允許學童參考之前閱讀或解題完的教材。在此階段實驗前，藉由非參與本次實驗的 30 位學童進行預試來估計學習時間。以讓學童有充裕的時間作答為前提下，設定實驗的時間。而此階段實驗時間安排如下：閱讀一題 2 分鐘，解答一題 3 分鐘，比較範例 5 分鐘，填量表 2 分鐘，閱讀或解一題完整的解基準量與比較量問題 3 分鐘。總共需 48 分鐘。四組實驗的時間皆相同，因此，將學習者學習的時間固定且一致作為一控制變項。

階段二：在執行完階段一後休息十分鐘，接著實施學習成效測驗，實施時間為 30 分鐘。

表 2  
教材學習流程

畫線段圖（17 分鐘）	先閱讀／先解題兩對→比較範例／解題練習→填量表
操作線段圖（17 分鐘）	先閱讀／先解題兩對→比較範例／解題練習→填量表
解基準量比較量（14 分鐘）	先閱讀後解題兩對→填量表

故本實驗的自變項為探索解題時機與範例學習的類型兩個因子，依變項為學習成效與認知負荷。而控制變項為學習時間、與學習地點、紙本學習範例。

### （三）實驗工具

實驗工具共有三項，分別為範例與解題學習教材、學習成效測驗試題，以及認知負荷量表。分述如下：

#### 1. 範例與解題學習教材

範例與解題學習教材有三個部分，分別為畫線段圖、操作線段圖，以及解基準量與比較量問題。首先在畫線段圖部分，閱讀範例如圖 1 所示，解題如圖 2 所示。此部分教材的設計由簡單到困難，學童分別需要處理兩對試題：第一對為比較量未知，第二對為基準量未知。以先閱讀範例再解題分組為例，即先閱讀一題比較量未知的範例，然後解一題比較量未知的問題。當閱讀或解完兩對問題後，在比較範例組，接著要求學童比較一個如圖 3 的錯誤與正確解法的範例，並要求學童解釋。此範例的設計原則參考 Durkin 與 Rittle-Johnson（2012）的建議，同時呈現正確與錯誤的範例，並要求學童比較與解釋。而錯誤的解法則參考 Huang（2018）之學童典型錯誤類型來設計。而在解題練習組則需解兩題如圖 4 的問題，其目的在於訓練學童解題程序的熟練度。

圖 1  
畫線段圖（閱讀部分）

訓練 1-1. 小黃有 20 顆糖果，小欣的糖果個數為小黃的  $\frac{3}{5}$  倍，這句話的意思是：以

小黃的糖果個數為基準時，小欣的糖果個數為小黃的  $\frac{3}{5}$  倍；也就是說，用線段圖來表示，可以把小黃的糖果個數畫成 1 個單位長，小欣的糖果個數就相當於小黃糖果個數的  $\frac{3}{5}$  個單位長。

操作 a：以二條並排的線段圖來表達小欣與小黃糖果個數的關係。如下圖：

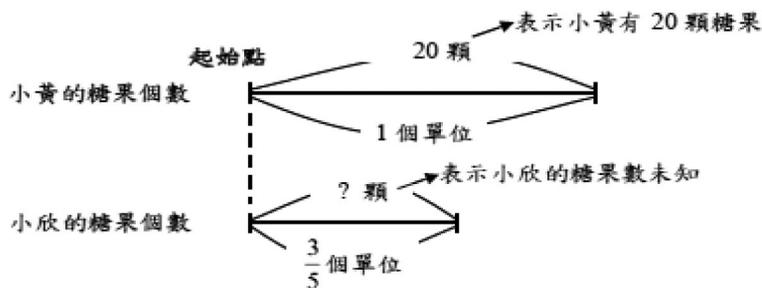


圖 2  
畫線段圖（解題部分）

訓練 1-2. 一件裙子 200 元，一條長褲的價格為一件裙子價格的  $\frac{4}{5}$  倍。  
畫出以二條並排的線段圖來表達長褲與裙子價格的關係。

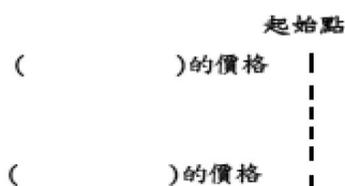


圖 3  
比較錯誤與正確解法（畫線段圖）

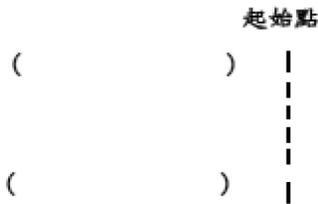
兔子的數量有 60 隻，兔子的數量為鴨子的  $\frac{2}{3}$  倍

正確的作法	錯誤的作法
<p>明明的想法：</p> <p>上面這段訊息中，只有「兔子的數量為鴨子的 <math>\frac{2}{3}</math> 倍」，是描述兩個數量間的關係。而這句話的意思是：以鴨子的數量為基準時，鴨子數量的 <math>\frac{2}{3}</math> 是兔子的數量；用線段圖表示時，可以把鴨子的數量畫成 1 個單位長，兔子的數量就是 <math>\frac{2}{3}</math> 個單位長。最後，再將兔子的數量「60 隻」標在線上，而鴨子的數量未知，就用「？隻」標在線上。</p>	<p>丁丁的想法：</p> <p>因為兔子有 60 隻，將兔子的數量畫成 1 個單位長，再將兔子 60 隻標上。而鴨子數量未知則畫成 <math>\frac{2}{3}</math> 個單位長，再標上「？隻」，即可。</p>

1. 上述兩種作法有何不同？
2. 為什麼丁丁的想法是錯誤的？

圖 4  
解題練習（畫線段圖）

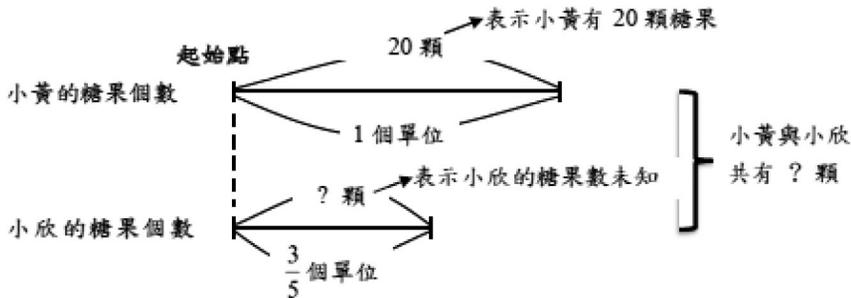
訓練 1-6. 鉛筆有 24 枝，鉛筆為原子筆的  $\frac{1}{3}$  倍。  
畫出以二條並排的線段圖來表達鉛筆與原子筆數量的關係。



接著說明操作線段圖部分。如前一部分的教材，學童須分別閱讀如圖 5 的範例，以及解答如圖 6 的試題。此兩部分的教材設計原則如同發現法（Roll et al., 2009, 2011; Roll et al., 2012; Schwartz & Martin, 2004），問題以一次改變一個特徵的形式呈現，學習者須學習能處理兩不同特徵的問題。當學童閱讀或解題完兩對問題後，在比較範例組，則接著呈現學童錯誤解法與正確解法的比對，要求學童比較與解釋，如圖 7 所示。而在解題練習組則需處理兩個如圖 8 的問題。

圖 5  
操作線段圖（閱讀部分）

訓練 2-1. 依據下圖二條並排的線段圖，找出小黃與小欣共有多少顆糖果？



操作 a：依據線段圖，算出題目的答案。

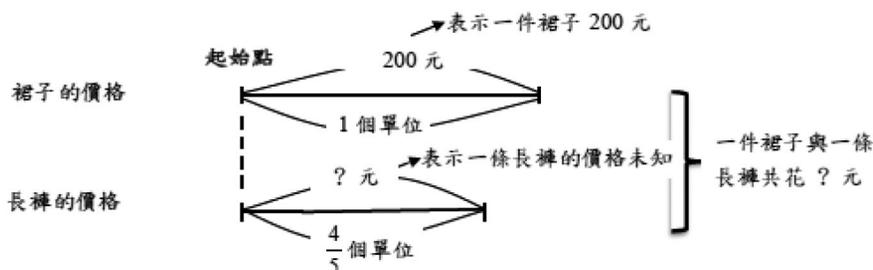
上圖中，表示小黃有 20 顆糖果，小欣的糖果數未知。當小黃的糖果個數為 1 個單位時，小欣的糖果個數相當於小黃的  $\frac{3}{5}$  個單位。

因此，小黃與小欣的糖果總單位數為  $(1 + \frac{3}{5})$  個單位。

所以，小黃與小欣的糖果個數共有  $20 \times (1 + \frac{3}{5}) = 20 \times \frac{8}{5} = 32$  ；共有 32 顆糖

圖 6  
操作線段圖（解題部分）

訓練 2-2. 依據下圖二條並排的線段圖，找出買一件裙子與一條長褲共花多少錢？



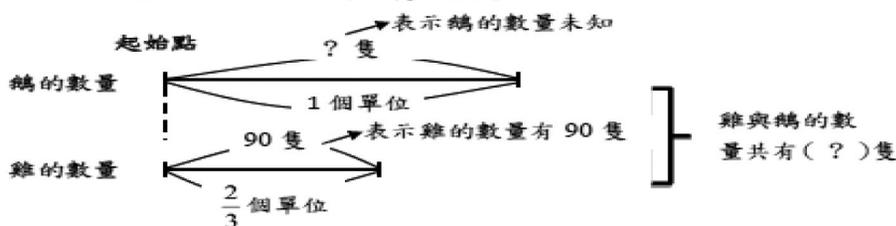
操作 b：請依據線段圖，算出題目的答案。

教材的第三部分則學習如何解基準量與比較量問題。此時四組學童皆受到同樣的實驗處理，要求他們先閱讀一個如圖 9 的完整範例後再解一個類似的問題，如圖 10。而此過程需進行兩次。

所有練習題評分標準如下：在畫線段圖與操作線段圖兩部分，解題一題 1 分，兩題共 2 分，比較範例與解題練習一題 4 分，總分為 6 分；在解基準量與比較量部分，一題 2 分，共 2 題，總分為 4 分。

圖 7  
比較錯誤與正確解法（操作線段圖）

依據二條並排的線段圖，找出共有幾隻雞與鵝？



正確的作法	錯誤的作法
<p>麗麗的算法：</p> <p>先注意兩量間的關係，上圖中，鵝的數量為 1 個單位，雞的數量為 <math>\frac{2}{3}</math> 個單位，</p> <p>因此，鵝數量的 <math>\frac{2}{3}</math> 是雞的數量。而鵝的數量未知，雞的數量有 90 隻。</p> <p>鵝的數量未知，用 <math>\square</math> 代替。</p> <p>列式：<math>\square \times \frac{2}{3} = 90</math></p> <p><math>\square = 90 \div \frac{2}{3}</math>；<math>\square = 90 \times \frac{3}{2} = 135</math></p> <p>所以，雞與鵝的數量共有 <math>90 + 135 = 225</math></p> <p style="text-align: right;">答：共有 225 隻</p>	<p>小華的算法：</p> <p>上圖中，雞的數量有 90 隻，而</p> <p><math>90 \times \frac{2}{3} = 60</math> 就是鵝的數量</p> <p>所以，雞與鵝的數量共有 <math>90 + 60 = 150</math></p> <p style="text-align: right;">答：共有 150 隻</p>

1. 上述兩種作法有何不同？

2. 為什麼小華的算法是錯誤的？

圖 8  
解題練習（操作線段圖）

訓練 2-6. 依據下圖二條並排的線段圖，找出蘋果與香蕉總共有多少個？

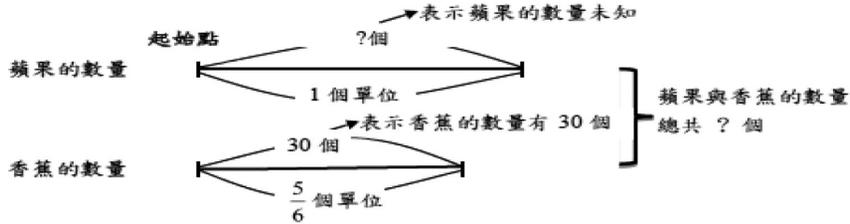
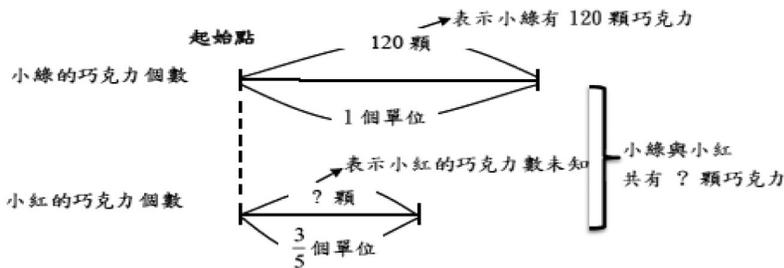


圖 9  
解基準量與比較量問題（閱讀部分）

1. 小綠有 120 顆巧克力，小紅巧克力個數為小綠的  $\frac{3}{5}$  倍，請問小綠與小紅共有幾顆巧克力？

步驟一：以線段圖來表達小綠與小紅巧克力數量的關係，如下圖：



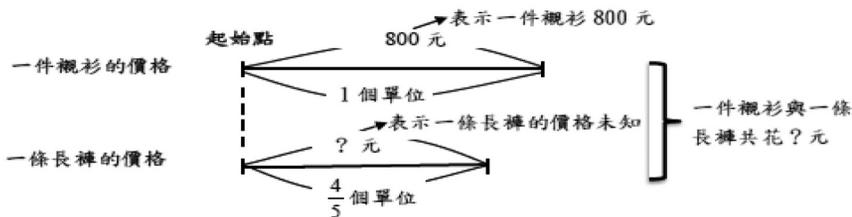
步驟二：依據線段圖，算出題目的答案。（小綠與小紅共有幾顆巧克力？）

小綠與小紅的巧克力個數共有	$120 \times (1 + \frac{3}{5}) = 120 \times \frac{8}{5} = 196$	答：共有 196 顆巧克力
---------------	---	---------------

圖 10  
解基準量與比較量問題（解題部分）

2. 老師到百貨公司買一件襯衫與一條長褲，其中襯衫的價格為 800 元，而長褲的價格為襯衫的  $\frac{4}{5}$  倍，請問老師買一件襯衫與一條長褲共有多少錢？

步驟一：以線段圖來表達一件襯衫與一條長褲價格的關係，如下圖



步驟二：請依據線段圖，算出題目的答案。

## 2. 學習成效測驗試題

學習成效測驗的試題分別對應到教材的三個部分，即畫線段圖、操作線段圖，解基準量與比較量問題。其中畫線段圖的重點在於判斷誰是基準量誰是比較量，較傾向於題意概念的理解。而操作線段圖的重點則在於根據線段圖的線索，列出其相對應的算式，較傾向於程序的操作。最後的基準量與比較量試題則評估學習者的解題能力，此能力包含了前面兩部分的知識與技能。學習成效測驗的試題如圖 11，而其雙向細目如表 3 所示。試題的評分標準如下：1-4 題為填充題，其中 1-3 題的每一小題與第 4 題答對給 1 分；5-9 題為計算題，第 5 題答對給 2 分，計算錯誤但列式正確給 1 分；6-9 題則依據基準量與比較量的判斷是否正確，答對給 2 分，以及是否能依據線段圖的線索列出算式並正確求出答案，答對給 2 分，因此一題滿分為 4 分。

圖 11  
學習成效測驗試題

1. 藍彩帶的長是紅彩帶的  $\frac{2}{3}$  倍

(1) 畫線段圖時，應把( )畫為 1 個單位長，( )畫為個  $\frac{2}{3}$  單位長。

(2) 如果紅彩帶長 12 公尺，則藍彩帶長( )公尺。

2. 甲的錢是乙的錢的  $\frac{2}{5}$  倍。

(1) 畫線段圖時，應把( )畫為 1 個單位長，( )畫為個  $\frac{2}{5}$  單位長。

(2) 如果甲的錢是 100 元，乙的錢是( )元。

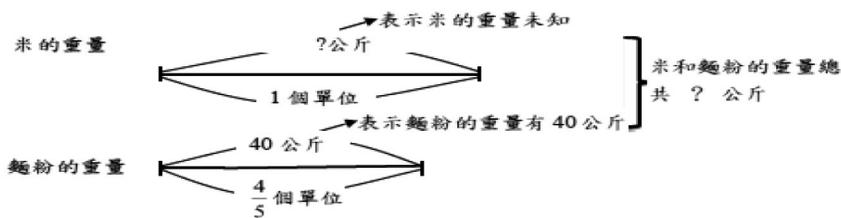
3. 哥哥有 160 元，弟弟有 40 元。

(1) 弟弟的錢是哥哥的( )倍。

(2) 哥哥的錢是弟弟的( )倍。

4.  $\square \times \frac{5}{8} = 120$ ，請問  $\square$  為多少？( )。

5. 依據下圖二條並排的線段圖，找出米和麵粉的重量總共多少公斤？



6. 故事書一本為 60 元，故事書的價格為名人傳記的  $\frac{3}{4}$  倍，請問買一本故事書與一本名人傳記共花了多少錢？

7. 靈芬的錢是小玲的  $\frac{5}{4}$  倍，已知小玲有 120 元，靈芬和小玲合起來共有多少元？

8. 花園裡種了白玫瑰與紅玫瑰，種白玫瑰的面積為 144 公頃，種白玫瑰的面積為種紅玫瑰面積的  $\frac{3}{4}$  倍，請問花園中種白玫瑰與紅玫瑰的面積相差多少？

9. 黃色彈珠與藍色彈珠總共 84 顆，其中黃色彈珠是藍色彈珠的  $\frac{3}{4}$  倍，請問黃色彈珠與藍色彈珠各有多少顆？

表 3  
學習成效測驗試題雙向細目表

教材內容	偏概念理解	偏程序操作	解題能力
畫線段圖	1, 2, 3		
操作線段圖		4, 5	
解基準量與比較量問題			6, 7, 8, 9

### 3. 認知負荷量表

量表的設計依據 Leppink 與 van den Heuvel (2015) 的建議實施。此量表有六個題目：其中三題用來量測學習者的內在負荷，設計的理念來自內在負荷的定義，即元素的複雜度。以其中一題為例，“剛才閱讀的教材，其中所說明的內容，是否複雜？”，用以檢測學習者在學習過程中所感知的教材複雜度；另外三題用來量測學習者的外在負荷，設計的理念來自外在負荷的定義，即教材設計的呈現方式是否可以讓學習者清楚理解。以其中一題為例，“剛才閱讀的教材，其中的說明和解釋，是否清楚？”，用以檢測學習者在學習過程中是否能了解教材所表達的意義。此量表在不同條件下所量測的 Cronbach's  $\alpha$  信度係數介於 .71~.91，具備良好的內部一致性信度 (Leppink et al., 2013)。另外，由於此量表原先的實驗對象為大學生，考量國小學童可能無法確實辨別不同等級的差異，因此，將原本的九點量表修改為五點量表，並經由國小國文老師的協助，將部分文字修改為學童可理解的程度。

#### (四) 資料分析

本研究使用 SPSS 18.0 為統計分析軟體來分析實驗所得之資料，而分析方法分別為：統計內在、外在，及整體認知負荷、學習成效測驗，及練習成績的平均數與標準差；以 Cronbach's  $\alpha$  信度係數，檢視認知負荷量表、學習成效測驗試題，及練習成績的信度；以因素分析法來驗證認知負荷量表的因素效度；以探索解題時機及範例學習類型為自變項，內在與外在負荷為依變項，進行雙因子多變量分析；以探索解題時機及範例學習類型為自變項，整體認知負荷為依變項，進行雙因子變異數分析；以探索解題時機及範例學習類型為自變項，學習成效測驗的畫線段圖、操作線段圖，與解基準量比較量問題成績為依變項，進行雙因子多變量分析；以探索解題時機及範例學習類型為自變項，練習成績的畫線段圖、操作線段圖，與解基準量比較量問題成績為依變項，進行雙因子多變量分析。

## 結果

### (一) 描述性統計資料

經剔除五位填寫不完整或誤填的學童資料後，對剩餘 100 位學童的資料進行分析，各實驗分組分別有 25 位。三次量測之內在與外在負荷平均數如表 4 所示。而各分組畫線段圖、操作線段圖，及解基準量比較量問題學習成效測驗及練習成績的平均數分別如表 5 與表 6。

### (二) 統計檢定

#### 1. 認知負荷量測指標的檢定

首先採用 Cronbach's  $\alpha$  信度係數，以檢視認知負荷量表的信度。根據各組學習者在量表填答的數據，可得其 Cronbach's  $\alpha$  值為 .96，此結果說明本實驗所得量表數據具有良好的內部一致性信度。

接著將學童在學習階段所測三次認知負荷量表的數據進行因素分析，其 KMO 量數分別為 .87、.89，以及 .87，Bartlett 的球形檢定  $\chi^2$  分別為 523.15、679.29，以及 786.32 皆達顯著水準 ( $p < .001$ )，表示適合進行因素分析。在估計因素負荷量時採用主成分法進行估計，接著再以最大變異法進行轉軸，擷取 2 個因子，分別為前三題構成內在負荷，以及後三題構成外在負荷，總累積解釋

變異分別為 85.39%、88.23%，以及 90.76%，顯示認知負荷量表具有因素效度。

**表 4**  
認知負荷的描述性統計表

階段	分組 (滿分)	先解題組 $M (SD)$		先閱讀組 $M (SD)$	
	範例分組	比較範例	解題練習	比解範例	解題練習
	人數	25	25	25	25
一	內在負荷 (5)	2.12 (.89)	2.41 (1.06)	2.16 (.78)	1.91 (.79)
	外在負荷 (5)	2.13 (.88)	2.43 (1.07)	2.36 (.85)	2.04 (.81)
二	內在負荷 (5)	2.21 (.85)	2.15 (1.25)	1.83 (.87)	1.61 (.72)
	外在負荷 (5)	2.06 (.91)	2.25 (1.01)	2.01 (.80)	1.67 (.72)
三	內在負荷 (5)	2.05 (.86)	2.16 (1.19)	1.81 (.84)	1.53 (.65)
	外在負荷 (5)	1.98 (.89)	2.23 (1.15)	1.91 (.79)	1.72 (.77)

**表 5**  
學習成效的描述性統計表

分組 (滿分)	先解題組 $M (SD)$		先閱讀組 $M (SD)$	
範例分組	比較範例	解題練習	比解範例	解題練習
畫線段圖 (6)	4.76 (1.72)	3.68 (1.93)	4.52 (1.50)	3.80 (1.73)
操作線段圖 (3)	1.96 (1.14)	1.84 (1.25)	1.92 (.91)	2.44 (.82)
解基準量比較量 問題 (16)	9.80 (5.31)	8.52 (4.98)	9.08 (4.24)	8.56 (5.01)

**表 6**  
練習成績的描述性統計表

分組 (滿分)	先解題組 $M (SD)$		先閱讀組 $M (SD)$	
範例分組	比較範例	解題練習	比解範例	解題練習
人數	25	25	25	25
畫線段圖 (6)	3.28 (1.74)	2.52 (1.92)	4.12 (1.90)	4.04 (1.81)
操作線段圖 (6)	3.80 (1.45)	4.04 (1.84)	4.16 (1.74)	5.42 (.91)
解基準量比較量 問題 (4)	2.48 (1.23)	2.44 (1.26)	3.12 (1.05)	2.80 (1.08)

為探討探索解題時機與範例學習類型兩因子對認知負荷的影響，以內在與外在負荷兩因子為依變項，探索解題時機與範例學習類型為自變項，進行雙因子多變量分析。首先檢定探索解題時機與範例學習類型兩因子在三次量測的內在與外在負荷是否有交互作用。根據表 7 顯示，三次量測的內在與外在負荷在兩因子間皆沒有交互作用。

**表 7**  
兩因子對內在與外在負荷交互作用檢定摘要表

不同階段	Wilk's $\Lambda$	$df$	顯著值
畫線段圖	.97	(2, 95)	.24
操作線段圖	.95	(2, 95)	.073
解基準量與比較量	.99	(2, 95)	.51

由於交互作用不顯著，因此，分別針對三次學習的兩因子對內在與外在負荷的影響作「主要效果」檢驗，而其多變量檢定摘要表如圖 8 所示。

**表 8**  
兩因子對內在與外在負荷多變量檢定摘要表

變異來源	不同階段	Wilk's $\Lambda$	$df$	顯著值
探索解題時機	畫線段圖	.97	(2, 95)	.27
	操作線段圖	.94	(2, 95)	.052
	解基準量與比較量	.94	(2, 95)	.041
範例學習類型	畫線段圖	.99	(2, 95)	.96
	操作線段圖	.99	(2, 95)	.72
	解基準量與比較量	.98	(2, 95)	.47

由於只有不同探索解題時機分組學童在學習解基準量與比較量問題時達顯著差異，因此，分別針對其內在負荷與外在負荷作單變量檢定。在內在負荷， $F(1, 96) = 5.73$ ， $MSE = .82$ ， $p = .019$ ，在分組上達顯著水準；在外在負荷， $F(1, 96) = 2.59$ ， $MSE = .83$ ， $p = .11$ ，不同分組間未達顯著差異。

接著將內在與外在負荷加總，將其視為學童所感知的整體認知負荷，針對三次學習的量測值進行雙因子變異數分析。首先檢定探索解題時機與範例學習類型兩因子間是否有交互作用。根據表 9 顯示，三次量測的整體認知負荷在兩因子間皆沒有交互作用。

**表 9**  
兩因子對整體認知負荷交互作用檢定摘要表

不同階段	$F$	$df$	$MSE$	顯著值
畫線段圖	2.92	(3, 96)	2.10	.09
操作線段圖	.95	(3, 96)	.72	.33
解基準量與比較量	1.34	(3, 96)	.77	.25

由於交互作用不顯著，因此，分別針對三次學習的兩因子對整體認知負荷的影響作「主要效果」檢驗。根據表 10，只有不同探索解題時機分組的學童在學習畫線段與解基準量與比較量問題時，其所感知的整體認知負荷達顯著差異。

**表 10**  
兩因子對整體認知負荷變異數檢定摘要表

變異來源	不同階段	$F$	$df$	$MSE$	顯著值	事後比較
探索解題時機	畫線段圖	.85	(1, 96)	.72	.36	
	操作線段圖	5.02	(1, 96)	.76	.027	先解題 > 先閱讀
	解基準量與比較量	4.28	(1, 96)	.77	.041	先解題 > 先閱讀
範例學習類型	畫線段圖	.00	(1, 96)	.72	.98	
	操作線段圖	.40	(1, 96)	.76	.53	
	基準量與比較量	.03	(1, 96)	.77	.87	

## 2. 學習成效測驗成績的檢定

首先採用 Cronbach's  $\alpha$  信度係數，以檢視學習成效測驗試題的信度。根據學童作答的數據，可

得其 Cronbach's  $\alpha$  值為 .71，此結果說明本研究的學習成效測驗試題具有可接受的內部一致性信度。

為探討探索解題時機與範例學習類型兩因子對學習成效測驗成績的影響。以畫線段圖、操作線段圖，與解基準量比較量問題的測驗成績為依變項，探索解題時機與範例學習類型為自變項，進行雙因子多變量分析。探索解題時機與範例學習類型兩因子交互作用的 Wilk's  $\Lambda(3, 94) = .97, p = .48$ ，未達顯著水準，表示兩因子間沒有交互作用。

由於交互作用不顯著，因此，分別針對探索解題時機與範例學習類型兩因子在畫線段圖、操作線段圖，與解基準量比較量問題的測驗成績作「主要效果」檢驗。而其多變量檢定的結果如表 11 所示，只有在範例學習類型因子達顯著水準。因此，分別針對三部分的測驗成績作單變量檢定。其在畫線段圖， $F(1, 96) = 6.79, MSE = 2.98, p = .01$ ，在分組上達顯著水準，即學童在比較範例組其畫線段圖的測驗成績顯著顯著優於解題練習組；而在操作線段圖的測驗成績， $F(1, 96) = .92, MSE = 1.09, p = .34$ ，在解基準量比較量問題的測驗成績， $F(1, 96) = .84, MSE = 24.00, p = .36$ ，不同分組間皆未達顯著水準。

**表 11**  
兩因子在學習成效測驗成績的多變量檢定

變異來源	Wilk's $\Lambda$	<i>df</i>	顯著性
探索解題時機	.97	(3, 94)	.39
範例學習類型	.90	(3, 94)	.019

### 3. 學習過程練習成績的檢定

首先採用 Cronbach's  $\alpha$  信度係數，以檢視練習試題的信度。根據學童作答的數據，可得其 Cronbach's  $\alpha$  值為 .64，此結果說明本研究的學習成效測驗試題具有可接受的內部一致性信度。

為探討探索解題時機與範例學習類型兩因子對練習成績的影響。以畫線段圖、操作線段圖，與解基準量比較量問題三部分練習成績為依變項，探索解題時機與範例學習類型為自變項，進行雙因子多變量分析。探索解題時機與範例學習類型兩因子交互作用的 Wilk's  $\Lambda(3, 94) = .96, p = .24$ ，未達顯著水準，表示兩因子間沒有交互作用。

由於交互作用不顯著，因此，分別針對探索解題時機與範例學習類型兩因子在畫線段圖、操作線段圖，與解基準量比較量問題的練習成績作「主要效果」檢驗。而其多變量檢定的結果如表 12 所示。

**表 12**  
兩因子在練習成績的多變量檢定

變異來源	Wilk's $\Lambda$	<i>df</i>	顯著值
探索解題時機	.85	(3, 94)	.001
範例學習類型	.88	(3, 94)	.008

在探索解題因子達顯著水準。因此，分別針對三個測驗成績作單變量檢定，檢定結果如表 13 所示。不同探索解題分組學童在畫線段圖、操作線段圖，及解基準量與比較量問題練習成績的表現上皆達顯著差異。而不同範例學習類型分組學童只有在操作線段圖時的練習成績的表現上達顯著差異。

**表 13**  
兩因子對練習成績變異數檢定摘要表

變異來源	不同階段	<i>F</i>	<i>df</i>	<i>MSE</i>	顯著值	事後比較
探索解題 時機	畫線段圖	10.22	(1, 96)	3.41	.002	先閱讀 > 先解題
	操作線段圖	14.67	(1, 96)	3.73	.000	先閱讀 > 先解題
探索解題 時機	解基準量與比較量	4.65	(1, 96)	1.34	.034	先閱讀 > 先解題
範例學習 類型	畫線段圖	1.30	(1, 96)	3.41	.26	
	操作線段圖	4.29	(1, 96)	3.73	.041	解題練習 > 比較範例
	解基準量與比較量	.60	(1, 96)	1.34	.44	

## 討論

### (一) 研究結論分析

本研究以國小六年級學童為研究對象，以國小數學科「基準量與比較量」單元為學習主題，依據解題的時機與範例學習的類型兩因子，設計一個 2×2 的雙因子實驗。實驗前將學習者隨機分派至四個不同的實驗組，而實驗過程中讓學習者以個人自行研讀紙本教材的方式進行，並且在不同的學習階段量測學習者所感知的內在與外在負荷，然後進行學習成效測驗，評估學習者在畫線段圖、操作線段圖，以及解基準量比較量問題三部分的學習成效，以下討論統計檢定的結果。

#### 1. 探索解題時機與範例學習類型兩因子對認知負荷的影響

本研究修改 Leppink 與 van den Heuvel (2015) 所開發的多向度量表來量測學習者在三個學習階段所感知的認知負荷，並以因素分析法有效地萃取出內在與外在負荷，接著再以雙因子多變量分析及雙因子變異數分析得到以下的結果：在學習畫線段圖時，學童所感知的內在、外在，以及整體認知負荷在不同的分組間皆沒有顯著差異；學習操作線段圖時，學童所感知的整體認知負荷在不同探索解題時機分組間則有顯著差異；在解基準量比較量問題部分，學童所感知的內在負荷在不同解題時機分組間達顯著差異，學童所感知的整體認知負荷在不同解題時機分組間達顯著差異。由於此結果與研究假設並不一致，以下研究者將探討其可能的原因。

在探索解題時機因子方面，首先分析畫線段圖部分，不同分組間外在負荷與整體認知負荷皆不顯著的結果與研究假設並不一致。觀察表 4 階段一外在負荷那一列，在搭配解題練習時先解題組與先閱讀組的外在負荷平均值，分別為 2.43 對 2.04，而相對於搭配比較範例時，先解題組的外在負荷平均值甚至低於先閱讀組。由於過去工作範例原則的相關研究 (Kalyuga et al., 2003; Renkl & Atkinson, 2003)，其範例學習類型因子只搭配解題練習，而本研究還有比較範例的學習，而這可能是造成本研究與過去研究結果不一致的原因。因此，研究者推論，外在負荷不顯著可能是學習教材中比較範例調節的結果。而在整體認知負荷方面，如圖 1、圖 2、圖 3，及圖 4 所示，此階段的教材在於訓練學習者畫線段圖，學習者需理解題意，判斷基準量與比較量，因此，問題的複雜度並不高，因而使得此階段的整體認知負荷並沒有顯著差異。當教材的複雜度不高時，探索解題時機對認知負荷沒有影響，此結果符合 CLT 的元素互動性原則 (Sweller, 2010a)，當學習內容本身其元素互動量低時，教材設計對於認知負荷的影響不大。其次，在操作線段圖部分，不同分組間外在負荷不顯著的結果與研究假設也不一致。觀察表 4 階段二外在負荷那一列，在搭配解題練習時先解題組與先閱讀組的外在負荷平均值，分別為 2.25 對 1.67，而搭配比較範例時，兩組的平均數幾乎相同。研究者推論，這也是學習教材中比較範例調節的結果。而整體認知負荷的結果則與研究假設一致，不同組別間有顯著差異。此部分教材如圖 5、圖 6、圖 7，及圖 8 所示，此階段教材的目標在於訓練學習者操作線段圖，學習者需藉由線段圖的線索列出算式且計算出答案。因此，學習者須具備分數乘法、分數除法與分數乘除逆運算的能力。相較於前一階段的畫線段圖，元素間的互動量高，教材的複雜

度也較高 Huang (2018)。因而使得學童所感知的整體認知負荷有顯著差異，先解題組學童所感知的整體認知負荷顯著高於先閱讀組。由此可知，教材的複雜度可能會調節 (moderate) 探索解題時機因子對整體認知負荷的影響，此結果與 Chen 等人 (2015) 的研究一致。最後，在第三階段的基準量與比較量問題部分，此部分教材如圖 9 與圖 10 所示，此階段的目標在於讓學習者學習如何應用前兩階段所學習的方法來解基準量與比較量問題。學童所感知的內在負荷及整體認知負荷在不同解題時機分組間達顯著差異，此結果與研究假設一致。經由前兩階段的學習後，先閱讀組學童所具備的相關知識與技能可能要高於先解題組，使得他們在閱讀及解題與先解題組相同的教材時，感知較低的內在與整體的認知負荷。

在範例學習類型因子方面，依據表 8 與表 10 所示，不同分組的學童所感知的內在、外在，以及整體認知負荷在三個階段皆沒有顯著差異，此結果與研究假設一致。在畫線段圖部分，學習教材的差異在於圖 3 的比較範例與圖 4 的解題練習。而在操作線段圖部分，學習教材的差異在於圖 7 的比較範例與圖 8 的解題練習。由於兩不同分組學童所面對的問題與題目的複雜度以及教材呈現的方式類似。因此，此兩階段對不同分組的學童所感知的內在、外在，以及整體認知負荷在不同的分組間皆沒有顯著差異。最後，在第三階段的基準量與比較量問題部分，此部分教材如圖 9 與圖 10 所示，此時所有學童學習的教材相同，而在前兩階段所量測的內在、外在，以及整體認知負荷在不同的分組間皆沒有顯著差異的情形下，代表兩不同分組可能都具備相同水平的知識與技能，因此，在進行同樣的實驗處理下，使得不同分組的學童在此階段所感知的內在、外在，以及整體認知負荷在不同的分組間皆沒有顯著。

## 2. 探索解題時機與範例學習類型對學習成效的影響

學習成效測驗成績的分析結果顯示：在探索解題時機因子，不同的組別在畫線段圖、操作線段圖，以及解基準量比較量問題上的測驗成績皆沒有顯著差異；在範例學習類型因子，只有比較範例組的學童在畫線段圖的成績顯著優於解題練習組；而在操作線段圖及解基準量與比較量問題兩部分成績皆沒有顯著差異。此結果與研究假設並不一致，以下研究者將探討其可能的原因。

在探索解題時機因子方面，首先，在畫線段圖階段，結果與研究假設不一致，不同分組間的成績沒有顯著差異。觀察表 5 畫線段圖那一列，在搭配解題練習時先解題組與先閱讀組的平均數，分別為 3.68 對 3.80，而相對於搭比較範例時，先解題組的平均數甚至高於先閱讀組。因此，研究者推論，可能也是由於比較範例的影響使得此測驗成績在不同的分組間沒有顯著差異。接著，在操作線段圖部分，結果也與研究假設不一致，不同分組間的成績沒有顯著差異。觀察表 5 操作線段圖那一列，在搭配解題練習時先解題組與先閱讀組的平均數，分別為 4.04 對 5.42，而於搭比較範例時，兩組的差距縮小。因此，研究者推論，可能也是由於比較範例的影響使得此測驗成績在不同的分組間沒有顯著差異。最後，探討解基準量與比較量問題的部分，此結果也與研究假設不一致，不同分組間的成績沒有顯著差異。由於此時不同分組的學童閱讀的是相同的教材，而先解題組學童感受較高的內在負荷意味著他們此時所具備的知識與技能水平較先閱讀組低。然而，先閱讀組卻沒有因此得到較好的成績。研究者推論可能的原因在於，先解題組投入較高的增生資源，使得他們在學習此階段教材時較先閱讀組投入更多的心力，因此使得兩組的學習成績沒有顯著差異。此結果與 Loibl 與 Rummel (2014) 的研究一致，先解題組的學童為了解決在探索解題階段所察覺的知識差距，促使他們在後續的範例學習階段較主動於相關特徵的學習，而這個主動處理可以促進知識的獲取。

在範例學習類型因子方面，首先，在畫線段圖部分，結果與研究假設一致。此部分的學習內容較偏重概念性知識的學習。而比較範例組中的呈現正確與錯誤的範例讓學童比較並解釋錯誤的原因可以促進學童概念性知識的發展，修正學童的迷思概念。而在操作線段圖部分，結果與研究假設不一致。此部分的教材較偏重於程序性知識的學習，使得解題練習組的成績較比較範例組高，也就是比較範例的優點在學習程序性知識時可能無法呈現，反而解題練習較能促進程序知識的提升，雖然此部分的成績未達顯著。研究者推論可能的原因在於測驗中此部分的題目可能太少，無法顯示出兩者的差異。最後，在解基準量與比較量問題部分，雖然比較範例組在解基準量與比較量問題的測驗成績優於解題練習組，但卻沒有達到顯著。此結果與研究假設一致，在一消一長的情況下，使得兩不同分組的成績沒有顯著差異。

最後，仔細觀察表 5 解基準量比較量問題那一列的成績，先解題與比較範例組合的成績為 9.80，而先閱讀與解題練習組合的成績為 8.56。此兩成績的明顯差距可能是相關研究沒有將實驗的條件一致下所得到的結果，而本研究所得到的結果說明，只有比較範例對於較偏重於概念性知識的畫線段圖部分有顯著的學習成效，而個人探索解題對於學習成效的促進沒有幫助。此部分也驗證了 Loibl 與 Rummel (2014) 的研究，即讓學生進行正確與錯誤範例的比較，可能是先探索解題再學習這個策略獲取較佳結果的必要成分。

### 3. 探索解題時機與範例學習類型對練習成績的影響

學習過程練習成績的分析如表 13 的結果顯示：先解題組學童在畫線段圖、操作線段圖，以及解基準量比較量問題上的練習成績皆顯著比先閱讀組差；而比較範例組則在操作線段圖的練習成績顯著比解題練習組差；而在畫線段圖及解基準量與比較量問題兩部分則沒有顯著差異。此結果與學習成效測驗的成績並不相同，因此，研究者在此提出討論。

首先，針對探索解題時機因子，由於先解題組學童在三個學習階段所感知的內在、外在，及整體認知負荷皆高於先閱讀組，雖然只有後兩個階段在整體認知負荷達到顯著。然而，考慮到實驗進行的程序，先解題組學童在解完一個試題後立即收回，學童無法參考之前閱讀或解題完的教材，使得先解題組在練習成績的表現皆顯著比先閱讀組差。另一方面，此結果並沒有出現在最終的學習成效測驗上，研究者推論，先解題組的學童為了解決在探索解題階段所察覺的知識差距，促使他們在後續的範例學習階段能較深入處理這些組件，從而解決探索階段所意識到的知識差距 (Chi, 2000; VanLehn, 1999)。而這個主動處理可能是先解題組在後續的學習成效測驗沒有顯著差於先閱讀組的可能原因。

其次，針對範例學習類型因子，比較範例組在操作線段圖的練習成績顯著比解題練習組差。此結果與學習成效測驗成績一致，亦即由於操作線段圖部分的教材較偏重於程序性知識的學習，解題練習較能促進程序知識的提升。

#### (二) 在教學上的涵義

雖然過去探索解題與直接教學或範例學習整合的相關研究已顯示出此策略的優異性，然而，本研究結果指出：在控制實驗的條件，排除合作的因素後，本研究與過去工作範例原則的相關研究結果較一致 (Kalyuga et al., 2003; Renkl & Atkinson, 2003)，先解題再閱讀教材的學習方式並沒有優於先閱讀再解題。而不同範例學習的類型可能適用於不同類型知識的學習。因此，研究者建議：首先，由於探索解題活動其本質可能造成學童較高認知負荷，當要實施此策略時，應設計適合於學童難度的教材；其次，比較範例較適合於概念性知識的學習，而解題練習則適合於程序性知識的學習；最後，進行比較範例的教材設計時，需將學童常見的迷思概念加入，且不要只是比較兩個範例的異同，更要求學童說明錯誤範例的原因，以修正學童錯誤的概念，進而發展出正確的概念。

#### 參考文獻

- 國家教育研究院 (2016)：《十二年國民基本教育課程綱要—數學領域》(草案)。<https://www.naer.edu.tw/> [National Academy for Educational Research. (2016). *The 12-year national basic education curriculum guidelines - mathematics* (draft). <https://www.naer.edu.tw/>]
- 黃一泓、謝進泰 (2016)：〈兩種線段圖表徵解題策略在學習成效上的比較〉。《教育心理學報》，47 (4)，581–601。[Huang, Y.-H., & Shie J.-T. (2016). The comparison of two mathematics problem-solving strategies of line-diagram representations on learning achievements. *Bulletin of Educational Psychology*, 47(4), 581–601.] <https://doi.org/10.6251/BEP.20150603>

- 黃儒傑 (2018) : 〈經濟弱勢學生目標設定、認知負荷與學習意志力之研究：以台北市與新北市國小為例〉。《教育心理學報》，49(3)，391–411。[Huang, J.-C. (2018). A study of financially disadvantaged students' goal setting, cognitive load, and volition in learning: Cases from elementary schools in Taipei city and New Taipei city. *Bulletin of Educational Psychology*, 49(3), 391–411.] [https://doi.org/10.6251/BEP.201803\\_49\(3\).0003](https://doi.org/10.6251/BEP.201803_49(3).0003)
- Anderson, J. R., Fincham, J. M., & Douglass, S. (1997). The role of examples and rules in the acquisition of a cognitive skill. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 23, 932–945. <https://doi.org/10.1037/0278-7393.23.4.932>
- Alfieri A., Brooks P. J., Aldrich N. J., & Tenenbaum H. R. (2011). Does discovery-based instruction enhance learning? *Journal of Educational Psychology*, 103(1), 1–18. <https://doi.org/10.1037/a0021017>
- Brünken, R., Seufert, T., & Paas, P. (2010). Measuring cognitive load. In J. L. Plass, R. Moreno, & R. Brünken (Eds.), *Cognitive load theory and research in educational psychology* (pp. 181–202). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511844744.011>
- Chen, O., Kalyuga, S., & Sweller, J. (2015). The worked example effect, the generation effect, and element interactivity. *Journal of Educational Psychology*, 107, 689–704. <https://doi.org/10.1037/edu0000018>
- Chi, M. T. H. (2000). Self-explaining expository texts: The dual processes of generating inferences and repairing mental models. In R. Glaser (Ed.), *Advances in instructional psychology* (pp. 161–238). Lawrence Erlbaum Associates.
- Durkin, K., & Rittle-Johnson, B. (2012). The effectiveness of using incorrect examples to support learning about decimal magnitude. *Learning and Instruction*, 22(3), 206–214. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2011.11.001>
- Glogger-Frey, I., Gaus, K., & Renkl, A. (2017). Learning from direct instruction: Best prepared by several self-regulated or guided invention activities? *Learning and Instruction*, 51, 26–35. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2016.11.002>
- Große, C. S., & Renkl, A. (2007). Finding and fixing errors in worked examples: Can this foster learning outcomes? *Learning and Instruction*, 17(6), 612–634.
- Huang, Y.-H. (2018). Influence of instructional design to manage intrinsic cognitive load on learning effectiveness. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(6), 2653–2668. <https://doi.org/10.29333/ejmste/90264>
- Kalyuga, S., Ayres, P., Chandler, P., & Sweller, J. (2003). The expertise reversal effect. *Educational Psychologist*, 38, 23–31. [https://doi.org/10.1207/S15326985EP3801\\_4](https://doi.org/10.1207/S15326985EP3801_4)
- Kalyuga, S., & Singh, A. M. (2016). Rethinking the boundaries of cognitive load theory in complex Learning, *Educational Psychology Review*, 28, 831–852. <https://doi.org/10.1007/s10648-015-9352-0>
- Kapur, M. (2010). A further study of productive failure in mathematical problem solving: Unpacking the design components. *Instructional Science*, 39(4), 561–579. <https://doi.org/10.1007/s11251-010-9144-3>
- Kapur, M. (2012). Productive failure in learning the concept of variance. *Instructional Science*, 40(4),

- 651–672. <https://doi.org/10.1007/s11251-012-9209-6>
- Kapur, M., & Bielaczyc, K. (2012). Designing for productive failure. *Journal of the Learning Sciences*, 21(1), 45–83. <https://doi.org/10.1080/10508406.2011.591717>
- Lee, H. S., & Anderson, J. R. (2013). Student learning: What has instruction got to do with it? *Annual Review of Psychology*, 64, 445–469. <https://doi.org/10.1146/annurev-psych-113011-143833>
- Leppink, J., Paas, F., Van der Vleuten, C. P. M., Van Gog, T., & Van Merriënboer, J. J. G. (2013). Development of an instrument for measuring different types of cognitive load. *Behavior Research Methods*, 45(4), 1058–1072. <https://doi.org/10.3758/s13428-013-0334-1>
- Leppink, J., & van den Heuvel, A. (2015). The evolution of cognitive load theory and its application to medical education. *Perspectives on Medical Education*, 4, 119–127. <https://doi.org/10.1007/s40037-015-0192-x>
- Loibl, K., & Rummel, N. (2014). The impact of guidance during problem-solving prior to instruction on students' inventions and learning outcomes. *Instructional Science*, 42(3), 305–326. <https://doi.org/10.1007/s11251-013-9282-5>
- Renkl, A., & Atkinson, R. K. (2003). Structuring the transition from example study to problem solving in cognitive skill acquisition: A cognitive load perspective. *Educational Psychologist*, 38, 15–22. [https://doi.org/10.1207/S15326985EP3801\\_3](https://doi.org/10.1207/S15326985EP3801_3)
- Renkl, A. (2011). Instruction based on examples. In R. E. Mayer & P. A. Alexander (Eds.), *Handbook of research on learning and instruction* (pp. 272–295). Outledge. <https://doi.org/10.4324/9781315736419>
- Renkl, A. (2014). Towards an instructionally-oriented theory of example-based learning. *Cognitive Science*, 38, 1–37. <https://doi.org/10.1111/cogs.12086>
- Roll, I., Aleven, V., & Koedinger, K. R. (2009). Helping students know 'further' - increasing the flexibility of students' knowledge using symbolic invention tasks. In N. A. Taatgen & H. van Rijn (Eds.), *Proceedings of the 31st annual conference of the cognitive science society* (pp. 1169–1174). Cognitive Science Society. <https://escholarship.org/uc/item/84w3r5t4>
- Roll, I., Aleven, V., & Koedinger, K. R. (2011). Outcomes and mechanisms of transfer in invention activities. In L. Carlson, C. Hoelscher, & T. F. Shipley (Eds.), *Proceedings of the 33rd annual meeting of the cognitive science society* (pp. 2824–2829). Cognitive Science Society. <https://escholarship.org/content/qt4rx036z0/qt4rx036z0.pdf>
- Roll, I., Holmes, N., Day, J., & Bonn, D. (2012). Evaluating metacognitive scaffolding in guided invention activities. *Instructional Science*, 40(4), 691–710. <https://doi.org/10.1007/s11251-012-9208-7>
- Ross, B. H. (1989). Distinguishing types of superficial similarities: Different effects on the access and use of earlier problems. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 15, 456–468. <https://doi.org/10.1037/0278-7393.15.3.456>
- Schunk, D. H., & Zimmerman, B. J. (2007). Influencing children's self-efficacy and self-regulation of reading and writing through modeling. *Reading & Writing Quarterly*, 23, 7–25. <https://doi.org/10.1080/10573560600837578>

- Schwartz, D. L., & Martin, T. (2004). Inventing to prepare for future learning: The hidden efficiency of encouraging original student production in statistics instruction. *Cognition and Instruction*, 22(2), 129–184. [https://doi.org/10.1207/s1532690xci2202\\_1](https://doi.org/10.1207/s1532690xci2202_1)
- Skinner, B. F. (1961). Why we need teaching machines. *Harvard Educational Review*, 31, 377–398.
- Star, J. R., Pollack, C., Durkin, K., Rittle-Johnson, B., Lynch, K., Newton, K., & Gogolen, C. (2015). Learning from comparison in algebra. *Contemporary Educational Psychology*, 40, 41–54. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2014.05.005>
- Stark, R., Kopp, V., & Fischer, M. R. (2011). Case-based learning with worked examples in complex domains: Two experimental studies in undergraduate medical education. *Learning and Instruction*, 21, 22–33. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2009.10.001>
- Sweller, J. (2010a). Element interactivity and intrinsic, extraneous, and germane cognitive load. *Educational Psychology Review*, 22, 123–138. <https://doi.org/10.1007/s10648-010-9128-5>
- Sweller, J. (2010b). Cognitive load theory: Recent theoretical advances. In J. L. Plass, R. Moreno, & R. Brünken (Eds.), *Cognitive load theory and research in educational psychology* (pp. 29–47). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511844744.004>
- Sweller, J., & Paas, F. (2017). Should self-regulated learning be integrated with cognitive load theory? A commentary. *Learning and Instruction*, 51, 85–89. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2017.05.005>
- van den Broek, P., & Kendeou, P. (2008). Cognitive processes in comprehension of science texts: The role of co-activation in confronting misconceptions. *Applied Cognitive Psychology*, 22, 335–351. <https://doi.org/10.1002/acp.1418>
- VanLehn, K. (1996). Cognitive skill acquisition. *Annual Review of Psychology*, 47, 513–539. <https://doi.org/10.1146/annurev.psych.47.1.513>
- VanLehn, K. (1998). Analogy events: How examples are used during problem solving. *Cognitive Science*, 22, 347–388. [https://doi.org/10.1207/s15516709cog2203\\_4](https://doi.org/10.1207/s15516709cog2203_4)
- VanLehn, K. (1999). Rule learning events in the acquisition of a complex skill: An evaluation of cascade. *Journal of the Learning Sciences*, 8(1), 71–125. [https://doi.org/10.1207/s15327809jls0801\\_3](https://doi.org/10.1207/s15327809jls0801_3)
- Westermann, K., & Rummel, N. (2012). Delaying instruction: Evidence from a study in a university relearning setting. *Instructional Science*, 40(4), 673–689. <https://doi.org/10.1007/s11251-012-9207-8>
- Wong, A., Leahy, W., Marcus, N., & Sweller, J. (2012). Cognitive load theory: The transient information effect and e-learning. *Learning and Instruction*, 22, 449–457. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2012.05.004>

收稿日期：2019年02月12日

一稿修訂日期：2019年04月04日

二稿修訂日期：2020年05月14日

三稿修訂日期：2020年06月09日

接受刊登日期：2020年06月09日

Bulletin of Educational Psychology, 2021, 52(4), 731–756  
National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan, R. O. C.

# Effects of Problem Solving and Example-Based Learning on Cognitive Load and Performance

Yi-Hung Huang

National Taichung University of Education

Department of Mathematics Education

The 12-year Basic Education Curriculum guidelines emphasize the importance of discovery activities in the curriculum. Therefore, methods of implementing discovery-based learning in the classroom and achieving effective teaching goals have become a major topic for current teachers. Alfieri et al. (2011) conducted a meta-analysis of 164 studies and reported that allowing students to only perform pure discovery activities may be detrimental to learning; however, assisted discovery learning, including feedback, worked examples, and self-explanation prompts, can benefit learning. Studies on assisted discovery learning, have provided empirical results regarding the integration of problem solving and example learning. These studies have indicated that learners who cooperate in solving problems before receiving direct teaching or seeing examples perform better than those who first receive direct teaching or examples and then solve problems. However, the findings of these studies only demonstrate that solving problems cooperatively and then studying examples is a more favorable approach than studying the examples individually and then practicing solving the problems. With inconsistent experimental conditions (i.e., cooperative vs. individual), distinguishing the effects of the variables of the timing of problem solving and the type of example learning on teaching effectiveness is impossible. Sweller and Paas (2017) also indicated that most of these studies did not control variables appropriately and that they changed multiple variables simultaneously. Therefore, the experimental designs of these studies were fundamentally flawed and could not isolate the effects of specific variables. Although some studies on the integration of problem solving and example learning have analyzed the learning process from the perspective of cognitive load theory, this is only a theoretical discussion. Studies have not conducted actual measurements of the cognitive load perceived by the learner during the learning process (Kapur & Bielaczyc, 2012; Loibl & Rummel, 2014). In addition, for studies in which the experimental participants were elementary school students, only one item was used to evaluate cognitive load, such as “How much effort did you use in the process of learning just now?”; in general, this cognitive load could not be accurately measured (Huang & Shie, 2016 ; Wong et al., 2012). Furthermore, if the intrinsic and extraneous cognitive loads perceived by the learner during learning cannot be known, cognitive load theory cannot be used to effectively analyze the learner’s cognition and information processing during learning (Leppink et al., 2013). Therefore, this study excluded the effect of cooperative learning and allowed learners to learn materials individually to avoid confounding variables. The “basic quantity and comparative quantity” unit of mathematics was used for the experiments in this study. The researcher conducted an experiment to study the effects of two factors on learning outcomes and perceived cognitive load: Problem-solving timing (problem solving first or reading an example first) and the type of example (comparative example or problem-solving practice). The multidirectional scale developed by Leppink and van den Heuvel (2015) was used to measure intrinsic and extraneous cognitive loads perceived during learning, and an objective reference value was used for the learning outcome to observe germane cognitive load. Therefore, on the basis of cognitive load theory and the relevant literature, the research questions verified in this study were as follows:

1. Does the timing of problem solving and the type of worked-out example affect the intrinsic, extraneous, and overall cognitive load when students learn to draw line segments, operate line segments, and solve reference and comparison quantity

problems?

2. Does the timing of problem solving and the type of worked-out example affect the test scores when students learn to draw line segments, operate line segments, and solve the reference and the comparison quantity problems?

The researcher first used two factors (timing of problem solving and type of worked-out example) to design an experiment involving three exercises: drawing line segments, operating line segments, and solving a reference and comparison quantity problem. Second, 105 sixth-grade children were randomly assigned to four groups for the experiment: reading examples first then comparing examples (group 1), solving problems first then comparing examples (group 2), reading examples first then practicing problem solving (group 3), and solving problems first then practicing problem solving (group 4). After each exercise was completed, the cognitive load scale was used to measure the students' perceived intrinsic load and extraneous load. Finally, a learning test was used to evaluate the students' learning performance in drawing line segments, operating line segments, and solving the reference and the comparison quantity problems.

The answers to the first three questions of the cognitive load scale indicated the perceived intrinsic load, and the answers to the last three questions indicated the perceived extraneous load. Factor analysis with the timing of problem solving and type of worked-out example as independent variables and the test scores and cognitive load indicators as the dependent variables was performed. The two-factor multivariate analysis revealed no significant interaction effect between the timing of problem solving and the type of example on the students' perceived cognitive load or the three test scores. The analysis also indicated that the perceived intrinsic load of the students who solved problems first was significantly higher than that of the students who read examples first when solving the reference and the comparison quantity problems. The overall perceived cognitive load of the students who solved problems first was also significantly higher than that of those who read examples first when operating line segments and solving the reference and comparison quantity problem. No significant difference was observed between the comparative example condition and the practicing problem solving condition in the students' perceived intrinsic, extraneous, or overall cognitive load. No significant difference in test scores was observed between the different problem-solving timing conditions in the three tests; however, the test scores of the students who had seen a comparative example were significantly higher than those of the students who practiced problem solving when drawing line segments.

Four sets of materials were designed to study the effects of problem-solving timing and worked-out examples on learning effectiveness and perceived cognitive load. The researcher used the multidimensional cognitive load scale to successfully measure the students' perceived intrinsic load and extraneous load. When the experimental conditions were controlled for and the cooperative learning variable was excluded, the experimental results were determined to be consistent with those of previous research regarding worked examples (Kalyuga et al., 2003; Renkl & Atkinson, 2003). The learning performance of group 2 was not higher than that of group 1. Different learning examples may be suitable for learning different types of knowledge. Therefore, on the basis of the findings of this study, the researcher proposes the following strategies for educators. First, because of the nature of problem-solving activities, learners may perceive a higher cognitive load; therefore, learning materials suitable for the level of learners should be carefully designed when implementing a strategy that involves solving problems. Second, the comparison of examples is suitable for learning conceptual knowledge, and practicing of problem solving is suitable for learning procedural knowledge. Finally, when designing teaching materials for comparative examples, educators should add incorrect examples to the materials. The correct and incorrect examples should be compared, and the learner must be asked to explain why the incorrect examples are wrong; doing so can repair the learners' knowledge and enable them develop the correct concept.

*Keywords:* discovery learning, comparing solution method, cognitive load theory

