

數學成就表現與閱讀理解的關係： 以 TIMSS 2003 數學試題與 PIRLS 2006 閱讀成就測驗為工具*

張建妤
東吳大學
心理學系

柯華葳
國立中央大學
學習與教學研究所

本研究採用 IEA 設計的 TIMSS 2003 和 PIRLS 2006 的測驗試題,探討四年級學童數學成就表現與閱讀理解的關係。調查結果顯示:參與本研究的四年級學童的測驗結果與 TIMSS 2003 台灣學童表現的分佈大略一致,男女學童在各數學內容領域表現的優劣有不一致的情形。進一步將學童依數學成就表現的分數分成低分組、中分組和高分組學童,在數學成就表現與閱讀理解關係的分析發現:數學成就表現越好的學童,四種閱讀理解的表現也越好,但閱讀理解較能解釋低分組和中分組學童的數學表現。對於高分組學童的表現建議考量其他相關的數學知識和技能,對於低分組學童應加強其閱讀能力的培養。

關鍵詞：數學成就表現、閱讀理解

數學成就表現相關因素的研究調查,大致可以分為外在因素和內在因素兩大研究方向的討論,外在因素的討論著重數學學習環境對學童數學成就表現的影響,其中以國際數學與科學教育成就趨勢調查研究(The Trends in International Mathematics and Science Study, 以下簡稱 TIMSS)最具代表性。自 1995 年起,國際教育成就調查委員會(The International Association for the Evaluation of Educational Achievement, 以下簡稱 IEA)每四年就針對不同國家的四年級和八年級學童進行數學與科學成就表現的調查。所探究的因素較不涉及與數學能力相關的認知歷程討論,而較強調數學課程、學校環境、老師教學、家庭信念、家庭社經地位和學生態度,透過調查學童實際的生活背景,並比較其它國家學童的背景經驗,對於如何提升學童數學成就表現有極大的助益。第二個研究方向是由數學成就表現的內在因素看起,比如:解題歷程、學童數的認知表徵、音韻記憶

1. 本篇論文通訊作者張建妤, 通訊方式: cyue@scu.edu.tw。

2. 本篇論文曾於民國 97 年台灣心理學會發表部分資料, 並獲國科會補助, 計劃編號: NSC95-2811-S-008-001。

(phonological storage)、執行功能 (executive function)、視覺空間記憶 (visual spatial memory)、數學閱讀理解和閱讀能力等 (秦麗花、邱上真, 2004; Geary, Bow-Thomas, Liu, & Siegler, 1996)。這方面的研究強調個別差異, 著重影響數學成就表現的認知功能討論, 其中有一部分研究的焦點放在語言和閱讀, 討論語文能力對數學表現的影響。比如: 從數學成就表現的文化差異看語言特徵和數學的認知表徵之關聯 (Geary et al., 1996); 調查學習障礙學童, 探討閱讀障礙和數學成就表現的關聯, 或數學障礙在閱讀方面的表現 (Hanich, Jordan, Kaplan, & Dick, 2001; Jordan, Hanich, & Kaplan, 2003), 以及數學文本閱讀理解的相關因素討論 (秦麗花、邱上真, 2004; 劉天翔、林原宏, 2008)。

近十年來, 我國陸續加入 IEA 所策劃的國際數學與科學教育成就趨勢調查和促進國際閱讀素養研究 (The Progress in International Reading Literacy Study, 以下簡稱 PIRLS)。兩者皆藉測驗了解世界各國學童的數學、科學與閱讀表現, 並透過學生背景問卷、教師問卷、學校問卷、課程問卷、學習閱讀調查與數學和閱讀成就表現的相關因素, 所以較著重影響成就表現的外在因素調查。對於閱讀和數學成就表現的內在因素討論限定在測驗題目本身的設計, 例如: PIRLS 閱讀理解測驗的題目主要檢驗兩種閱讀理解歷程, 包括「直接理解歷程」和「解釋理解歷程」(柯華葦、詹益綾、張建好、游婷雅, 2008), TIMSS 數學成就測驗的題目檢驗的認知領域是評量學生在探究數學內容時我們期望的行為, 這些行為包括: 知道事實和過程 (knowing)、使用概念 (applying) 和推理 (reasoning) (Martin, Mullis, & Foy, 2005)。對一般閱讀能力和數學成就表現的關聯著墨不多, 但有愈來愈多的研究討論數學成就表現和閱讀能力間的關聯 (Ackerman & Dykman, 1995; Fuchs et al., 2006; Rasanen & Ahonen, 1995; Vilenius-Tuohimaa, Aunola, & Nurmi, 2008), 因此本研究在 PIRLS 2006 計畫進行時, 同時施測 TIMSS 2003 數學測驗的試題, 嘗試討論四年級學童的數學成就表現與閱讀理解能力的關聯, 期望經由兩項測驗的結果可以了解閱讀理解對不同數學成就學生的影響, 進一步作為提升學童數學成就表現及加強數學教學成效的依據。

一、數學成就表現與閱讀能力

解數學問題的第一步, 是要知道題目在問什麼, 接下來就要分辨問題的類型, 決定那些是解決問題的相關資料, 這兩部分就包含了不同的閱讀理解歷程。根據 Mayer (1987) 的主張, 數學解題歷程至少包括四個主要成份: 問題轉譯, 問題整合, 解題及監控計畫和解題執行。問題轉譯是指在解數學問題的第一步, 要將每一個句子轉譯為內在表徵, 簡單來說就是了解句子的意義, 知道題目在問什麼, 因此需要有語言知識與事實知識的基礎。接下來在問題整合階段, 則必須將問題中的每個陳述句整合成連貫一致的問題表徵, 就是要找出問題的類型, 決定那些是解決問題的相關資料, 所以需要具備基模知識。解題計畫及監控是要想出並監控解題策略, 這部分需要運用策略知識。最後是解題執行, 就是應用算術法則得到答案。其中問題轉譯和問題整合就是在形成問題表徵 (劉秋木, 1996), 問題表徵實際上是理解題目意義的結果, 如果不了解問題真正要問什麼, 就無法形成正確的問題表徵, 也就不能成功的解題, 所以建立問題表徵的歷程就像一個閱讀理解的歷程, 這個歷程和語文能力有關, 因此解題者本身的語文閱讀能力與數學文字題的解題表現應該有相當程度的關聯。

Kintsch 和 Greeno (1985) 首先將文章理解加入數學文字題解題程序中, 作為解題成功的第一個步驟。Cummins、Kintsch、Reusser 與 Weimer (1988) 由學童解題的錯誤型態證實造成解題失敗的因素大部分可歸咎為題目中的語言問題。如果重組數學文字題的表達方式, 避開造成語言混

淆的陳述，可以明顯的增加解題的成就表現 (Cummins, 1991)，顯示解題者對於數學文字題當中的語文理解程度直接影響數學成就表現。Badian (1983) 以學習障礙學生為研究參與者，探討閱讀與數學成就表現之間的關係，研究結果發現中小學生有閱讀障礙者中有 56% 有數學低落的事實，有數學障礙者中有 43% 有閱讀成就低落的情況。Rasanen 與 Ahonen (1995) 指出閱讀障礙的學童有視覺-口語表徵 (visual-verbal representations) 抽取的問題，所以會有數學上的困難。Hanich 等人 (2001) 根據 WJTEA (Woodcock-Johnson Tests of Educational Achievement, Form A) 篩選只有閱讀障礙，只有數學障礙，同時是閱讀障礙和數學障礙的學童以及一般學童等四組二年級學童，調查這些學童在七種數學作業的表現。七種數學作業分別為簡單計算題 (exact calculation of arithmetic)、故事題 (story problems)、較接近的數值 (approximate arithmetic)、辨認位數 (place value)、計算規則 (calculation principles)、數目事實提取 (forced retrieval of number facts)、紙上計算題 (written computation)，調查結果發現只有數學障礙的學童和同時是數學障礙和閱讀障礙學童在較接近的數值、辨認位數、數目事實提取、計算規則和紙上計算題 (2 位數和 3 位數的加減法計算題) 等五種數學作業的表現並沒有差異，但只有數學障礙兒童比同時是數學障礙和閱讀障礙學童在簡單的計算題和故事題的表現要好，兩者進行方式都由實驗者念出題目加上紙本呈現題目，所以其中包括語言的因素，因此研究者指出只有數學障礙的學童占優勢的地方是跟那些與語言有關的領域 (如：數學文字題)，而不是那些要靠數的理解 (如：估計數量) 和快速抽取數的事實的領域。就長期來看，同時是數學障礙和閱讀障礙的學童缺乏語文能力的輔助，在數學成就的表現應該更受影響 (Ackerman & Dykman, 1995)。Jordan、Kaplan 與 Hanich (2002) 以兩年的時間長期追蹤 Hanich 等人 (2001) 研究的參與學童，使用 WJ (Woodcock-Johnson Psycho-Educational Battery) 在四個時間點測量閱讀和數學成就表現。WJ 的閱讀測驗部份包括測量字母-字確認 (letter-word identification) 和文章理解 (passage comprehension)，數學測驗部份包括計算 (calculation) 和應用問題 (applied questions)，並以成長曲線模式 (growth curve modeling) 檢驗這些學童在數學和閱讀表現的成長速度。研究結果顯示不論智力高低、家庭收入、種族或性別，只有閱讀障礙的學童與同時有閱讀障礙和數學障礙的學童在閱讀成就表現上進步的速度差不多；相反的，只有數學障礙學童比同時是數學障礙和閱讀障礙的人在數學上的進步較快。顯而易見，閱讀能力會影響數學成就的成長，但數學能力不影響閱讀表現的成長，數學學習需要仰賴語文思考和推理，甚至語文理解和表達。所以閱讀能力會影響兒童數學成就表現。

對於數學成就表現與閱讀能力關係的討論，研究者多從數學文字題去剖析兩者的關聯。當出現類似「小花有 19 元，在店裡花了 3 元，她還剩下多少錢？」的問題，Fuchs 等人 (2006) 主張解題者必須要有計算 (arithmetic)、演算 (algorithmic computation)、語言 (language) 能力以及建構問題時所需要的認知處理歷程，例如：工作記憶、長期記憶、注意力、非語文問題解決 (nonverbal problem solving)、語言能力、閱讀技能和概念形成。Fuchs 等人進一步採用路徑分析檢驗這些變項與三年級學童解決數學文字題表現的關聯，使用 TOLD Grammatic Closure、WDRB Listening Comprehension 以及魏氏智力測驗當中的字彙測驗等三種測驗測量語言能力，包括認識、理解和使用字彙的能力，以及理解句子意義的能力；以 WJ III Concept Formation 檢驗概念形成的法則；並使用主成分分析方法合併變項，發現除了計算能力外，非語文問題解決、概念形成、看字速率 (sight word efficiency) 和語言都與數學文字題的表現有關。概念形成和語言是建構文字題模式的重要因素，非語文問題解決則是一種推理能力。研究者以 WASI Matrix Reasoning 當中的四項作業測驗，包括：型態完成 (pattern completion)、分類 (classification)、類比 (analogy) 和推理 (reasoning) 測量非語文問題解決能力。所以數學成就表現不僅與語言能力有關，還受更高層次的認知推理能力影響。Riley、Greeno 與 Heller (1982) 以問題解決策略將數學文字題分成比較、改變、結合和

等化，Vilenius-Tuohimaa 等人（2008）沿用相同的分類模式討論數學成就表現和閱讀理解關聯，主要是以 ALLU primary school reading test 的四個分測驗測量芬蘭四年級學童的文章理解（text comprehension），其中的測驗題目分類為因果關係/結構（cause-effect/structure）、概念/片語（concept/phrase）、結論/解釋（conclusion/interpretation）、主題/目的（main idea/purpose），並以單字再認（word recognition）分測驗測量認字的速度和正確性作為技術閱讀水準（technical reading level）的指標。調查結果發現：控制技術閱讀水準後，數學成就表現與閱讀理解的關聯性仍然達到顯著水準，所以閱讀和數學間的關聯還中介其他的知識或能力。由以上研究的調查結果可知，數學文字題的解題所需能力，包括基本的計算能力和語言能力外，還需要更高層次的認知推理能力。

Durand、Hulme、Larkin 與 Snowling（2005）在探討 7-10 歲兒童數學能力的認知基礎時，發現即使所使用的算術題目只包括簡單的加減乘除計算題，而不包括文字題時，語文能力作業可以預測數學能力，測量空間能力的非語文能力作業反而沒有預測力，其中測量語文能力的作業包括字彙、語文推理（verbal reasoning）和聽力理解（listening comprehension）。字彙的測量方式是請參與者在 5 個字彙中選出和目標字意義最相似的字彙；語文推理是要求參與者對字彙進行類比推理，例如：「Big is to large as little is to ___」，參與者要在 5 個字彙中選出對應的字彙；聽力理解是在參與者閱讀完故事後，實驗者大聲唸出問題和答案，請參與者選擇正確答案。三個測驗的問題和答案都在參與者閱讀題目時大聲唸給參與者聽，Durand 等人的主要目的是希望能排除拼音、書寫等能力對參與者回答問題的影響，而能真正測到字彙知識、語文推理和文章層次的語言理解能力（包括字彙和文法技能）。調查結果也顯示：語文能力不僅對兒童的數學能力有直接效果，兩者相關達 .56，同時語文能力對閱讀能力也有顯著的直接效果，相關大小是 .73。由此可知，即使是基本的計算技能，字彙知識、語文推理和文章層次的語言理解能力的影響都不可忽視，

秦麗花與邱上真（2004）從數學閱讀理解來看四年級學童在角度單元的數學成就表現，所謂數學閱讀理解是指學生在與數學教科書接觸時，能應用其先備知識和早期閱讀指導中所發展的技能與策略，協助其在閱讀前做預測，在閱讀中和閱讀後建構文本的意義，而達成文本的理解。所以數學閱讀有特定的學科閱讀技能，包含數學先備知識、數學圖示理解、數學詞彙符號理解和數學作圖程序理解，秦麗花與邱上真認為在解決數學問題時除學科特定閱讀技能外，尚包含一般語文理解與數學閱讀背景知識，兩位研究者進一步指出語文理解是數學閱讀的關鍵能力之一。為驗證兩種能力的關聯，秦麗花與邱上真改編邱上真與洪碧霞，以及柯華葳所編的閱讀理解測驗，來評量學童對一般語文的閱讀理解，包括語詞、句子和短文的理解。發現學童在這個測驗上的表現和數學文本閱讀理解的相關是 0.49，而兩者共同的變異量達 25%，顯示數學閱讀的表現有部份是語文閱讀理解能力的貢獻。林麗華（2006）以自編的「數學文字題閱讀理解測驗」將數學文字題的解題過程分成問題轉譯和問題整合，採用林寶貴和錡寶香所編製的「中文閱讀理解測驗」測量閱讀理解能力，來分析國小三年級學童中文閱讀理解能力和數學文字題閱讀理解當中的問題轉譯和問題整合的關係，發現中文閱讀理解能力分別和問題轉譯以及問題整合的相關都為 .52，達到 .05 的顯著水準。劉天翔和林原宏（2008）進一步由數學閱讀的能力結構來看數學成就表現，採用閱讀理解、數學特殊技能和數學背景知識等三個分測驗測量一般學童與原住民四年級學童的數學閱讀的能力結構。其中閱讀理解檢驗句子理解、文章理解和語文推理，數學特殊技能包括數學詞彙理解、數學圖示理解、數學算式等量公理的理解和數學問題的轉譯，數學背景知識則參考教育部九年一貫課程數學領域的內容。結果發現，一般學童與原住民學童在數學特殊技能和數學背景知識的能力結構不同，但是閱讀理解能力結構是相同的，閱讀理解的能力結構依序是句子理解-文章理解-語文推理，顯示句子理解最為容易，但語文推理較難達到精熟。

Gange、Yekovich 與 Yekovich (1993) 主張閱讀的歷程有四個層次 (1) 解碼 (decoding)，決定這些字在句子中的意義。(2) 字義理解，將一些個別的字意義聯合起來，以完全了解句子。(3) 推論理解，了解段落和段落所隱含的主旨，以及原因、結果、假設、含義，屬於較深層的理解。(4) 理解歷程的監控，可確保閱讀者能有快速而正確的達到閱讀目標。其中評價各種觀念，包括邏輯、證明、真實性、與價值判斷等問題。所以閱讀歷程中涉及字句和文章的理解，而理解的成分包括字形的辨認、字義的觸接、字句的整合、主題的提取、概念的區分、文章的推論和評價。許家驊 (2009) 參照 Gange 等人對閱讀的觀點，將數學解題心智歷程階段當中的閱讀理解分為字義理解及推論理解，作為其編製國小加減法數學文字題歷程導向解題診斷評量題組的共同成分架構的一部分。這個評量題組經過效度分析證實其中有三種診斷能力：一為基本的解題技巧、二為數量辨識技巧、三為檢核技巧，其中接收題目字面訊息、找到問句、決定句子、列出式子以及計算答案是屬於基本的解題技巧，辨認兩個前提中的數量能力是對題目當中數量句的推論理解，則屬於數量辨識技巧，許家驊指出這些能力是解題認知能力，與解題歷程成份元素及向度歸屬相符，所以在數學文字題的解題過程中的確包含不同的閱讀理解能力。Meneghetti、Carretti 與 De Beni (2006) 以數學和義大利文成績作為學校成就表現的指標，應用結構方程模式檢驗學校成就表現的閱讀理解歷程，分析結果顯示閱讀理解歷程分成基礎成分和複雜成分的二因子模式，其中確認文章中的主角、時間和事件 (characters, Times and Events)、語法結構 (syntactic structure)、事件和發生順序 (events and sequences)、文章中不同部分的連結 (connections between parts of the text) 和推論 (inferences) 屬於閱讀理解中的基礎成分，而文章敏感度 (text sensitivity)、文章階層 (text hierarchy)、心理模式 (mental model)、文章的彈性 (text flexibility) 以及錯誤和不一致 (errors and inconsistencies) 用來建構心理表徵能力的監控認知知識和控制歷程，則屬於較高層的閱讀理解能力。分析結果顯示：閱讀理解較基礎的成分對 9-13 歲學童學業成就表現的預測力較低，閱讀理解能力較複雜的成分則對學童學業成就表現的預測力較高，進一步迴歸分析發現文章敏感度可以解釋 18% 的變異量，文章的彈性可以解釋 3% 的變異量。其中文章敏感性主要是測量學生理解文章複雜性、確認相關的訊息、分辨文章的類型以及文章的結構的能力；而文章彈性是測量學生根據作業需求或本身目標來改變或修正閱讀文章策略的能力。綜合來看，閱讀理解歷程是一個複雜的結構，對學業成就表現的影響值得進一步研究。

二、PIRLS 閱讀測驗檢驗的閱讀理解

PIRLS 閱讀理解測驗主要檢驗兩種閱讀理解歷程，包括「直接理解歷程」和「解釋理解歷程」，其中「直接理解歷程」分為「直接提取」和「直接推論」，「解釋理解歷程」分為「詮釋、整合觀點和訊息」（簡稱「詮釋」）和「檢驗、評估內容、語言和文章的元素」（簡稱「評價」）（柯華葳等人，2008）。根據 PIRLS 設計，閱讀測驗的每一篇文章後面的每一題閱讀題目，都隸屬一種閱讀理解。每一種閱讀理解涵蓋不同的認知理解活動。四種閱讀理解是：(1) 「直接提取」：讀者找出文中清楚寫出的訊息；(2) 「直接推論」：讀者需要連結文中兩項以上訊息；(3) 「詮釋、整合觀點和訊息」：讀者須提取自己的知識以便連結文中未明顯表達的訊息；(4) 「檢驗、評估內容、語言和文章的元素」：讀者需批判性考量文章中的訊息（柯華葳等人，2008）。四種閱讀理解活動主要幫助學生建構文章的意義。根據 PIRLS 2001 國際報告將學生閱讀成就分數由低至高分成四個等級後，觀察他們在不同閱讀理解活動試題上的表現，發現由低分組至高分組最能表現他們能力

的閱讀理解活動依序是「直接提取」、「直接推論」、「詮釋」、「評價」，顯示閱讀測驗的表現與四個閱讀理解活動似乎有相對應的關係（Mullis, Martin, Gonzalez, & Kennedy, 2003）。

三、TIMSS 數學測驗內容

TIMSS 數學測驗中的試題設計是針對國小四年級數學的主題內容，其中每一題試題分別隸屬一種數學內容，包括：「數」（number）、「數型和關係」（patterns and relations）、「測量」（measurement）、「幾何」（geometry）、「資料」（data）。在「數」主題又細分為全數（whole number）、分數和小數、整數（比、比值、比例）題材。「數型和關係」包含數型、方程式和公式、及關係。「測量」主題又細分為屬性、單位、工具、方法、和公式。「幾何」則包括邊和角、2 維和 3 維形體、全等與相似、位置和空間關係、對稱和變換。「資料」則涵蓋蒐集及組織資料、呈現資料、及解釋資料（林碧珍、蔡文煥，2005）。試題呈現方式分為兩大類：選擇題和非選擇題（constructed-response items）。每一題本會出現一到兩題以簡單文字呈現的試題，題型如「 $2.5+3.8$ 的答案是多少？」（題庫內可公佈的試題），其它大部分的試題都有相當的文字描述，所以 TIMSS 的試題多為數學文字題。一般而言，解題者在閱讀數學文字題當下，是以文字形成問題，用數字作概念式運作，閱讀能力決定數學問題中數字間的關係（如：比較，改變或組合），因此解題過程中，學童本身的閱讀能力是影響解題表現的重要關鍵。Vilenius-Tuohimaa 等人（2008）的研究顯示四年級數學成就表現與閱讀理解有緊密關聯，閱讀能力的發展不僅影響數學成就表現的進步（Jordan et al., 2002），也與算數上的困難有關（Light & DeFries, 1995），有閱讀障礙的學童多半也有數學上的問題（Ackerman & Dykman, 1995），因此閱讀與數學關係密切。

四、研究目的

本研究主要的研究目的：第一，調查四年級學童在數學成就測驗和閱讀成就測驗的表現。第二，探討數學和閱讀成就表現的關係。參照 PIRLS 2006 所提出的四種閱讀理解作為閱讀能力的指標，以及 TIMSS 2003 數學試題評量架構的數學內容向度區分題型，比較不同數學成就表現學童的閱讀理解。

研究方法

一、參與者

參與本研究數學測驗的學校共有 27 所。他們是在台灣進行 PIRLS 2006 學校說明會時，自願報名參加本研究的調查。而閱讀測驗的資料來自 PIRLS 2006 所有 150 所學校，這 150 所學校學生的閱讀測驗結果用作計算每位參與學童在閱讀測驗的能力值，然後再從中抽出也參加數學測驗學校的學童。在 27 所學校中，有 803 位四年級學生全程參與兩種測驗的實施。但其中有些參與者的閱讀測驗讀本為彩色讀本，他們所閱讀的文章完全不同於其他參與者，無法比較其閱讀分數，故

予以去除。因此用作比較數學和閱讀成就表現分析的學童共有 640 位，其中女生有 315 名，男生有 325 名。

二、測驗工具

數學成就測驗是採用 IEA 舉辦的數學和科學教育成就趨勢調查的 TIMSS 2003 的試題。根據 TIMSS 2003 的技術報告，題本的題目來自 TIMSS 團隊的數學與科學題庫，總共有 14 個題組，這 14 組題組編排成 12 種題本，每一個題本包括 6 個題組，其中有一半的題本 6 個題組中有 4 個題組是數學題，另外 2 個題組是科學題；另外一半的題本 6 個題組中有 2 個題組是科學題，另外 4 個題組是數學題。所以 TIMSS 的每一個題本中包含數學題和科學題，而且每一個題本的題目不完全相同，但兩兩題本間有相同的定錨題目 (Martin, Mullis, & Chrostowski, 2004)。本研究調查的對象是四年級學生的數學表現，因此參考師大科教中心 TIMSS 研究團隊所提供的 TIMSS 2003 試題 (包括已公開試題和不公開試題)。將原本 12 個題本中包含 4 個數學題組的題本抽出，考慮其數學主題內容的分布，由題庫中另外選取一個題組加在原本這 6 個題本中，組合成新的六個題本，新題本內含 5 個題組。每個題本題組的分布請見表 1。

表 1 本研究所使用數學測驗題本的題組

數學評量的題組					
TIMSS 2003 題本一 - 題本六的題組					新加入題組
題本一	M01 ¹	M02	M05	M07	M12
題本二	M02	M03	M06	M08	M10
題本三	M03	M04	M13	M11	M08
題本四	M04	M05	M14	M12	M09
題本五	M05	M06	M09	M13	M07
題本六	M06	M01	M10	M14	M11

註 1：M01 表示題庫中的第一個題組，依序類推。

依據表 1 的六個題本，將每個題本的題目內容分布以及不同數學內容的題數整理如表 2。在所有題本中「數」內容領域的題數最多，「資料」內容領域是最少的。依據 TIMSS 2003 的技術報告，每個題本不同內容領域所佔原始分數的比例是：「數」佔 40%，「測量」佔 20%，「數型與關係」佔 15%，「幾何」佔 15%，「資料」佔 11% (Martin et al., 2004)。表 3 顯示：本研究所使用的數學測驗題本當中，各內容領域分數的比例與 TIMSS 2003 題本的分數比例差異不大。

表 2 數學測驗題本中題目內容分布表

	數	數形和關係	測量	幾何	資料	題數 ¹
題本一	20	11	14	7	9	61
題本二	22	7	15	11	6	61
題本三	24	8	11	8	6	57
題本四	21	11	9	10	5	56
題本五	21	9	12	5	7	54
題本六	23	8	14	9	4	58

註 1：題本中包含的題型有單題型和題組型，題組型題目的每一題中有若干小題，這裡的題數是將題組下的小題分開計算的。

表 3 數學測驗題本中各內容領域分數的比例

	TIMSS 2003 題本	本研究之題本
數	40%	39.44%
數型與關係	15%	15.00%
測量	20%	20.83%
幾何	15%	14.44%
資料	11%	10.27%

閱讀成就測驗的題本是 PIRLS 2006 版本，測驗題本有 12 種版本，外加一種彩色題本。題本編排方式類似 TIMSS 數學題本，12 種題本的閱讀測驗不完全相同，但兩兩題本間有相同的定錨文章。這個測驗工具是台灣 PIRLS 研究團隊參照 IEA 所提供的題本翻譯編製。

三、資料收集程序

資料收集的過程分為兩個部分，一是閱讀測驗資料的收集，二是數學測驗資料的收集。閱讀測驗完全根據 PIRLS 2006 國際測驗中心規定的資料收集方式進行，包括研究設計，抽樣方式，步驟，方法，施測，施測人員的訓練，閱卷人員的訓練，及施測時程。數學測驗資料收集是在 PIRLS 2006 測驗進行的同時一併舉行。參加測驗的學校，在閱讀測驗結束後的第二天實施數學測驗的測試。這樣由願意接受測試的班級當中，可同時收集到閱讀與數學測驗的資料。

四、量化參與者的測驗資料

TIMSS 2003 和 PIRLS 2006 採用矩陣 - 取樣題本設計 (matrix-sampling booklet design)，每一位參與學生只回答題庫中的一部分題目，而且每一位回答的題目不完全相同，所以為分析追蹤比較不同國家所有參與學生的表現，兩種測驗都採用項目反應理論 (item response theory, 簡稱 IRT) 的量化方式去評量學生的成就表現。根據題目的形式 (選擇題或問答題) 和題目分數 (0, 1 或 2)，

TIMSS 2003 和 PIRLS 2006 採用 3 種不同的度量化模式 (scaling model): 三參數模式 (three-parameter model)、二參數模式 (two-parameter model) 和部分計分模式 (partial credit model)。其中選擇題應用三參數模式；只有正確或錯誤答案的簡答題 (constructed-response items)，分數是 1 分，就採用二參數模式；最後分數是兩分以上的多元建構式反應的題目 (polytomous constructed-response items) 應用部分計分模式 (Martin et al., 2004)。

評估學生能力估計值大小的步驟是：(1) 評定學生在每個题目的得分。(2) 應用 IRT 估計試題參數 (包括：難度、鑑別度及猜測度) 和能力值。若試題參數為已知時，則只需進行能力值的估計。若試題參數為未知時，則試題與能力參數就必須一起同時進行估計。(3) 再將估計好的能力值估計值，經由直線轉換成較為熟悉的量尺分數，增加解釋測驗分數的便利。

參與本研究數學測驗的學生人數只有 803 人，不足以應用 IRT 計算參數值，故採用 TIMSS 2003 所公佈的每個題目在不同內容領域下的參數值 (包括難度、鑑別度和猜測) (Martin et al., 2004)，應用 PSL (PARSCALE) 統計軟體來計算每位學生在不同題目表現的能力值，並進而估算出他們的數學總分，以及在數學不同內容領域下的成就表現。PSL 主要用來進行試題分析，評定試題參數值和能力值 (由於 TIMSS 2003 僅公佈試題在內容領域的參數值，故數學認知領域部分不在此次分析討論中)。

閱讀測驗則利用 PIRLS 2006 所收集到的 150 所學校，總共 3676 名學生的資料 (原有 4590 學生，其中 914 名學生的題本是彩色讀本，他們所閱讀的文章不同於其它讀本，無法應用 IRT 估算能力值，故在此次資料處理中予以刪除) 自行計算本研究中參與者的能力值。計算方式同樣應用 IRT 的三個模型 - 三參數模型處理選擇題，二參數模型處理只有對錯反應的問答題，部分計分模式用來處理兩分以上的問答題，採用 PSL 統計軟體來計算每個题目的參數值，再進而估算學童在不同認知閱讀理解上的能力值。為具體比較國內四年級學童的測驗表現，我們進一步將學童的能力值換算成平均值為 150，標準差為 10 的分數 (換算方式是參照國際資料處理中心所公佈的應用在自己國家內比較的方法)。然後抽取同時參與本研究兩個測驗的學生在兩種測驗表現的分數作為分析的依據。

結果

本研究自行編排數學測驗的試題，因此將先描述參與學童在數學測驗，以及不同數學內容領域的表現，並和台灣 TIMSS 2003 的結果互相對照以確定本研究所蒐集 TIMSS 資料的信、效度。接下來呈現參與學童在閱讀測驗的成就表現，再進行數學表現與閱讀理解關聯性的討論。

一、數學測驗成就表現的分析

(一) 整體表現

整理參與這次分析的學生的數學成就測驗分數，圖 1 顯示四年級學童的成就表現呈現高狹峰且負偏態 (偏度係數為 $-.532$ ，標準誤為 $.097$ ；峰度係數為 $.268$ ，標準誤為 $.097$)，但接近常態分配，顯示數學成就表現的分數較集中，個別差異不大，極端分數偏向低分部份。林碧珍和蔡文煥 (2005) 指出台灣 TIMSS 2003 的四年級學童的數學成就表現呈現些微的負偏態但還是幾乎接近於常態分配 (p.3)。所以本研究的數學成就表現的分佈與台灣 TIMSS 2003 是一致的。

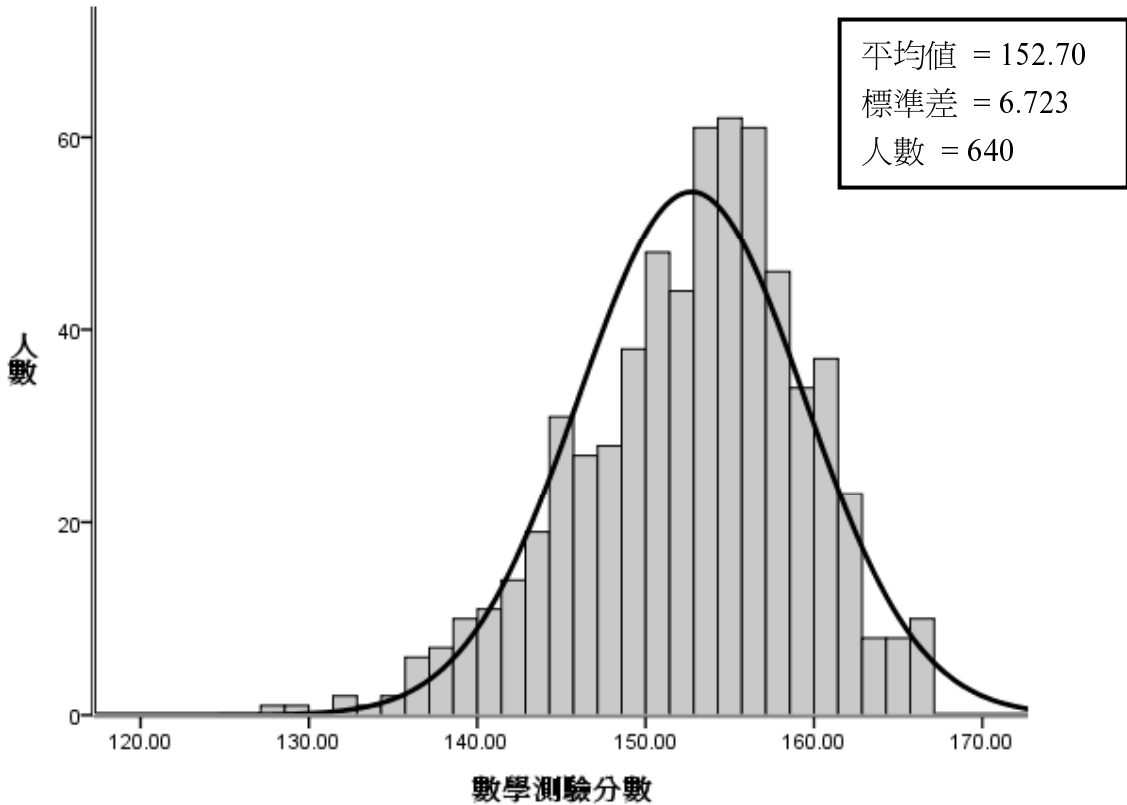


圖 1 四年級學童數學成就表現分佈圖

(二) 數學試題反應的通過率

根據數學內容領域看學童在不同题目的通過比率，選擇題以正確反應作為通過標準，一分題的非選擇題同樣以得分一分為通過的標準，而兩分的非選擇題只要得分一分就為通過。在數學內容領域中，除「幾何」內容外，非選擇題的平均通過率都比選擇題低，其中「數型和關係」的平均通過率最低，不到 50% (表 4)。

表 4 數學測驗中選擇題和非選擇題的平均通過率

	選擇題	非選擇題
數	78.34%	63.17%
數型與關係	63.13%	45.4%
測量	65.38%	60.91%
幾何	64.53%	70.61%
資料	77.06%	66.91%

(三) 男女學童在數學測驗的表現

學童在數學測驗中不同內容領域的平均分數、測驗總分、標準差如表 5 所示：「數」內容領域的表現最好，「數型與關係」和「幾何」的表現較差，但都高於平均值。而標準差不大，顯示分數較集中，個別差異不大。

比較男女學童在不同數學內容領域上的表現，以性別和不同數學內容領域為獨變項，學童在五種內容領域表現的分數為依變項，進行二因子混合設計變異數分析。統計分析結果顯示：BOX's 的共變矩陣同質性檢定性別在五個數學內容領域的共變數矩陣的檢驗未達顯著 ($M = 10.394$, $F = .687$, $p = .800 > .05$)，顯示沒有違反變異數同質的假設；但 Mauchly 球形假設檢驗達到 .05 的顯著水準 (Mauchly's $W = .928$, $X^2 = 47.332$, $p = .000 < .001$)，違反球形假設，因此必須對 F 統計量進行調整 (邱皓政, 2005)。採用 Greenhouse-Geisser 的下限修正 (lower bound) 顯示：數學內容領域的主要效果 ($F(1, 638) = 51.735$, $p = .000 < .001$) 達到顯著水準。內容領域的主要效果事後檢定發現，「數」的表現最好，比其他四個領域優異 ($p < .000$)；「測量」的表現比其他三個領域好 ($p < .05$)，「資料」與「幾何」的表現較「數型與關係」好 ($p < .05$)，而「數型與關係」的表現顯著的差於其他四個領域 ($p < .05$)。表 5 顯示男童在數學測驗的平均表現略高於女童，但性別的主要效果未達顯著，顯示數學測驗的表現上沒有性別差異 ($p > .05$)，符合台灣 TIMSS 2003 學童的資料 (林碧珍、蔡文煥, 2005, p.21)。

表 5 男女學童在數學測驗上內容領域的平均表現

	人數	數學內容領域					數學測驗
		數	數型和關係	測量	幾何	資料	總分
女	315	155.46 (7.45) ¹	151.63 (7.45)	153.17 (7.38)	153.07 (7.03)	152.97 (6.34)	152.39 (7.01)
男	325	156.16 (7.21)	152.79 (7.48)	154.32 (7.00)	152.59 (7.18)	153.43 (6.98)	153.01 (6.43)
全體	640	155.81 (7.33)	152.22 (7.48)	153.75 (6.67)	152.83 (7.11)	153.20 (6.67)	152.70 (6.72)

註 1：括弧內為標準差

二、閱讀測驗成就表現的統計分析

(一) 整體表現

整理參與這次分析的學童的閱讀成就測驗分數，圖 2 顯示四年級學童的成就表現呈現高狹峰且負偏態 (偏度係數為 -.452，標準誤為 .097；峰度係數為 .099，標準誤為 .193)。

(二) 男女學童在閱讀測驗的表現

學童在閱讀測驗中不同閱讀理解的平均分數和測驗總分如表 6 所示：「直接推論」的表現最好，「直接提取」的表現較差，尤其男童在這四個閱讀理解的表現不但較女童差，而且都低於平均值。而標準差不大，顯示分數較集中，個別差異不大。

在閱讀理解方面，以性別和四種閱讀理解為獨變項，學童在四種閱讀理解表現的分數為依變項，進行二因子混合設計變異數分析。統計分析結果顯示：BOX's 的共變矩陣同質性檢定男女在四種閱讀理解的共變數矩陣的檢驗未達顯著 ($M = 13.630, F = 1.354, p = .195 > .05$)，顯示沒有違反變異數同質的假設；但 Mauchly 球形假設檢驗達到 .05 的顯著水準 (Mauchly's $W = .886, X^2 = 77.070, p = .000 < .001$)，顯示違反球形假設，因此必須對 F 統計量進行調整 (邱皓政, 2005)。採用 Greenhouse-Geisser 的下限修正 (lower bound) 顯示：性別的主要效果 ($F(1, 638) = 5.977, p = .015 < .05$) 達到顯著水準，女生的表現較男生優異 ($149.967 > 148.865$)。在閱讀理解上，女生優於男生的表現，與 PIRLS 1999 和 IRLS 2006 所公佈的研究發現一致。

整體而言，本研究抽取出來的樣本測試結果，與 TIMSS 2003 台灣學童的表現大略一致，並進一步證實本研究的四年級學童在不同數學內容領域和不同閱讀理解的表現是有差別的，因此接下來將進行數學與閱讀理解的分析。

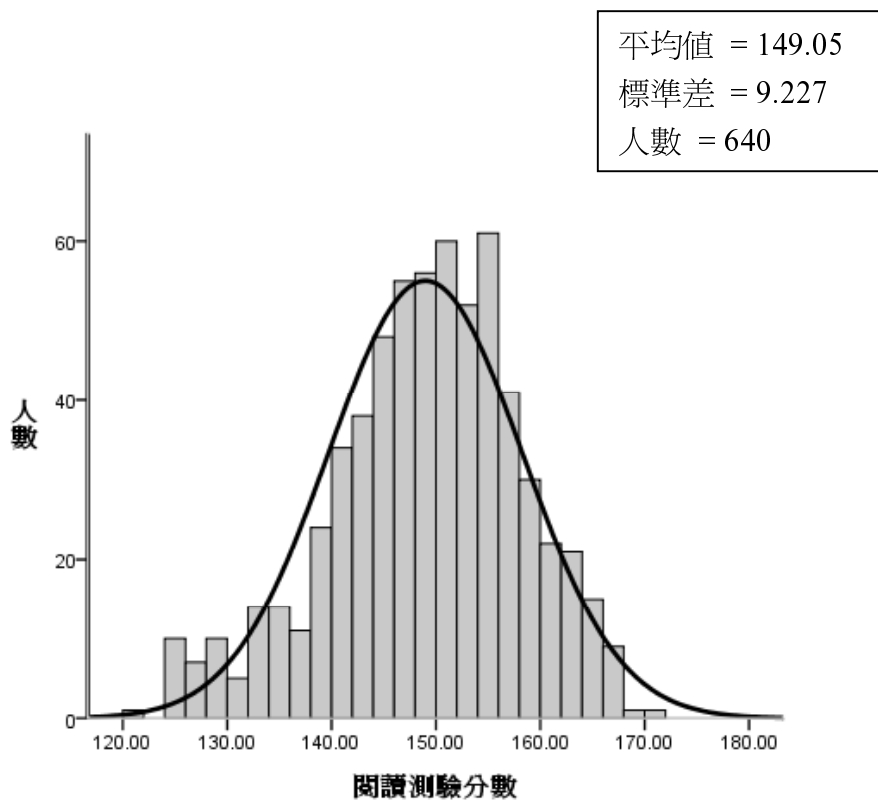


圖 2 四年級學童閱讀成就表現分佈圖

表 6 男女學童在閱讀測驗上閱讀理解的平均表現

	人數	閱讀理解				閱讀測驗
		直接提取	直接推論	詮釋 ²	評價 ³	總分
女	315	150.08 (7.79) ¹	150.37 (7.69)	150.01 (7.70)	149.41 (6.38)	149.91 (9.13)
男	325	147.89 (9.24)	149.59 (7.60)	148.80 (7.50)	149.19 (6.07)	148.22 (9.25)
全體	640	148.96 (9.62)	149.97 (7.65)	149.39 (7.65)	149.30 (6.22)	149.05 (9.23)

註 1：括弧內為標準差

註 2：「詮釋、整合觀點和訊息」簡稱為「詮釋」

註 3：「檢驗、評估內容、語言和文章的元素」簡稱為「評價」

三、數學成就表現與閱讀理解的關係

(一) 相關分析

首先以相關檢驗這兩種測驗分數的關聯。如表 7 所示，四年級學童在數學測驗中不同內容領域和閱讀測驗不同閱讀理解的分數相關都達到 .01 的顯著水準，顯示數學表現和閱讀理解的關聯值得深入討論。

表 7 數學測驗中不同內容領域和閱讀測驗不同閱讀理解表現的相關

	數學內容領域					閱讀理解			
	數	數列	測量	幾何	資料	提取	推論	詮釋	評價
數	1	.635**	.645**	.521**	.545**	.358**	.447**	.487**	.372**
數列		1	.573**	.443**	.524**	.311**	.400**	.412**	.306**
測量			1	.514**	.520**	.329**	.419**	.448**	.364**
幾何				1	.507**	.333**	.369**	.401**	.273**
資料					1	.299**	.351**	.421**	.270**
提取						1	.403**	.431**	.315**
推論							1	.567**	.377**
詮釋								1	.513**
評價									1

** $p < .01$

(二) 不同數學成就學童的閱讀理解的比較分析

為進一步釐清不同數學成就學童的閱讀理解能力是否有差異，依據學生在數學成就測驗上的表現，將總分高於平均值加一個標準差畫分為高分組（平均值 = 161.96，標準差 = 2.09），低於平均值減一個標準差為低分組（平均值 = 141.77，標準差 = 3.81），界於兩者的為中分組（平均值 = 153.29，標準差 = 3.50）。然後針對數學表現分數的高、中、低組，檢驗不同組別學童的閱讀理解的差異。二因子混合設計變異數分析結果顯示：在 BOX's 的共變矩陣同質性檢定高中低分組在四個閱讀理解的共變數矩陣的檢驗達到顯著（ $M = 57.479$ ， $F = 2.832$ ， $p = .000 < .001$ ），在「直接提取」和「直接推論」違反變異數同質的假設（ $F = 16.106$ ， $p = .000 < .001$ ； $F = 7.189$ ， $p = .001 < .001$ ）；而 Mauchly 球形假設檢驗也達到.05 的顯著水準（Mauchly's $W = .881$ ， $X^2 = 80.431$ ， $p = .000 < .001$ ），顯示違反球形假設，因此必須對 F 統計量進行調整（邱皓政，2005）。採用 Greenhouse-Geisser 的下限修正（lower bound）顯示：組別的主要效果（ $F(2, 637) = 96.627$ ， $p = .000 < .001$ ）和組別和閱讀理解的交互作用效果（ $F(2, 637) = 3.154$ ， $p = .043 < .05$ ）都達到顯著水準。接下來就交互作用效果進行單純主要效果檢定，對三個不同數學成就學童在四個閱讀理解的表現進行分析。由於「直接提取」和「直接推論」違反變異數同質，因此採用 Games-Howell 法，而「詮釋」和「評價」則採用 Scheffe 法。結果發現：在四個閱讀理解中均顯示，數學高分組都顯著的優於數學中分組和低分組（ $p < .0001$ ），中分組顯著的優於低分組（ $p < .0001$ ）。顯示不同數學成就表現學童的四種閱讀理解的分數的確有差異，數學成就表現越好，四種閱讀理解分數越高，數學成就表現越差，四種閱讀理解分數越低（表 8）。那麼由不同的閱讀理解來看不同數學成就學童的表現，是否更能釐清閱讀理解與四年級學童數學成就表現的關係。

表 8 數學成就表現高中低分組學童在閱讀理解的平均表現

數學成就表現		閱讀理解			
組別	人數	直接提取	直接推論	詮釋	評價
低分組	108	143.95 (10.57) ¹	144.49 (7.89)	144.37 (7.52)	145.79 (5.83)
中分組	432	149.27 (8.04)	150.09 (6.99)	149.23 (6.95)	149.24 (6.03)
高分組	100	153.07 (5.75)	155.41 (5.89)	155.53 (6.11)	153.30 (5.02)

註 1：括弧內為標準差

(三) 不同數學成就學童的閱讀理解的迴歸分析

針對數學表現分數的高、中、低組，分別進行迴歸分析來檢驗閱讀理解不同數學內容領域表現的預測性。以四種閱讀理解：「直接提取」、「直接推論」、「詮釋」、「評價」為預測變項，分別和高、中、低分組學童在五種數學內容領域的得分進行五個逐步迴歸分析。

1. 低分組：「數」、「測量」、「幾何」、「資料」內容領域中，只有「詮釋」可以顯著的解釋低分組學童數學表現 18.9%、13.3%、11.5% 和 20.4% 的變異量，而「直接提取」可以顯著的解釋低分組

學童在「數型和關係」數學表現的 11.7%的變異量（表 9）。大體來說，除「數型和關係」內容領域，只有「詮釋」可以解釋低分組學童在其他領域的數學成就表現，但比重不大。

2. 中分組：「詮釋」、「直接推論」與「直接提取」分別解釋中分組學童在「數」和「幾何」內容領域中數學表現 10.4%和 7.3%的變異量。在「數型和關係」和「測量」中，「詮釋」、「直接推論」可以分別解釋 7%和 8.6%的變異量，「資料」內容領域中，只有「詮釋」可以顯著的解釋 8.1%學童數學表現的變異量（表 10）。整體來看，「詮釋」對中分組學童在不同內容領域的數學表現都有些許解釋力。

3. 高分組：「詮釋」可解釋高中分組學童在「數」內容領域中數學表現 6.8%的變異量。而四種閱讀認知理解在其餘數學內容領域都沒有入選，也就是說，將模式考驗的標準定於 0.05 的顯著水準，進行逐步分析法的迴歸分析，四種閱讀認知理解均未選入模式中（表 11）。

整體來說，由不同數學成就學童的表現來看，閱讀理解較能解釋低分組學童的數學表現，對中分組學童的數學表現有些許的解釋力，但對於高分組學童的數學成就表現幾乎沒有任何解釋力，顯示在檢視高分組學童的數學表現時應考量其他因素的影響。

表 9 低分組在各數學內容領域的閱讀理解歷程迴歸分析結果摘要表

	預測變項	B
數		模式一
	詮釋	.398****
	模式顯著性 F	24.700****
	R^2	.189
	ΔR^2	.189
數型和關係		模式一
	直接提取	.196****
	模式顯著性 F	14.009****
	R^2	.117
	ΔR^2	.117
測量		模式一
	詮釋	.321****
	模式顯著性 F	16.245****
	R^2	.133
	ΔR^2	.133
幾何		模式一
	詮釋	.306****
	模式顯著性 F	13.740****
	R^2	.115
	ΔR^2	.115
資料		模式一
	詮釋	.368**
	模式顯著性 F	27.113****
	R^2	.204
	ΔR^2	.204

** $p < .01$ ，**** $p < .0001$

表 10 中分組在各數學內容領域的閱讀理解歷程迴歸分析結果摘要表

預測變項		β		
數		模式一	模式二	模式三
	詮釋	.204***	.149*	.131*
	直接推論		.112*	.097*
	直接提取			.068*
模式顯著性	F	35.408***	22.227***	16.503***
	R^2	.076	.094	.104
	ΔR^2	.076	.018	.010
數型和關係		模式一	模式二	
	直接推論	.204***	.114**	
	詮釋		.131**	
模式顯著性	F	24.344***	16.231***	
	R^2	.054	.070	
	ΔR^2	.054	.017	
測量		模式一	模式二	
	詮釋	.205***	.139**	
	直接推論		.136**	
模式顯著性	F	29.327***	20.073***	
	R^2	.064	.086	
	ΔR^2	.064	.022	
幾何		模式一	模式二	模式三
	詮釋	.196***	.141**	.121**
	直接推論		.112*	.095*
	直接提取			.076*
模式顯著性	F	23.193***	14.713***	11.231***
	R^2	.051	.064	.073
	ΔR^2	.051	.013	.009
資料		模式一		
	詮釋	.243***		
模式顯著性	F	37.783***		
	R^2	.081		
	ΔR^2	.081		

 $p < .05$, ** $p < .01$, *** $p < .001$

表 11 高分組在各數學內容領域的閱讀理解歷程迴歸分析結果摘要表

數	預測變項	β
		模式一
	詮釋	.203**
模式顯著性	F	7.138**
	R^2	.068
	ΔR^2	.068

** $p < .01$

討論

本研究調查四年級學童數學成就表現與閱讀理解的關係，結果發現：數學成就表現上男女學童分數的差異沒有達到統計上的顯著水準，而台灣 TIMSS 2003 的調查果發現男童與女童的分數是相同的。在成就表現的分數分布上都呈現高狹峰且負偏態，但都接近常態分配。男女學童在不同數學內容領域的表現與 TIMSS 2003 台灣學童的表現有些許不一致的情形。台灣 TIMSS 2003 調查報告顯示：在「資料」內容領域女童的表現顯著的優於男童（林碧珍、蔡文煥，2005，p. 23-24），而本研究的調查發現女童與男童在五個內容領域表現的差異都未達到顯著水準。

在數學成就表現與閱讀理解關係的分析發現：不同數學成就表現學童的四種閱讀理解的分數的確有差異，數學成就表現越好，四種閱讀理解分數越高，數學成就表現越差，四種閱讀理解分數越低；換句話說，低分組學童的閱讀理解能力最差，高分組學童的閱讀理解能力最好。但由學童在不同數學內容領域的表現上看，閱讀理解對於低分組學童表現最具解釋力，其中「詮釋」的比重最重，顯示在數學解題過程中，學童是否能提取自己的知識來連結題目中未明顯表達的訊息是關鍵的因素。中分組學童的閱讀理解，除「評價」外，其餘三種閱讀理解都對不同數學內容領域的表現都有些許貢獻。然而若針對高分組學童在不同數學內容領域的表現來看，除「數」內容領域外，四種閱讀理解對於其餘數學內容領域的成就表現都不具解釋力，顯示對於高分組學童的數學成就表現，四種閱讀理解幾乎沒有貢獻，所以高分組學童在四種數學內容領域的表現應訴諸其他相關的認知功能與數學技能和知識。Passolunghi 與 Pazzaglia（2005）的研究發現在進行訊息處理過程中，選擇和更新相關訊息以及抑制無關訊息的能力，數學文字題表現好的四年級學童較數學文字題表現不好的學童優；即使將閱讀理解能力控制後，這項差異仍然存在。顯然，數學成就表現好的學童，訊息處理能力較有效率。秦麗花與邱上真（2004）曾將數學閱讀分為三個子技能進行 SEM 的驗證性因素分析，所得出的迴歸公式顯示在預測數學閱讀理解能力時，數學閱讀特殊技能所佔的貢獻量最大，其次是數學閱讀背景知識，而語文理解的迴歸係數是負值，研究者認為從語文理解來預測數學閱讀理解能力是有限制的，其限制性是來自數學閱讀有特定的學科閱讀技能。秦麗花與邱上真根據 Mckenna 和 Robinson（2001）歸納的學科閱讀指導的三種認知技能：一般讀寫技巧（general literacy skills）、學科的先備知識（prior knowledge of content）、學科特殊的讀寫技巧（content-specific literacy skills），提出數學閱讀的特殊技能包括數學先備知識、數學圖示理解、數學詞彙符號理解和數學作圖程序理解，因此僅具備一般的閱讀理解是無法完全說明學童的數學成就表現，必要考量學童的數學閱讀特殊技能和數學閱讀背景知識的貢獻。例如：「數」內容領域的可公佈試題：「小吉的班上，女生的人數是男生人數的兩倍，已知班上有 8 個男生，請問班上共有多少個學生？」。要回答這個問題，學童必先要有倍數的數學先備知識，然後將女生

和男生人數的關係換算成數學詞彙符號（男生人數 $\times 2 =$ 女生人數），最後將男生人數和女生人數相加才能得到班上共有多少學生的答案。倍數的概念是學童的數學先備知識，「男生人數 $\times 2 =$ 女生人數」是數學詞彙符號理解，這些都是閱讀測驗無法測得的。所以對於本研究的高分組學童來說，數學先備知識、數學圖示理解、數學詞彙符號理解和數學作圖程序理解可能才是增進高分組學童數學成就表現的重要因素。

數學成就表現低分組學童在四種閱讀認知理解的分數不僅遠低於中分組和高分組學童，而且都在平均值以下（表 9）。其中決定他們數學成就表現最具解釋力的閱讀理解是「詮釋」，分別可以解釋「數」、「測量」、「幾何」、「資料」內容領域中的 18.9%、13.3%、11.5% 和 20.4% 數學成就表現的變異量。「詮釋」是理解題意的重要階段，用來幫助兒童抽取數學知識來連結和解釋題目當中出現的訊息。例如「測量」內容領域的試題：「下列那一個可能為 150 毫公升？1. 杯子中的水量；2. 一隻貓的身長；3. 一顆蛋的重量；4. 一元銅板的面積」。學童必先有毫公升是容量的知識，然後判斷四個選項中哪一個答案與容量相關聯，之後才能正確回答這個問題。因此，對低分組學童來說，解題的第一步驟是要能理解「題目在問什麼」，雖然比重不大但具關鍵性。Fuchs 等人（2006）的研究顯示三年級的學童在數學文字題的表現與計算能力、非語文問題解決、概念形成、看字速率和語言有關，其中用來建構文字題模式的概念形成和語言，檢驗的就是認識、理解、使用字彙和理解句子意義的能力，以及概念形成的法則；對學習障礙學童的調查也發現：只有數學障礙的學童比同時是數學障礙和閱讀障礙的學童在解決數學文字題的優勢是較能理解問題當中的文字，較能將文字訊息轉換成問題表徵（Jordan et al., 2003）。即便是基本的計算技能，字彙知識、語文推理和文章層次的語言理解能力也可以預測 7-10 歲兒童的表現（Durand et al., 2005）。簡而言之，應用這些能力的主要目標就是要知道問題在問什麼，以及決定問題的類型是什麼，也就是 Mayer（1987）提出的數學解題歷程前兩個步驟：問題轉譯和問題整合階段。因此，對於低分組的數學成就表現學童，閱讀理解的「詮釋」就是決定是否能成功進入數學解題歷程的根本能力。

綜合本研究結果，閱讀理解的影響會因數學成就高低而有所不同，對於低數學成就表現學童，閱讀理解決定學童能否提取自己的知識連結題目訊息；對於中等數學成就表現的學童，閱讀理解的影響有限；對於高數學成就表現的學童，即使閱讀理解能力優良，其他相關的數學知識和技能才是決定數學成就表現的關鍵因素。整體來說，閱讀理解是數學學習的重要能力，閱讀理解不足會造成數學成就表現不佳，因此要有好的數學成就表現，必先培養良好的閱讀能力，特別是「詮釋」。

參考文獻

- 林碧珍、蔡文煥（2005）：TIMSS 2003 臺灣國小四年級學生的數學成就及其相關因素之探討。科學教育月刊，285，2-38。
- 林麗華（2006）：國小數學不同成就學生對數學文字題的閱讀理解能力之探討。國立台南大學特殊教育學系碩士論文。
- 邱皓政（2005）：量化研究法（二）：研究原理與分析技術。台北：雙葉。
- 柯華葳、詹益綾、張建妤、游婷雅（2008）：台灣四年級學生閱讀素養 PIRLS 2006 報告。桃園：國立中央大學學習與教育研究所。
- 秦麗花、邱上真（2004）：數學文本閱讀理解相關因素探討及其模式建立之研究~以角度單元為例。

- 國立臺南大學特殊教育學系特殊教育與復健學報，12，99 - 121。
- 許家驊 (2009)：國小加減法數學文字題歷程導向解題診斷評量題組之編製發展與功能分析研究。
教育心理學報，40 (4)，683 - 706。
- 劉天翔、林原宏 (2008)：一般學童與原住民學童的數學閱讀能力階層結構的分析。國立台東大學主辦「2008年原住民學生數理教育學術研討會」宣讀之論文 (台東)。
- 劉秋木 (1996)：國小數學科教學研究。台北：五南。
- Ackerman, P. T., & Dykman, R. A. (1995). Reading-disabled students with and without comorbid arithmetic disability. *Developmental Neuropsychology*, 11, 351-371.
- Badian, N. A. (1983). Dyscalculia and nonverbal disorders of learning. In H. R. Myklebust (Ed.), *Progress in learning disabilities*(pp. 235-264). New York, NY: Grune and Stratton.
- Cummins, D. D. (1991). Children's interpretations of arithmetic word problems. *Cognition and Instruction*, 8(3), 261-289.
- Cummins, D. D., Kintsch, W., Reusser, K., & Weimer, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology*, 20, 405-438.
- Durand, M., Hulme, C., Larkin, R., & Snowling, M. (2005). The cognitive foundations of reading and arithmetic skills in 7- to 10-year-olds, *Journal of Experimental Child Psychology*, 90, 113-136.
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Capizzi, A. M., Schatschneider, C., & Fletcher, J. M. (2006). The cognitive correlates of third-grade skill in arithmetic, algorithmic computation, and arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 98(1), 29-43.
- Gagne, E. D., Yekovich, C. K., & Yekovich, F. R. (1993). *The cognitive psychology of school learning* (2nd ed.). New York, NY: Harper Collins College.
- Geary, D. C., Bow-Thomas, C. C., Liu, F., & Siegler, R. S. (1996). Development of arithmetic competencies in Chinese and American children: Influence of age, language, and schooling. *Child Development*, 67, 2022-2044.
- Hanich, L. B., Jordan, N. C., Kaplan, D., & Dick, J.(2001). Performance across different areas of mathematical cognition in children with learning difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 93, 615-626.
- Jordan, N. C., Hanich, L. B., & Kaplan, D. (2003). A longitudinal study of mathematical competencies in children with specific mathematics difficulties versus children with comorbid mathematics and reading difficulties. *Child Development*, 74(3), 834-850.
- Jordan, N. C., Kaplan, D., & Hanich, L. B. (2002). Achievement growth in children with learning

- difficulties in mathematics: Findings of a two-year longitudinal study. *Journal of Educational Psychology*, 94(3), 586-597.
- Kintsch, W., & Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*, 92(1), 109-129.
- Light, L. G., & DeFries, J. C. (1995). Comorbidity of reading and mathematics disability: Genetic and environmental etiologies. *Journal of Learning Disabilities*, 28, 96-106.
- Martin, M. O., Mullis, I. V. S., & Chrostowski, S. J. (2004). *TIMSS 2003 technical report*. TIMSS and PIRLS International Study Center, Lynch School of Education. Chestnut Hill, MA: Boston College.
- Martin, M. O., Mullis, I. V. S., & Foy, P. (2005). *IEA's TIMSS 2003 international report on achievement in the mathematics cognitive domains findings from a developmental project*. TIMSS and PIRLS International Study Center, Lynch School of Education. Chestnut Hill, MA: Boston College
- Mayer, R. E. (1987). *Educational psychology*. New York, NY: Harper Collins.
- Mckenna, M. C., & Robinson, R. D. (2001). *Teaching through text: Reading and writing in the content area*. Boston, MA: Allyn & Bacon.
- Meneghetti, C., Carretti, B., & De Beni, R., (2006). Components of reading comprehension and scholastic achievement. *Learning and Individual Differences*, 16, 291-301.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Gonzalez, E. J., & Kennedy, A. M., (2003). *PIRLS 2001 international report: IEA's study of reading literacy achievement in primary schools*. TIMSS and PIRLS International Study Center, Lynch School of Education. Chestnut Hill, MA: Boston College
- Passolunghi, M. C., & Pazzaglia, F. (2005). A comparison of updating processes in children good or poor in arithmetic word problem-solving. *Learning and Individual Differences*, 15, 257-269.
- Rasanen, P., & Ahonen, T. (1995). Arithmetic disabilities with and without reading difficulties: A comparison of arithmetic errors. *Developmental Neuropsychology*, 11, 275-295.
- Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. (1982). The development of children's problem-solving ability in arithmetics. In H. P. Ginsburg(Ed.), *The development of mathematical thinking*(pp. 153-196). New York, NY: Academic Press.
- Vilenius-Tuohimaa, P. M., Aunola, K., & Nurmi, J. (2008). The association between mathematical word problems and reading comprehension. *Educational Psychology*, 28(4), 409-426.

收稿日期：2010年11月23日

一稿修訂日期：2011年04月29日

二稿修訂日期：2011年07月05日

接受刊登日期：2011年08月01日

Bulletin of Educational Psychology, 2012, 44(1), 95-116

National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan, R.O.C.

The Relationship between Mathematics Achievement and Reading Comprehension : TIMSS 2003 and PIRLS 2006 Test Items as Measuring Instruments

Chien-Yu Chang

Department of Psychology
Soochow University

Hwa-Wei Ko

Graduate institute of Learning and Instruction
National Central university

The purpose of this study was to explore the relationship between mathematics achievement and reading comprehension of fourth graders. Student performance was assessed by TIMSS 2003 mathematics test items and PIRLS 2006 reading booklets. Results revealed that the performance of fourth graders confirmed earlier findings from the Taiwan TIMSS 2003 Mathematics study, except that there were small and inconsistent differences of performance between boys and girls in the five mathematical content domains. Based on students' mathematics performance, three groups - high, middle, and low mathematics performance groups – were identified. There is a positive relationship between mathematics performance and four reading comprehension. The reading cognitive comprehension accounted for the variance of mathematics performance for the middle- and lower-mathematics performance groups, but not for the higher-mathematics performance group. The findings suggested that mathematics knowledge and other mathematics abilities should be considered when evaluating higher-mathematics performance group, and that reading ability appear to be a critical foundation for the lower-mathematics performance group.

KEY WORDS : mathematics performance, reading comprehension

