

不同範例與解題組合對初學者在學習上的影響*

黃一泓 虞 翔
國立臺中教育大學
數學教育學系

本研究以認知負荷理論為基礎，探討不同的範例與解題組合對初學者的認知負荷及學習成效之影響。本研究以 72 位商業管理類大學新生為研究對象，以微積分課程中探討最佳化問題為教學內容，採取前後測控制的真實實驗設計，學習者在隨機分組後經過「同時呈現的範例與解題」、「範例-解題配對」，以及「解題-範例配對」三種學習過程，再進行近遷移及遠遷移的學習成效測試，並在學習過程中採用難度評分的自評量表收集認知負荷數據。實驗結果說明，「同時呈現的範例與解題」對初學者的認知負荷最低、「範例-解題配對」其次，而「解題-範例配對」最高。而「同時呈現的範例與解題」與「範例-解題配對」在學習成效的影響並無顯著差異，但上述兩條件組則顯著優於「解題-範例配對」。另外，不同的範例解題組合在遠遷移測試的表現則無顯著差異。

關鍵詞： 認知負荷理論、範例解題組合、遷移、問題解決

在澳洲學者 Sweller (1988) 提出認知負荷理論 (cognitive load theory) 之後，許多學者以此理論為基礎進行一連串的研究，提出了許多有關教學設計的效應 (Sweller, 2010b)。在技能的學習中，完整範例效應 (Renkl, 2005) 就是認知負荷理論的一個較有代表性的效應。所謂完整範例效應 (worked-example effect)，指的是對於初學者而言，在學習了某個主題的基本原理後，先學習數個完整的範例會比直接進行解題練習有效。與之相對應的另一個經典效應是專家反轉效應 (expertise reversal effect) (Kalyuga, 2005)，指的是隨著學習過程的進行，原本較有成效的學習方法可能會逐漸失去其有效性，而原本成效較差的方法可能會變得較為有效。當專家反轉效應應用在範例效應時：對初學者而言，學習完整範例會比進行解題練習更適合建構解決問題的基模；而對較熟練的學生而言，由於其已建構了解決問題基模的雛形，單純的閱讀範例無法促使其基模主動的調適以及改善。完整範例學習的有效性會隨著學習者能力的提升漸漸消失。然而，進行解題練習的學習方式可以使得較熟練的學生更能促進其已有基模的完整性。國內外許多研究 (涂金堂, 2011; Hausmann, Van de Sande, & VanLehn, 2008) 均呈現了這一現象。

* 本文通訊作者：黃一泓，通訊方式：ehhwang@mail.ntcu.edu.tw。

在此基礎下，許多研究開始組合範例及解題的不同類型，試圖找到除了完整範例外，對初學者而言較為有效的學習方法。在這個主題之前的研究中，主要比較、分析了以下三種學習方式（Trafton & Reiser, 1993; Reisslein, Atkinson, Seeling, & Reisslein, 2006; van Gog, Kester, & Pass, 2011）第一種是數個完整範例與數個解題練習的組合學習，即在學習數個完整範例後，收回範例，再進行數個解題的練習。第二種是「範例-解題配對」（example-problem pairs）學習，在先學習一個完整範例並收回後，立即進行一個與範例高度相關的解題練習，並重複數次。第三種是「解題-範例配對」（problem-example pairs）學習，先進行一題解題練習並收回後，立即學習一個高度相關的範例，作為對解題的回饋，並重複數次。

以研究者過往的學習經驗中發現，初學者在面對較難的作業及習題練習時，經常會一邊學習範例，一邊嘗試模仿範例進行解題。這種「同時呈現的範例與解題」組合學習方式在真實的學習情境下是經常出現的。然而，目前尚未有研究探討這種學習方式的有效性。

Sweller (2010a) 在 2010 年提出認知負荷理論的新修正模型，將各種認知負荷的來源單一化為元素的互動性 (element interactivity)。並重新修正了可感受到的認知負荷構成之模型，僅定義為內在與外在負荷之總和，而將增生負荷排除在外，此修正觀點對認知負荷的測量及以認知負荷理論為依據的實驗設計均有指導性的意義。本研究即以此為理論依據，進行實驗設計。

一、研究目的

根據研究動機所述，本研究的主要目的為以認知負荷理論為基礎，探討不同的範例解題組合類型，分別是「同時呈現的範例與解題」、「範例-解題配對」，以及「解題-範例配對」三種學習過程，對於初學者的學習成效與認知負荷的影響。其中「範例-解題配對」指的是，先讓學習者閱讀一個範例，接著收回範例後，再讓學習者解一個類似的問題，而「解題-範例配對」指的是，先讓學習者解一個題目，接著收回題目後，再讓學習者閱讀一個類似的範例。

二、文獻探討

（一）認知負荷理論

認知負荷理論是基於人類的認知結構而形成的學習理論。該理論認為，人類經由自然演化而形成的認知結構 (human cognitive architecture) 建構了一個認知的訊息處理系統 (information processing system)。所以，以演化論的觀點考慮人類認知結構，透過了解認知結構的原則，進而理解認知處理的限制，是認知負荷理論的基本思想。在此思想下，Sweller (2010b) 總結了以下 5 點認知結構的基本原則

1. 長期記憶與訊息儲存原則 (Long-Term Memory and the Information Store Principle)

認知結構系統的中心架構是儲存有大量訊息的長期記憶 (long-term memory)。西洋棋大師與新手之間的關鍵差異在於面對真實棋局配置的記憶量。長久以來，西洋棋就被視為與解題及思考非常相似的一種遊戲，過程中需要複雜的認知處理。藉由理解西洋棋大師與新手之間處理棋局的差異，可了解長期記憶對解題與思考過程的影響 (Chase & Simon, 1973)。由此可得，長期記憶對認知處理過程有著關鍵的作用，而不僅是認知處理結果的儲存所在。

2. 基模理論與借用重組原則 (Schema Theory and the Borrowing and Re-organizing Principle)

認知負荷理論認為訊息是以基模的形式儲存於長期記憶中。學習的過程包含基模在長期記憶中建構的過程。基於基模理論，建構的基模與學習中接收到的訊息並不會完全一致，學習的過程

可以視為對別人已經建構完成的基模進行借用後，再進行重組的過程。同樣的，在認知過程中，學習者自身長期記憶中的基模也會以借用與重組的方式，參與到認知過程中。

3. 解題與隨機嘗試原則 (Problem Solving and the Randomness as Genesis Principle)

在面臨解決一個從未遇過的問題時，比如一個西洋棋新手在面對一個全新棋局時，隨機嘗試所有可能的下法之有效性是通常的選擇。而在認知過程中也是如此。當沒有確定的基模可被提取時，認知系統會隨機提取所有可能的基模，並嘗試其有效性。

4. 新手工作記憶與有限改變原則 (Novice Working Memory and the Narrow Limits of Change Principle)

正是由於認知系統可能採取隨機提取基模的模式以及嘗試其有效性的方法，使得工作記憶的容量需要限制。4 個元素的隨機排列共有 24 種可能性，而 10 個元素的隨機排列却有 3628800 種可能性。後者的數量顯然超過了認知系統的處理範圍。既然認知系統存在隨機嘗試的工作模式，可以推定工作記憶能同時處理的元素個數是極其有限的。而這一觀點是認知負荷理論的發展基礎。

5. 專家工作記憶與情境組織聯結原則 (Expert Working Memory and the Environment Organizing and Linking Principle)

與處理全新問題時不同，對於熟悉的問題，專家可以在較短的時間內從眾多方法中找到合適的方法。在認知過程中，已組織好的相關基模可以迅速的被正確提取。由於專家與新手間的差別僅僅在於長期記憶中儲存基模的數量，由此，在長期記憶中被儲存的基模不僅包含認知處理的結果，也包含了如何被提取，與哪些情境相關，何時應該被提取的訊息。

總結以上 5 點，可以得到這樣的認知處理結構模型。學習是接收新訊息，與原有基模重組並儲存在長期記憶中的過程。大量原先被儲存在長期記憶中已組織好的，包含提取條件的基模，當遇到合適的情境時就會被提取。當沒有合適的基模可被提取時，工作記憶會隨機提取基模並嘗試其與新訊息重組的有效性。而為了保證系統的可靠工作，工作記憶的容量非常有限。

基於此模型，尤其是工作記憶的有限容量，認知負荷理論提出了認知資源有限的假說，並以元素的互動性來定義認知負荷。也就是說，工作記憶能夠同時處理相關的互動元素個數是有限的。學習過程中，對學習者而言其互動元素個數超過了工作記憶的容量限制，即表示認知負荷超過了學習者的認知處理限制，學習成效就會顯著降低。根據 Sweller (2010a) 認知負荷理論的新模型，以互動元素量定義學習者所感受的認知負荷有以下構成。

1. 內在負荷 (intrinsic cognitive load)

內在負荷被認為是由需要被學習、理解的材料其本身複雜程度所決定。對於一個已知的學習任務，已知學習者的知識水準，內在負荷的高低取決於該學習內容對學習者的互動元素之多寡，而其互動元素的量是無法被外在的教學過程來改變的。從認知結構的觀點看，即是學習素材本身對於學習者而言，需要同時占據其工作記憶的量，以及參與基模建構過程的互動元素。

2. 外在負荷 (extraneous cognitive load)

外在負荷被認為是不好的教學設計程序所引起的。即在不改變學習內容的前提下，教材設計或教學過程中所額外產生的互動元素量。從認知結構的觀點看，占據工作記憶容量，却不參與基模重組建構的元素因而造成了學習者的外在認知負荷。

另外，與內在、外在負荷不同，增生負荷 (germane cognitive load) 只與學習者本身的特性有關，它代表了學習者為了克服內在負荷，因而投入到與學習任務本身相關的認知資源。從認知結構的觀點看，增生負荷指的是學習者主動投入到處理內在負荷的工作記憶量。

所以，認知負荷理論認為，對特定的學習者而言，同樣的學習任務會有其本身既有的內在負荷，也會有因教學程序設計不佳因而導致的外在負荷，其兩者是相互累加的，構成了學習者所感受到的認知負荷。而外在及內在負荷對學習成效的影響，又會受到學習者主動投入的工作記憶量即增生負荷之影響。增生負荷不再具有和內在與外在負荷相同的累加性，不直接構成學習者所感知的認知負荷是新模型與以往模型的最大不同點，亦是本研究的實驗設計理論基礎。

(二) 範例解題組合的相關研究

在以認知負荷理論為基礎的範例與解題組合相關的研究中，Trafton 與 Reiser (1993) 的研究發現，4 對範例與解題的配對學習效果要比先學習 4 個範例，再進行 4 個解題練習更好。Reisslein、Atkinson、Seeling、與 Reisslein (2006) 的研究顯示，經歷了 6 對範例解題的配對學習或解題範例的配對學習後，對於初學者而言，兩組間學習成效的差異並不顯著。Van Gog、Kester、與 Pass (2011) 的進一步研究則發現，對於初學者而言，2 對「範例-解題配對」學習效果和 4 個單純範例的學習效果之間無顯著差異，但學習 2 對「範例-解題配對」組合及 4 個單純範例的效果要顯著優於學習 2 對「解題-範例配對」以及 4 個單純解題組。

綜上所述，在採用的三種範例解題組合中，「範例-解題配對」組合的學習成效總體較好，「解題-範例配對」組合有時與「範例-解題配對」組合間的學習成效差異不顯著。目前尚無研究嘗試檢驗「同時呈現的範例與解題」組合之學習成效。考慮到「同時呈現的範例與解題」與「範例-解題配對」及「解題-範例配對」相比，僅僅學習材料的順序不同，對於同樣學習水平的學習者而言，學習材料的內容是完全相同的，由構成認知負荷的角度審視，其內在負荷水平是一致的。若測量出的認知負荷有差異，則可認為是學習順序造成之外在負荷的影響。因此，本研究採取之前研究中有較好成效的「範例-解題配對」與「解題-範例配對」組合作為實驗的控制組。

(三) 不同範例解題組合的認知負荷分析

從認知負荷理論的觀點看，技能學習的目標就是建構有效的基模。所謂有效的基模應包含該技能中的每一個子程序，包括如何使用，何時使用等。當所有的訊息都被組成同一基模時，該技能就被完全掌握了。

對初學者而言，如果對該技能所包含的各個子程序並不瞭解，完整範例學習意味著對於該技能進行的分步驟教學，提供了一個從較少的互動元素開始學習的機會。學習者可以從一個個子程序開始慢慢建構自己的基模，再把其組合到一起，從而降低學習過程的認知負荷。而初學者直接面對解題練習時，由於沒有合適的基模可以提取，也沒有學習的來源，學習者只能隨機嘗試記憶中相關的基模，或者隨意嘗試問題中包含的各個元素，尋找可能的解題方案。在這個過程中，大量的認知資源被用來嘗試多個方法，而不是進行解題基模的建構，學習過程的認知負荷就比較高。所以對初學者而言，完整的範例更有學習成效。

而對於較熟練的學習者而言，其基模已經建構了一個原型。在面對完整的範例時，範例中的一些訊息和其基模原型是相同的，即學習者已經掌握的。這些訊息如果占據工作記憶的容量，就造成了認知資源的浪費。而在面對解題練習時，由於其基模原型會被提取，並和題目中的元素結合以嘗試解題。若解題成功，基模則吸收這些元素成為其提取條件。若解題失敗，則基模進行修正，學習者需要重新建構一個修正後的新基模。由於基模原型的存在，元素的互動性大為降低，學習過程的認知負荷也就減少了。所以，對較熟練的學習者而言，與初學者相比，完整範例的有效性相對降低，而解題練習的有效性則相對增加。

在分析各種範例與解題組合的學習方式時，情況是和單純的範例與解題練習類似的。對於初學者而言，其相關概念的基模很可能並不完整，在解決相關問題時就無法完全依靠直接提取合適的基模來進行解題，而需要依賴範例的幫助。

在這種觀點下，「範例-解題配對」組合，即先學習一個範例，再進行類似解題練習，就提供了學習者完備其自身基模的機會，避免了在解題中使用隨機尋找解題方案因而導致認知負荷較高的方法。然而，若初學者在學習範例的過程中未必能完全理解範例的訊息，在學習完一個範例後可能仍不足以完備解題的基模。當範例不再手上，學習者進行解題練習時可能仍然需要採用部分的隨機嘗試的策略，從而造成較高的認知負荷。

但從學習反省的觀點看，接受「解題-範例配對」的學習者，可能會因在解題階段無法成功，而促使其在範例學習的階段，想要瞭解解題階段無法成功的原因，因而產生更高的學習動機，提升增生負荷，進而加強其解題能力，可能也會產生較好的學習效果 (Hausmann et al., 2008)。當然，對於初學者而言，是否具有足夠的知識基礎，在解題過程中瞭解無法成功的確實原因，是有疑問的。

考慮「同時呈現的範例與解題」組合，從範例學習的觀點看，若學習者未能充分理解範例，在解題過程中遇到困難時，仍有機會重新回顧範例，加以再次學習。相比「範例-解題配對」組合，減少了對學習者在對範例學習時完全理解範例的要求。

而從解題反省的角度看，「同時呈現的範例與解題」給予學習者多次尋找解題無法成功的原因之機會，相比「解題-範例配對」組合，亦減少了對學習者提出在解題過程中瞭解無法成功原因的要求。

從以上分析可以得到，「同時呈現的範例與解題」似乎較適合初學者的學習，而實際的結果則需要實驗的驗證。

不過需要注意的是，「同時呈現的範例與解題」的學習方式引導了學習者進行單純的模仿學習，而單純模仿的學習方式從傳統觀點上看，可能會使得學習者在學習遷移的能力上有所欠缺，故本研究將在後測中加入遠遷移測試，並分析不同範例與解題組合對遠遷移測試之影響差異。

(四) 認知負荷測量

為驗證不同組合之認知負荷差異，也需要以認知負荷理論的模型為依據進行學習者認知負荷的測量。根據模型，外在負荷與內在負荷是可累加的，組成學習者可感受到的認知負荷，其兩者與增生負荷之間有著來源上的區別。故認知負荷應被定義為學習者為完成學習目標，需要同時處理的互動元素量，即累加的外在及內在負荷。增生負荷的概念則類似於描繪學習意願、動機、注意力等層面。

根據外在及內在負荷的特性，認知負荷是個多向度的量，可被學習者感知，且可能隨著學習過程波動的量。許多研究表明，由於認知負荷的特性，測量認知負荷是個困難的任務。在目前已有的研究中，大約可分為以下三類 (Paas & van Merriënboer, 1994; Pass, Tuovinen, Tabbers, & Van Gerven, 2003)。

1. 主觀衡量法 (subjective techniques)

將所花的心智努力量化為數字量表 (多用 9 點或 7 點量表)，其所對應的是付出極少的心智努力到極多的心智努力，由學習者評定本身的負荷後，選取較適合自己的尺度。

2. 生理衡量法 (physiological techniques)

藉由測量心跳、腦波以及血壓等方式，來測量學習者的認知負荷程度。

3. 任務與績效衡量法 (task and performance based techniques)

由客觀的學習表現或學習成效，來推估學習者的心智努力程度，如：學習者所花費的學習時間、學習者的學習錯誤率...等。

其中主觀衡量法是大多數認知負荷理論研究所採取的方法。在主觀衡量法中，對於不同專案的評估與認知負荷變化敏感度不同。眾多研究採取學習者對付出的心智努力 (mental effort) 程度所採取的評估分數或學習任務困難度 (difficulty) 作為認知負荷的測量方法。考慮到心智努力並不是學習者熟悉的概念，較容易混淆，且 DeLeeuw 與 Mayer (2008) 的研究顯示學習者學習任務難度評估的分數與學習成效較為敏感，本研究採用詢問學習者學習資料困難度的自評量表，作為收集認知負荷數據之工具。

為了保證學習的效果，許多研究都採取了不限制學習時間，並同時測量學習者任務完成的時間及其感受的認知負荷 (Trafton & Reiser, 1993; Gerjets, Scheiter, & Catrambone, 2006)，並把學習時間的長短作為衡量認知負荷的一種依據。根據認知負荷的模型可以得到，認知負荷是學習者需要同時處理的互動元素量。當學習者得到了更多時間處理原本無法及時處理的元素，對學習內容的認知負荷的感受就會受到影響。在研讀同一學習資料時，當學習者只能使用較短時間時，其感受到的認知負荷顯然會高於可以使用較長時間。同樣，初學者若有充足的學習時間，就可採取分步驟的處理本需要同時處理的學習資料中的互動元素，從而具有較低的認知負荷。Pass 等人 (2003) 指出，學習時間對學習者主觀評量認知負荷具有影響，若某個學習者在較短學習時間中對學習任務給出的認知負荷自評分數與另一個學習者在較長學習時間內對同一個學習任務給出同樣的認知負荷分數相同，兩者對該任務感受到的認知負荷可能並不一致。由此可以得到，同時測量學習任務完成的時間及其感受的認知負荷之做法，可能會影響認知負荷的評估值。

因此，研究者在實驗前，藉由其他非參與本實驗學生的幫助，先測量這些學習者的閱讀範例及解題時間後，以讓學習者有充裕的學習時間為原則的前提下，作為本實驗學習時間的依據。在正式實驗的過程中，固定各組閱讀範例及解題的時間，使各組的條件一致，避免此一變項干擾認知負荷感受的評估值。所以，將各組學習的時間一致化應是使用主觀衡量法測量認知負荷較佳的選擇方案。

三、研究問題

根據對認知負荷理論以及相關文獻的分析，本研究欲以驗證研究問題及待答問題如下。

1. 學習者在學習過程中，對學習內容難度評估與學習成效的相關性如何？
2. 不同範例解題組合對遠遷移的學習成效是否會有差異？
3. 何種範例解題組合對於初學者而言具有較低的認知負荷，進而使得學習者有較好的學習成效？

方法

一、研究對象

本研究採取的對象為台中市某大學一年級商業管理類修習微積分課程的學生，該群組學生在高中階段選修社會組數學，數學基礎較自然組學生薄弱。實驗過程採取隨機分組方式來分配學習者。在研究對象中有數位非本地學習者，且經過實驗發現其中文水平不足已影響到學習者對實驗內容之理解，為避免此變數干擾，將所有非本地學習者剔除出分析資料中，研究對象的人數、性別及分組情形如表 1 所示。

表 1 研究對象分組統計表

組別	範例與解題同時	範例-解題配對	解題-範例配對
男	8	7	9
女	14	15	14
總人數	22	22	23

二、實驗流程

本實驗共分為前測，學習階段一，近遷移後測，學習階段二，遠遷移後測共五個階段進行。在前測中以教學目標之前置概念正確度來測量學習者的熟練程度，在近遷移後測與遠遷移後測中，以與教學目標相關的解題得分來測量其基模解題的有效性。在學習階段中，不進行額外教學，僅閱讀範例或做解題練習。並以問卷調查學習者對學習內容難度的評估，以測量其認知負荷。其實驗流程如圖 1 所示。

在實驗進行前，先對學習者進行實驗流程及填寫問卷之說明，待學生瞭解後，開始實驗。學習者先進行 15 分鐘的前測，再按組別學習各自的教學資料，為保證學習時間的一致性，「同時呈

現的範例與解題」組每對範例與解題學習時間為 11 分鐘，「範例-解題配對」組與「解題-範例配對」組中每個範例的學習時間為 4 分鐘，每個解題練習的學習時間為 7 分鐘。進行 2 對範例與解題組合的學習後，進行近遷移後測，共 2 題，每題給予學習者 7 分鐘作答時間。完成近遷移後測後，學習者休息 5 分鐘，再按照各自組別進行另外 2 對範例與解題組合的學習，之後進行 2 題遠遷移後測，每題同樣給予學習者 7 分鐘作答時間。實驗時間共 92 分鐘。

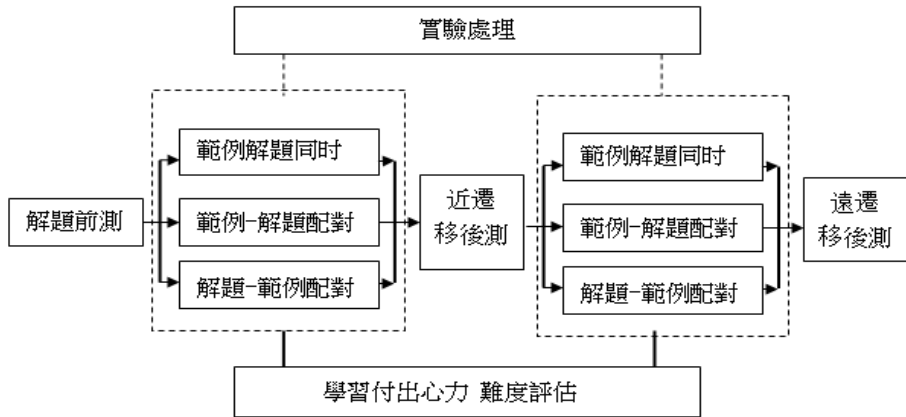


圖 1 實驗流程圖

三、實驗設計

本研究採前後測控制的真實驗設計進行，探討學習者在經過不同的範例與解題組合類型的條件下，不同組別間學習成效及認知負荷的差異。

研究者以微積分為教學課程，並選擇“微分的應用——最佳化問題”為教學主題，該主題的先備知識概念對學習者而言已經全部學習過，本實驗的教學則以掌握其先備知識概念應用至解決最佳化問題為主要內容。

從認知負荷的新模型出發，對學習者而言，學習內容會有其本身既有的內在負荷，也會有因教學程序設計不佳因而導致的外在負荷，其兩者相互累加而構成學習者可感受到的認知負荷。對於已經被隨機分組的學習者而言，學習內容本身所產生的內在負荷對各組都是一致的，而範例與解題組合的型式則構成學習者的外在負荷。由此，學習者在學習過程中所感受的認知負荷在各組間的差異，就可視為不同範例與解題組合的影響。另外，透過實驗的操弄，研究者也想了解此一影響外在負荷的因子是否會對學習者產生多少學習成效上的影響？

本實驗將後測分為兩次進行，第一次為近遷移後測，第二次為遠遷移後測。第一次後測檢視學習者藉由借用範例的解題程序，是否能形成他個人所用的解題基模？由於只閱讀了兩對範例與解題組合，研究者不能期待此時學習者就能將解題基模一般化（generalization），因此，以近遷移的試題來測驗是較合適的。而第二次後測，由於學習者此時已閱讀了四對不同範例與解題的組合，解題基模一般化的表現就成為此次後測的檢視重點。所以藉由遠遷移試題的測驗來檢視學習者借用與重組解題基模的成效。另外，透過先後兩次測驗的實施，研究者也可進一步觀察這兩次測驗間的關聯性，並且在分析時，研究者可以排除近遷移後測對學習者的影響下，觀察學習者在遠遷移後測上的表現是否會因為範例與解題組合的不同而有所差異。具體實驗設計表如表 2 所示。

表 2 實驗設計表

組別	分配	前測	實驗處理	後測	實驗處理	後測	自我評鑒
範例與解題同時	RA	O1	X1	O2	X1	O3	S
範例-解題配對	RB	O1	X2	O2	X2	O3	S
解題-範例配對	RC	O1	X3	O2	X3	O3	S

RA, RB, RC：將學習者進行隨機分配組別。

O1：進行微分應用的前置概念測試。

X1：進行將範例與解題練習同時呈現於學習者，不規定其學習順序的教學。

X2：進行先學習範例收回後再進行解題練習組合方式的教學。

X3：進行先解題練習收回後再學習範例組合方式的教學。

O2：進行微分應用解題能力近遷移測試。

O3：進行微分應用解題能力遠遷移測試。

S：實施主觀衡量法測量學習難度。

故本實驗的自變數為不同範例解題組合的呈現方式，依變數為後測學習成效測驗及學習難度測量，而控制變項為學習內容與學習時間。

四、研究工具

本實驗研究工具分為前測概念測驗，學習任務資料，學習成效解題測驗，認知負荷測量問卷四種。

(一) 前測概念測驗

本實驗將微積分最佳化問題之先備知識概念分為建立函數關係、將函數化為單一變數能力、理解函數極值存在於一階導數為零或不存在之點、求解函數一階導數，以及驗算符合條件之解答六項，以三題前測試題測試，每項計分一分，共計六分。

(二) 教學範例與解題

本實驗教學之範例使用由 Ron、Robert 與 Bruce 編寫，張海潮翻譯之微積分精華版之 3.6 節最佳化問題小節之範例（張海潮，2008）。將每一例題分為建立函數關係、轉化單一變數函數、求解一階導數，以及驗算結果四個解題步驟。解題練習與範例題型相同，僅有參數數值之變化。解題練習中，提示各個解題步驟，但無解答內容。在解題練習的計分上，建立函數關係及化為單一函數計一分，一階導數列式計一分，求解計一分，驗算結果計一分，共計四分。其中若出現單純的計算錯誤，不扣分。

(三) 學習成效測驗

近遷移之學習成效測驗選擇與解題練習題型類似之題目，遠遷移測驗題目來自微積分精華版 3.6 節之習題。遠遷移題型與教學範例與解題練習有結構化的差異，每題計分方式與練習題計分方式相同。

(四) 認知負荷問卷

每題範例或解題練習結束後，皆採用 Paas (1992) 以及 Kalyuga、Chandler 與 Sweller (1999) 的學習難度問卷，測量學習者在剛才閱讀範例或練習解題的難度之主觀評估，以李克特氏 9 點量表進行。如實驗流程所提，在進行實驗前與學習者介紹時已特別介紹難度概念之含義，避免學習者誤解。具體的學習範例、解題練習、後測試題題型如附錄所示。

五、資料分析

本研究採用 SPSS for MS Windows 12.0 進行資料分析工作。以相關性分析探討難度評分與學習成效間的關聯性，再採取共變數分析法進一步探討不同範例與解題組合對遠遷移成績的影響是否具有差異，以及不同範例與解題組合對學習者學習成效及認知負荷的影響。

結果

一、數據

根據實驗結果，研究者在表 3 列出各組數據之描述性資料。

表 3 不同範例與解題組合之前測成績、難度、練習成績、後測成績描述統計表

組別 (滿分)	範例與解題同時		範例-解題配對		解題-範例配對	
	平均數	標準差	平均數	標準差	平均數	標準差
前測成績 (6)	2.36	0.99	2.25	1.26	2.31	1.24
學習難度 (9)	5.57	1.57	6.38	1.64	7.19	1.27
練習成績 (16)	12.93	2.14	10.22	4.02	4.04	4.56
近遷移成績 (8)	6.34	2.39	5.54	1.76	4.00	3.10
遠遷移成績 (8)	5.54	2.27	4.93	2.65	3.87	2.89
總成績 (16)	11.88	3.81	10.47	3.88	7.87	5.48

二、研究結果

1. 學習者對學習內容的難度評估與學習成效的相關性如何？

由相關性分析可得學習者對學習內容難度的評估與學習總成績間 Pearson 相關係數為 -0.484 , $p < .001$, 在學習時間一致的情況下, 兩者有顯著的負相關性, 因此, 本研究以學習難度的評估值作為衡量學習者所感知的整體認知負荷之指標。

2. 不同範例解題組對遠遷移的學習成效之影響是否會有差異？

如上文所提, 傳統觀念認為「同時呈現的範例與解題」便於學習者純粹的模仿, 而此行為可能會有較好的近遷移成效, 但卻導致較差的遠遷移成績。為探究不同的範例與解題組合在遠遷移測試成績的差異, 故需要排除學習者自身精熟度以及近遷移學習成效之影響。以近遷移測試成績、前測成績作為共變數, 遠遷移成績作為依變數, 組別作為自變數, 來進行單因子單變量共變數分析。先進行迴歸係數同質性檢定。組別自變數與共變數前測成績之交交互作用項考驗的 $F = .194$, $p = .824$, 組別自變數與共變數近遷移測試成績之交交互作用項考驗的 $F = .356$, $p = .702$, 均符合迴歸係數同質性檢定基本要求, 可以做共變數分析。共變數分析結果顯示各組間差異均不顯著, $F(2, 64) = 0.756$, $p = .474$ 。

從此結果看, 在排除學習者自身精熟度以及近遷移成績的影響後, 不同組別對學習者遠遷移成績的影響無顯著差異, 可說明因為便於學習者純粹的模仿, 「同時呈現的範例與解題」與其它學習方式相比會對遠遷移成績產生不利影響之傳統觀點未得到本實驗支持, 「同時呈現的範例與解題」對學習者遠遷移後測之影響與其他學習方式如「範例-解題配對」或「解題-範例配對」相比並無顯著差異。

3. 何種範例與解題組合對於初學者而言具有較低的認知負荷, 使得學習者取得較好的學習成效？

為探究範例與解題組合之有效性, 需要排除學習者自身精熟度之影響, 因此以後測總成績與難度評估作為依變數, 前測成績作為共變數, 不同範例解題組別為自變數, 進行單因子共變數多變量分析。在進行共變數分析前, 先進行兩組迴歸線平行的假設考驗, 在前測成績方面, Wilk's $\Lambda = .889$, $p = .131$, 結果顯示兩組迴歸線在前測成績的斜率相同, 符合共變數分析的基本假定。其次, 進行共同斜率為 0 的假設考驗, Wilk's $\Lambda = .608$, $p < .001$, 結果顯示共同斜率不為 0, 亦即共變數與依變數有密切關係, 適合採用共變數分析。

由於符合迴歸線同質性與共同斜率不為 0 的假定, 因而進行共變數分析。共變數分析結果顯示對於學習成效及認知負荷, 組間差異均達到顯著, 其組間 Wilk's Λ 值為 $.714$, $p < .001$, 其中學習成效 $F(2, 64) = 7.138$, $p = .002$, 認知負荷 $F(2, 64) = 7.824$, $p = .001$ 。進一步對各組兩兩之間進行事後比較, 可以得到「同時呈現的範例與解題」組的學習成效平均值 11.88 及認知負荷平均值 5.57 與「範例-解題配對」組的學習成效平均值 10.47 及認知負荷平均值 6.47 對於「解題-範例配對」組的學習成效平均值 7.87 及認知負荷平均值 7.19 均有顯著差異, 而「同時呈現的範例與解題」與「範例-解題配對」之間, 學習成效無顯著差異, $F(1, 42) = 1.383$, $p = .246$, 認知負荷也無顯著差異, $F(1, 42) = 2.649$, $p = .111$ 。可見對於受試者而言, 「同時呈現的範例與解題」與「範例-解題配對」皆顯著優於「解題-範例配對」, 而「同時呈現的範例與解題」與「範例-解題配對」之間存在較不顯著之差異。

從前測成績分析, 並非所有的學生均不精通微積分課程, 而本研究目的在於探討各種範例解題的組合方式對於初學者而言的學習成效及認知負荷影響, 且如實驗設計所提, 為保證同樣內容的學習資料對學習者一致的內在負荷, 需要學習者的主題精熟程度大致相當, 故採取以前測成績中位數作為區分, 將前測成績較低的學習者從各組中選出, 並加以分析, 觀察各組間學習成效及認知負荷差異。

根據前測成績統計, 中位數為 2 分 (滿分 6 分), 將所有學習者分為 0-2 分 (52.2%) 及 2.5-6 分 (47.8%), 故以 2 分為區分, 選取分數小於或等於 2 分之學習者組成低分組, 表 4 為低分組的各組描述性統計資料。

表 4 低分組前測成績、難度、練習成績、後測成績之描述統計表

組別 (滿分)	範例與解題同時		範例-解題配對		解題-範例配對	
	平均數	標準差	平均數	標準差	平均數	標準差
人數	10		12		13	
前測成績 (6)	1.55	0.49	1.29	0.58	1.31	0.78
學習難度 (9)	5.27	1.84	7.00	1.17	7.95	0.91
練習成績 (16)	12.45	1.72	9.04	4.56	1.92	2.76
近遷移成績 (8)	6.00	2.56	4.83	1.88	2.34	2.92
遠遷移成績 (8)	5.10	1.95	4.37	2.86	2.69	2.71
總成績 (16)	11.10	3.89	9.20	4.36	5.03	5.20

同樣以總成績、難度評分作為依變數，前測成績作為共變數，組別為自變數，進行單因子共變數多變量分析。在進行共變數分析前，先進行兩組迴歸線平行的假設考驗，在前測成績方面， $Wilk's \Lambda = .930, p = .721$ ，結果顯示兩組迴歸線在前測成績的斜率相同，符合共變數分析的基本假定。其次，進行共同斜率為 0 的假設考驗， $Wilk's \Lambda = .682, p = .003$ ，結果顯示共同斜率不為 0，亦即共變數與依變數有密切關係，適合採用共變數分析。

由於符合迴歸線同質性與共同斜率不為 0 的假定，因而進行共變數分析。共變數分析結果可以得到對於學習成效及認知負荷，組間的差異均達到顯著， $Wilk's \Lambda$ 值為 $.501, p < .001$ ，其中總成績之學習成效指標的 $F(2, 32) = 5.528, p = .009 < .05$ ，學習難度之認知負荷指標的 $F(2, 32) = 11.653, p < .001$ 。進一步對各組兩兩之間進行事後比較，可以得到「同時呈現的範例與解題」組的學習成效平均值 11.10 及認知負荷的平均值 5.27 與「範例-解題配對」組的學習成效平均值 9.20 及認知負荷平均值 7.00 對於「解題-範例配對」組的學習成效平均值 5.03 及認知負荷平均值 7.95，均有顯著差異，而「同時呈現的範例與解題」與「範例-解題配對」間，學習成效仍舊無顯著差異，但認知負荷則有顯著差異， $F(1, 20) = 5.349, p = .032$ 。對於學習程度較低的學習者而言，「同時呈現的範例與解題」組合在學習成效上雖然未取得顯著的效果，但相比「範例-解題配對」組的認知負荷平均值 7.00 而言，其認知負荷平均值 5.27 則具有顯著的差異。

另外值得注意的是，通過對解題練習的成績分析可以發現，各組之間具有顯著的差異，以練習成績作為依變數，前測成績作為共變數，組別為自變數， $F(2, 32) = 47.536, p < .001$ ，各組之平均值分別為 12.45、9.04 及 1.92，其差異均達顯著。另外，練習得分高低與後測成績的高低具有相同的規律，使用相關性分析，練習成績與後測總成績之間的相關性係數為 0.794， $p < .001$ ，呈現非常高的相關性。

討論

一、研究結論分析

(一) 學習內容難度能有效測量認知負荷

本研究中主觀衡量法對認知負荷測量的有效性被驗證。從相關性分析看，在學習時間一致的條件下，學習者對學習內容難度的測量可作為認知負荷的有效指標。

(二) 不同的範例與解題組合對遠遷移測試之影響無顯著差異

本研究的結果顯示，不同的範例與解題組合對於學習者在遠遷移測試的學習成效影響效果一致，並無顯著差異。傳統觀點認為「同時呈現的範例與解題」可能會使得學習者偏向於模仿範例進行解題，進而在遠遷移測試中無法取得較好學習成效的觀點未獲實驗支持。實驗數據較符合認

知負荷理論的觀點，即對於學習者而言，認知負荷較低的學習方法會使得學習者在遠遷移測試中取得較好的學習成效。

(三) 對初學者而言，同時呈現的範例與解題組合之效果與效率獲得確認

實驗數據說明對於低分組學習者而言，「同時呈現的範例與解題」($M = 5.27$) 是認知負荷最低的，「範例-解題配對」($M = 7.00$) 的方式其次，而「解題-範例配對」($M = 7.95$) 的方式認知負荷最高。對於研究中「同時呈現的範例與解題」與「範例-解題配對」的方式在學習成效的表現，彼此間並不顯著。研究者認為其中可能的一個解釋是「範例-解題配對」的方式雖然比「同時呈現的範例與解題」的學習方式外在負荷要高，但與內在負荷相加並沒有超過大多數學習者的認知容量限制，這可由在總成績滿分為 16 分，而此兩組的平均分數分別為 11.10 及 9.20 觀察出此一推論。因此，此兩組間在學習成效上沒有產生顯著的差異。此結果與左台益等人 (2011) 的實驗有類似的結果，當文本分段後，閱讀困難度及心力皆有顯著下降，而對於閱讀理解的表現則未有顯著差異。

對「解題-範例配對」組而言，外在負荷過高，其與學習內容本身的內在負荷相加已經超過了大多數學習者的負荷極限，滿分為 16 分，此組平均分數為 5.03。因此學習成效產生了顯著的降低。通過這個解釋，此實驗數據較有力支持了認知負荷理論模型。

而具體分析「同時呈現的範例與解題」認知負荷較低的原因，從不同組別的練習成績可以發現，初學者在學習完一個範例後，確實並不能完全理解範例的所有學習訊息，此點可以在不同組別解題練習成績間存在差異得到證明。而在無法理解範例的某些學習訊息時，面對解題就需要尋找合適的方法，因而消耗掉使用於進一步理解基模的認知資源，造成不必要的負荷。當然，與先做解題的「解題-範例配對」組合相比，造成的不必要負荷要少很多。

另一方面，以元素互動性的觀點來考量，對範例已收回的兩組而言：參考的範例不在手邊，在學習者尚未完全理解的情形下，由於長期記憶不存在合適的解題基模，因此學習者在解題過程中需探索部分動作及其相關的狀態，互動元素高。以「範例-解題配對」組來說，因為剛才看過類似的範例，相較於「解題-範例配對」組的情況，其互動元素比較低，但要比不收回範例的情況要高。而對「同時呈現的範例與解題」組而言，參考的範例在手邊，因此可以詳細觀察解題步驟及其相關的狀態，無須探索可能的解題基模及相關狀態，所以互動元素低。

最後，對於解題練習的成績與後測成績極高的相關性這個結果，研究者認為可以進一步證明正是由於解題練習的成功與否取決了學習成效的高低，初學者較能從成功的解題活動中理解學習訊息，而較不具備從失敗或部分失敗的解題活動中反省學習的能力。「同時呈現的範例與解題」正是提供更好的支持條件，幫助初學者進行解題練習活動因而取得較好的學習成效。

二、未來研究之建議

研究者認為，基於本研究的結果，未來研究可在以下三方面進行。

(一) 認知負荷程度的測量

本研究在認知負荷程度的測量上參考 Pass 等人 (2003) 之意見，提出了固定學習者的學習時間對認知負荷測量的影響，未來研究可嘗試以學習時間為自變量，控制其他因素，以實驗研究認知負荷測量的改變，可能會對認知負荷理論有進一步的認識。也可再嘗試難度外其他指標，對其有效性做進一步評估。

(二) 學習者的程度

限於研究條件的限制，本研究只比較三種範例解題組合方式對初學者的學習成效與認知負荷的影響，其結果對於較熟練的學習者是否適用，或是會產生類似專家反轉效應的結果亦不得而知，未來可改變學習者的程度，挑選較熟練的學習者進行類似的研究

(三) 範例與解題練習同時呈現的學習方式之拓展應用

本研究初步得到「同時呈現的範例與解題」的學習方式對於初學者外在負荷相對較低的結果，未來可以此特點，在該學習方式中加入教學解釋或自我解釋的方式(Gerjets, Scheiter, & Catrambone, 2006)，可能會更有利於學習者在認知負荷的限度內建構有效的基模，未來研究可對該問題進一步探討。

參考文獻

- 左台益、呂鳳琳、曾世綺、吳慧敏、陳明璋、譚寧君 (2011)：以分段方式降低任務複雜度對專家與生手閱讀幾何證明的影響。《教育心理學報》，43 (閱讀專刊)，291-314。[Tso, T. Y., Lu, F. L., Tzeng, S. C., Wu, H. M., Chen, M. Z., & Tan, N. C. (2011). Impact of reducing task complexity by segmentation on experts' and novices' reading geometric proof problems. *Bulletin of Educational Psychology*, 43(Special Issue on Reading), 291-314.]
- 涂金堂 (2011)：運用「範例 (worked-out example)」在國小數學問題解決的教學實驗研究。《教育心理學報》，43 (1)，25-50。[Tu, C. T. (2011). An instructional experiment: Using worked-out examples in mathematics problem-solving of elementary school students. *Bulletin of Educational Psychology*, 43(1), 25-50.]
- 張海潮譯 (2008)：微積分精華版。台北市：學銘。[Larson, R., Hostetler, R., & Edwards, B. H. (2008). *Essential Calculus*. Boston, MA: Houghton Mifflin.]
- Chase, W. G., & Simon, H. A. (1973). Perception in chess. *Cognitive Psychology*, 4, 55-81.
- DeLeeuw, K. E., & Mayer, R. E. (2008). A comparison of three measures of cognitive load: Evidence for separable measures of intrinsic, extraneous, and germane Load. *Journal of Educational Psychology*, 100(1), 223-234.
- Gerjets, P., Scheiter, K., & Catrambone, R. (2006). Can learning from molar and modular worked examples be enhanced by providing instructional explanations and prompting self-explanations? *Learning and Instruction*, 16, 104-121.
- Hausmann, R. G. M., Van de Sande, B., & VanLehn, K. (2008). Are self-explaining and coached problem solving more effective when done by pairs of students than alone? In K. M. B. C. Love(Ed.), *Proceedings of the 30th annual conference of the cognitive science society* (pp. 2369-2374). Austin, TX: Cognitive Science Society.
- Kalyuga, S. (2005). Prior knowledge principle in multimedia learning. In R. E. Mayer(Ed.), *The Cambridge handbook of multimedia learning* (pp. 325-337). New York, NY: Cambridge University Press.
- Kalyuga, S., Chandler, P., & Sweller, J. (1999). Managing split-attention and redundancy in multimedia instruction. *Applied Cognitive Psychology*, 13, 351-371.

- Paas, F. (1992). Training strategies for attaining transfer of problem-solving skill in statistics: A cognitive-load approach. *Journal of Educational Psychology, 86*, 429-434.
- Paas, F., & van Merriënboer, J. J. G. (1994). Variability of worked examples and transfer of geometrical problem solving skills: A cognitive-load approach. *Journal of Educational Psychology, 86*, 122-133.
- Paas, F., Tuovinen, J. E., Tabbers, H., & Van Gerven, P. W. M. (2003). Cognitive load measurement as a means to advance cognitive load theory. *Educational Psychologist, 38*(1), 63-71
- Reisslein, J., Atkinson, R. K., Seeling, P., & Reisslein, M. (2006). Encountering the expertise reversal effect with a computer-based environment on electrical circuit analysis. *Learning and Instruction, 16*, 92-103.
- Renkl, A. (2005). The worked out example principle in multimedia learning. In R. E. Mayer(Ed.), *The Cambridge handbook of multimedia learning* (pp. 229-245). New York, NY: Cambridge University Press.
- Sweller, J. (1988). Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive Science, 12*, 257-285.
- Sweller, J. (2010a). Element interactivity and intrinsic, extraneous, and germane cognitive load. *Educational Psychology Review, 22*, 123-138.
- Sweller, J. (2010b). Cognitive load theory: Recent theoretical advances. In J. L. Plass, R. Moreno, & R. Brünken(Eds.), *Cognitive Load Theory* (pp. 29-47). New York, NY: Cambridge University Press.
- Trafton, J. G., & Reiser, B. J. (1993). The contribution of studying examples and solving problems to skill acquisition. *Proceedings of the 15th annual conference of the cognitive science society* (pp. 1017-1022). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Van Gog, T., Kester, L., & Pass, F. (2011). Effects of worked examples, example-problem, and problem-example pairs on novices' learning. *Contemporary Educational Psychology, 36*, 212-218.

附錄一：學習範例題本

1 求圖形 $y = 4 - x^2$ 上哪一點距離 $(0,3)$ 最近？

解：Step1 列出主方程式

由距離公式可得 $d = \sqrt{(x-0)^2 + (y-3)^2}$

Step2 將主方程式化為單一變數

代入原函數 $y = 4 - x^2$ ， $d = \sqrt{x^2 + (4 - x^2 - 3)^2}$

$$d = \sqrt{x^4 - x^2 + 1}$$

由於根號內函數最小時， d 即為最小值，故只需求

$f(x) = x^4 - x^2 + 1$ 之最小值即可

Step3 決定變數的範圍

x 為所有實數

Step4 求函數一階導數，令 $f'(x) = 0$

$$f'(x) = 4x^3 - 2x = 0$$

可得 $x=0$ ， $x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

代入原方程求值， $x=0$ 時， $d=1$ ， $x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ 時， $d = \frac{\sqrt{3}}{2}$

可知最近點是 $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{7}{2})$ 以及 $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{7}{2})$

以下問卷請填寫 1-9 之間的數字

你認為剛才的學習題難度 _____ (1分：太容易，9分：太難了)

附錄二：解題練習題本

2 求圖形 $y = x^2 - 2$ 上哪一點距離 $(0,1)$ 最近？

Step1 列出主方程式

Step2 將主方程式化為單一變數

Step3 決定變數的範圍

Step4 求函數一階導數, 令 $f'(x) = 0$

以下問卷請填寫 1-9 之間的數字

你認為剛才的練習題難度 _____ (1分：太容易，9分：太難了)

附錄三：近遷移測試題本

1 點 $A(0,1)$ 到拋物線 $y = x^2 - 1$ 點的最短距離為何？

附錄四：遠遷移測試題本

2、設函數 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ，其中 a, b, c 為常數。若 $f(x)$ 在 $x=-1$ 處有極值 2，且在 $x=3$ 處也有極值，試求 a, b, c 之值。

收 稿 日 期：2013 年 04 月 08 日

一稿修訂日期：2013 年 07 月 25 日

二稿修訂日期：2013 年 09 月 12 日

三稿修訂日期：2013 年 09 月 30 日

接受刊登日期：2013 年 10 月 02 日

Bulletin of Educational Psychology, 2014, 45(4), 497-515

National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan, R.O.C.

The effect of different combinations of examples and problems on novices' learning

Yi-Hung Huang* Yu Xiang

Department of Mathematics Education

National Taichung University of Education

This study investigated the effectiveness of different combinations of examples and problems, including simultaneous examples and problems, example-problem pairs, and problem-example pairs on novices' learning of optimization problems tasks in a calculus curriculum. Participants were college freshmen who major in business and management. Pretest-posttest control group design was used in this study. After pretest, learners were randomly assigned to three learning conditions. Difficulty rating scale was measured in the learning phase when learning time was fixed. Results showed that in cognitive load measurement, learning from examples and problems simultaneously was more effective and efficient than example-problem pairs and problem-example pairs conditions. In posttest, there was no significant difference in effectiveness between learning from examples and problems simultaneously example-problem pairs conditions; however, they were both more effective than the problem-example pairs condition. Performance in far transfer tests had the same outcome as in near transfer tests among the three conditions. In addition, difficulty rating scale was sensitive to the measurement of cognitive load when learning time was fixed.

KEY WORDS: cognitive load theory, examples-based learning, problem solving, transfer, worked-example

* Corresponding author: Yi-Hung Huang, ehawang@mail.ntcu.edu.tw

