

# 國小二步驟四則混合文字題解題歷程 技巧學習診斷評量之編製發展與實測 分析研究\*

許家驊

國立嘉義大學  
教育學系

本研究參照文字題解題歷程成份技巧並搭配各版本二步驟四則混合單元主題學習內容題型結構分析後編製評量,採合目標與叢集取樣並依各版本單元學習不同出現時間抽取嘉義縣市三四年級學生 954 人,施測後分兩群並依解題技巧及題型向度分別進行分析(含信效度交叉驗證)。主成份分析、試探性與驗證性因素分析發現二因子技巧結構(基本解題及數量辨識)、二因子題型結構(二步驟四則相同及不同運算程序混合),且構念效度及效標關聯同時效度均屬良好。此外信度及鑑別力亦均良好。而不同解題表現學生之解題技巧及題型實測表現均具顯著差異,其剖面訊息亦具診斷處方功能。

**關鍵詞：**文字題解題學習評量、文字題解題學習診斷處方、文字題解題歷程技巧

---

\* 1. 本論文係寫自行政院國家科學委員會(現為科技部)補助之一百零二年度專題研究成果報告內容(編號: NSC 102-2410-H-415-015),謹此誌謝。同時非常感謝所有編審委員及編輯團隊為使本文更臻完善所付出之辛勞。  
2. 本文通訊方式 jhs@mail.ncyu.edu.tw。

就個體解題學習而言，學者認為文字題解題乃為個體解題學習最易生困難向度之一。因個體若要順利解決文字題，除須熟練數學基本運算規則外，還要理解問題脈絡並轉譯運算程序，再正確執行(Jitendra, Sczesniak, Griffin & Deatline-Buchman, 2007; Montague & Dietz, 2009; Powell, 2011; Swason, Orosco & Lussier, 2014; Verschaffel, Greer & DeCorte, 2007; Zheng, Flynn & Swanson, 2013)。在國小低中年級文字題解題學習內容中，二步驟四則混合又較單步驟或二步驟解題為難，也更易生學習困難，其因可自所涉題型之學習歷程、內涵及解題歷程技巧三方面論之。

## 一、二步驟四則混合解題學習歷程

依吳昭容(1990)及 Montague、Warger 與 Morgan(2000)觀點，個體除須熟練數學基本運算規則外，還要具有從本文(text)中學習的能力，能對文字脈絡解碼、觸接(accessing)並理解題意，形成問題或情境模式，亦即問題脈絡，再將這些脈絡由自然語言轉譯為算術語言，形成數學運算程序並正確執行，才能順利解決文字題。

數學文字題又稱應用題，因其需將所學數學運算規則及程序應用至情境中，二步驟四則混合又較單步驟及二步驟問題為難，主因其涉及至少兩次選擇四則運算程序、同時須將其作符合數學運算意義組合。故在數學意義及運算執行難度上，均不同於單步驟或二步驟問題。

故將以具學習難度之二步驟四則混合文字題解題單元教學內容為素材，其因有三，首先二步驟四則混合解題除熟練數學基本運算規則外，還須歷經問題脈絡理解、運算程序轉譯、正確執行歷程。其次二步驟四則混合解題涉及至少兩次四則選擇運算符號或運算程序、將其作符合數學運算意義組合，具數學學習及運算執行難度。再者二步驟四則混合解題乃以二步驟或單步驟解題能力為基礎進行學習，故在各版本中，二步驟四則混合解題均安排在二步驟或單步驟解題後，且於不同學期及學年度進行。

前述所提兩種四則運算程序結合可能是相同或不同類型運算程序組合，故個體除須熟悉加減乘除基本概念及運算外，尚須具備了解運算優先順序及前種運算結果是後種運算程序的基礎兩種數學知識，再歷經數學文字題解題心智運作歷程始可順利解決二步驟四則混合問題。

## 二、二步驟四則混合解題題型學習內涵

以下綜合歸納 Kintsch 與 Greeno(1985)、Kouba(1989)、Marshall、Pribe 與 Smith(1987)、Powell(2011)、Verschaffel 等人(2007)四則數學文字題語意基模(semantic schema)觀點，加減法分為比較型(compare)一比多及比少、改變型(change)一增加及減少、合併型(combine)一求整體及部份量、等化型(equalize)一取走及添入四型，乘除法分為等組(equal groups)乘、等量(equal measures)乘、包含(quotation)除、等分(partition)除四型(等分除相當於 Marshall 等人 1987 年所提 vary 變異題型，其所提 transform 轉換題型涉及前述所有題型整合運用)，組合後分析康軒版楊瑞智主編(2013, 2014)、南一版李源順主編(2013, 2014)、翰林版許瑛珍主編(2013, 2014)、部編版陳伯璋主編(2013, 2014)出版之三四年級數學課本第五至八冊相關單元，再解析其所涉運算量數訊息，可得二步驟整數四則混合解題學習活動類型，如表 1 及表 2。

表 1 國小各主要版本整數二步驟四則混合數學文字題共同類型分析

題型	運算程序	語意基模	康軒版	南一版	翰林版	部編版
兩步驟連乘連除	連乘	等量× 等組×	*	*	*	*
	連除	等分÷ 等分÷	*	*	*	*
乘除混合	先乘再除	等組× 等分÷	*	*	*	*
	先除再乘	等分÷ 等組×	*	*	*	*
乘與加減混合	先乘再減	等組× 改變-	*	*	*	*
	先加再乘	合併+ 等組×	*	*	*	*
除與加減混合	先加再除	合併+ 等分÷	*	*	*	*
	先除再減	等分÷ 比較-	*	*	*	*
使用量數大小範圍			均為三位數以內			
學期			三上至 四下	三上至 四上	三上至 四下	三上至 四上

註：\*代表含該項內容，因「先乘再加」未有文字題型，故未列入。

表 2 國小整數二步驟四則混合數學文字題解題作業題型內容示例

1. 兩步驟連乘連除
(1) 兩步驟連乘 一塊巧克力 10 元，一盒有 6 塊巧克力，請問買一箱共 12 盒的巧克力，要花多少錢？
(2) 兩步驟連除 速食麵一箱 20 包，超市賣出 4 箱，共得 400 元。算算看，速食麵一包多少元？
2. 乘除混合
(1) 先乘再除 小明過生日，買了每包 15 個的果凍 3 包，請 5 個好朋友吃。算算看，一個人可以分到幾個果凍？
(2) 先除再乘 牛奶糖 4 盒共 48 元。媽媽買了 6 盒，要付多少錢？
3. 乘與加減混合
(1) 先乘再減 一袋有 8 個柳丁，媽媽買了 7 袋，晚餐後全家人吃了 15 個，還剩下幾個？
(2) 先加再乘 一張生日卡 17 元，哥哥買了 3 張，妹妹買 6 張，總共要付多少錢？
4. 除與加減混合
(1) 先加再除 兩箱蘋果，一箱有 70 個，另一箱有 50 個。將兩箱的蘋果平分裝成 10 盒，一盒要裝幾個？
(2) 先除再減 4 斤葡萄 120 元，1 斤香瓜 25 元。哪一種水果比較貴？一斤貴多少錢？

自表 1 至 2 可知，各版本單元學習出現時間界於三上至四下間，使用數量為三位數以內，題型則有兩步驟連乘連除、乘除混合、乘與加減混合、除與加減混合，涉及語意基模如表 1。

### 三、二步驟四則混合解題歷程技巧

論及數學解題歷程內涵，最早由 Polya(1957)提出如何解題四階段模式、之後 Schoenfeld(1985)也提出其數學解題六階段模式，二者雖階段分類不同，但性質相近且均重視解題歷程中不同階段成份 (component) 能力運作，認為其乃為影響個體解題能力表現關鍵。就解題歷程成份技巧要素分析而言，學者發現認知成份技巧運作乃影響個體解題表現主因，如 Montague 等人 (2000) 曾使

用歷程導向 (process oriented) 教學訓練個體數學文字題解題策略及子技巧, 如閱讀理解、轉述轉譯 (閱讀及理解問題)、具象化轉換、假設計劃、估計預測 (探索問題及選擇策略)、運算計算 (執行解題) 等, 發現其確具解題表現提昇效益。而 Desoete 與 Roeyers (2005)、Montague 與 Dietz (2009)、Swason 等人 (2014)、Zheng 等人 (2013) 均發現認知策略成份教導及示範確能增進個體解題表現。觀諸上述, 可發現解題表現增益源頭主要來自涉及認知成份運作、被稱為主要策略之認知成份技巧策略運用。

歸納前述所提數學文字題解題階段或策略歷程內容, 大致有閱讀理解、表徵 (representation) 轉譯、策略計劃、執行四項, 最後者又可分列式及計算兩小項, 而表徵轉譯與閱讀理解及計劃階段有關。依 Montague 等人 (2000) 成份分析精鍊 (parsimony) 原則, 可將數學文字題解題認知過程分為閱讀理解、計劃、執行三階段, 閱讀理解依 Gagné、Yekovich 與 Yekovich (1993)、Verschaffel 等人 (2007) 觀點, 可再細分字義 (literal) 及推論 (inferential) 理解兩項, 字義理解係指字義觸接、推論理解則與脈絡意義理解有關, 計劃含策略選擇一項, 執行含列式及計算兩項, 此外推論理解依二步驟四則混合解題題型語意基模結構, 可再細分為前提數量句一、前提數量句二、前提問句三項, 共為三大類七小項。前述內涵之解題歷程認知技巧診斷評估分析, 歸納如表 3。

表 3 數學文字題解題歷程認知成份技巧整合診斷分析

歷程階段	成份技巧	診斷評估功能
閱讀理解	字義理解	是否有識題障礙?
	推論理解前提句一	是否分別理解前提數量句一意義?
	推論理解前提句二	是否分別理解前提數量句二意義?
	推論理解問題句	是否理解問句意義?
計劃	策略選擇	是否了解如何達成目標 (運算法)?
執行	列式	是否具有正確列式 (橫式) 能力?
	計算	是否具有正確計算能力?

#### 四、研究目的與問題整合歸納

整體言之, 可發現二步驟四則混合解題題型學習內容及歷程技巧運用能力分別對個體解題表現具有學習困難度及重要關鍵影響, 故本研究希冀參照二步驟四則混合解題題型及歷程技巧二向度內涵進行歸納分析 (如表 1 至 3), 以後續表 4 為編製架構, 使用題型及技巧向度同時評估設計, 據之編製發展二步驟四則混合解題歷程技巧學習診斷評量, 並搭配二步驟四則混合解題作業實施, 再針對不同解題表現個體之解題實測表現進行分析, 以了解其應用功能。

依前述目的, 其具體問題細列如下:

- (一) 二步驟四則混合解題歷程技巧學習診斷評量在歷程技巧及題型測量上之效度為何?
- (二) 二步驟四則混合解題歷程技巧學習診斷評量在歷程技巧及題型測量上之信度為何?
- (三) 二步驟四則混合解題歷程技巧學習診斷評量在歷程技巧及題型測量上之鑑別力為何?
- (四) 不同解題表現個體之二步驟四則混合解題歷程技巧學習診斷評量實測 (含診斷處方) 結果為何?

## 研究方法

### 一、研究對象

為便於協調教學版本、單元教學進度及顧慮研究對象在校數學學習經驗起見（各版本單元學習時間點界於三上至四下間），故採合目標與叢集（purposeful and cluster）取樣對不同單元學習時間使用不同版本之嘉義縣市國小普通班三四年級學生，以學校為叢集單位選取所需樣本。依 Crocker 與 Algina（1986）所提每項目至少需五人標準，本評量預定編製八大題，每大題有七單題，共 56 個計分項目，每項目乘上五人，至少約需 280 人。最後取樣嘉義縣抽取五校二十班（康軒版二校每校三四年級各二班共八班 201 人、部編、翰林及南一版共三校十二班、每校三四年級各二班 331 人）合計 532 人，嘉義市抽取四校十六班（康軒版一校三四年級各二班共四班 107 人、部編、翰林及南一版共三校十二班、每校三四年級各二班 315 人）合計 422 人，總計 954 人（無遺漏值，均為有效樣本），符合前述人數標準。

為利交叉驗證（cross validation），故將前述各校內班級均以班為單位，依版本與年級結構比例隨機分派為兩群後（均為 477），並針對此二校際樣本群解題先備能力表現（使用作業如研究工具三所列）進行  $t$  考驗，以確認其同質性，結果發現二者間並無顯著差異（ $M = 29.9282$ 、 $29.9263$ ， $t = .707$ ， $p = .519$ ； $p > .05$ ）。代表此二校際樣本群解題先備能力表現符合同質群假定，適合進行部分品質指標（信效度）交叉驗證，除驗證性因素及組合信度分析以第二校際樣本群（ $N2 = 477$ ）為之，餘均以第一校際樣本群（ $N1 = 477$ ）為標的群體進行。

### 二、研究架構

分為評量發展及功能驗證進行，前者歷經整合解題理論及實徵研究之文獻探析、解題技巧及學習內容分析、編製評量，後者含評量品質、實測表現分析，而為達成解題先備表現蒐集目的，將搭配解題作業實施，其架構內容如圖 1。

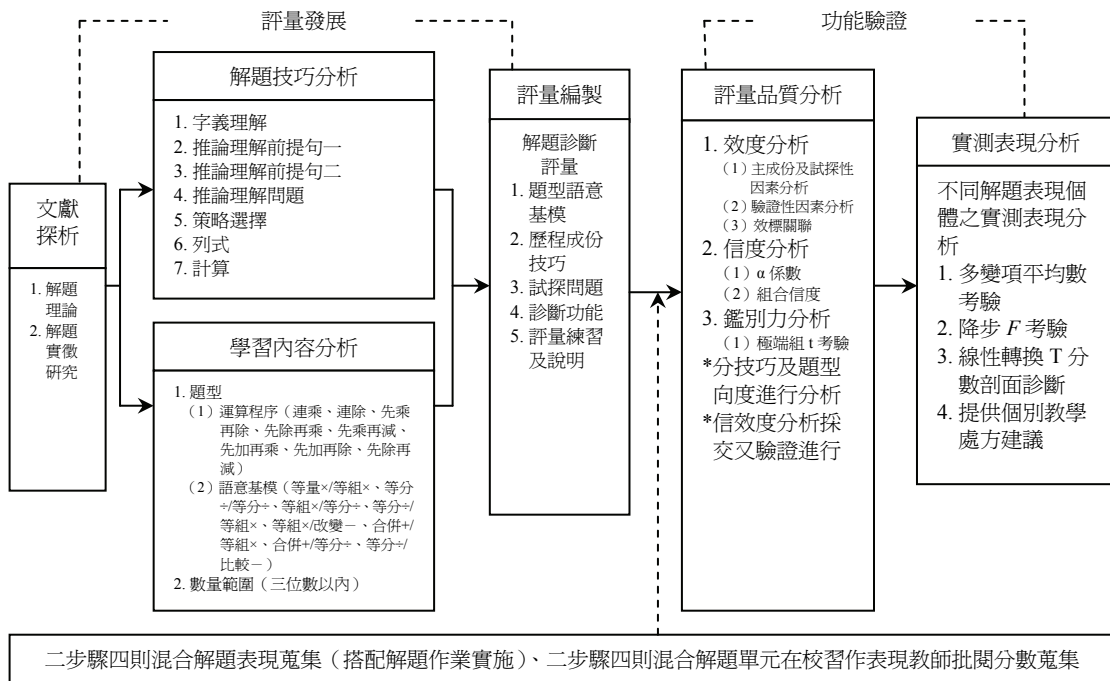


圖 1 二步驟四則混合解題歷程技巧診斷評量編製發展及實測分析研究設計架構

三、研究工具

(一) 二步驟四則混合解題歷程技巧學習診斷評量  
依緒論表 1 至 3 內容編製，其細目向度如表 4。

表 4 二步驟四則混合解題歷程技巧診斷評量編製細目

題型	歷程技巧							題型題數小計
	字義理解	推論理解前提句一	推論理解前提句二	推論理解問句	策略選擇	列式	計算	
連乘	1	1	1	1	1	1	1	7
連除	1	1	1	1	1	1	1	7
先乘再除	1	1	1	1	1	1	1	7
先除再乘	1	1	1	1	1	1	1	7
先乘再減	1	1	1	1	1	1	1	7
先加再乘	1	1	1	1	1	1	1	7
先加再除	1	1	1	1	1	1	1	7
先除再減	1	1	1	1	1	1	1	7
歷程技巧題數小計	8	8	8	8	8	8	8	
總計								56

以二步驟四則先除再減為例 (實施時使用注音版)，其內容形式如表 5。

表 5 二步驟四則混合解題歷程技巧學習診斷評量內容示例

*題型：二步驟四則先除再減 三斤小玉西瓜 150 元（前提一），一斤香蕉 14 元（前提二）。一斤西瓜比一斤香蕉貴多少元（問句）？			
成份技巧	試探問題	選項	診斷功能
字義理解	這一題的題目是？	(1) 三斤小玉西瓜 180 元，一斤香蕉 19 元。一斤西瓜比一斤香蕉貴多少元？ (2) 三斤聖女蕃茄 150 元，一斤龍眼 14 元。一斤蕃茄比一斤龍眼貴多少元？ (3) 三斤小玉西瓜 150 元，一斤香蕉 14 元。一斤西瓜比一斤香蕉貴多少元？	是否有識題障礙？
推論理解 前提句一	三斤小玉西瓜多少元？	(1) 180 (2) 150	是否理解前提一意義？
推論理解 前提句二	一斤香蕉多少元？	(1) 14 (2) 19	是否理解前提二意義？
推論理解 問句	題目要我們算什麼？	(1) 一斤西瓜比一斤香蕉貴多少元？ (2) 一斤西瓜多少元？ (3) 一斤香蕉多少元？	是否理解問句意義？
策略選擇	你覺得這一題要怎麼做才可以得到答案？	(1) 先算出一斤西瓜多少元，再加上一斤香蕉的錢 (2) 先算出一斤西瓜多少元，再減去一斤香蕉的錢	是否了解如何達成目標（運算法）？
列式	這一題的算式要怎麼寫？	(1) $150 \div 3 = 50$ $50 - 14 =$ (2) $150 \div 3 = 50$ $50 + 14 =$	是否具有正確列橫式能力？
計算	這一題的答案是多少？	(1) 64 (2) 36	是否具有正確計算能力？

採自行選答方式實施，同時為降低猜測答對可能性，每單題正確選項答案均隨機排列。

因各單題無法獨立於完整解題歷程外被蒐集，故須搭配文字題型之解題歷程採一大題含七單題組合方式實施，分析時可再依成份屬性將各大題內單題表現重新組合，共 56 單題，單題為二元計分、但各大題為部份給分。

採課程本位、數學教育專家審閱修正，兼顧題型結構基模同構性（isomorphic）原則支持工具內容效度（如實施程序一所述），再使用因素分析提供構念效度證據，並採內部一致性  $\alpha$  係數及組合（composite）信度為信度指標，以極端組  $t$  考驗為鑑別力指標，如結果與討論所示。

### （二）二步驟四則混合解題歷程技巧學習診斷練習評量及說明

設計與前項形式相同之練習及引導說明，作為正式實施前練習用。配合標準化文字及口述說明簡報實施（如實施程序二所述）。另為降低猜測答對可能性，練習題正確選項答案亦作隨機排列，其結果僅為了解答題狀況、不予計分。

### （三）二步驟四則混合解題作業

依緒論表 1 至 2 內容編製，運算程序及答案部分給分，一題四分共八題。採第一項工具所述方式支持內容效度（如實施程序一所述）。經以使用前述各版課本之 126 位非取樣學校三四年級學生預試，試探性因素分析因素結構與編製架構相符，斜交轉軸特徵值均大於 1，估計解釋變異比均具相當比例（共 69.12%），且效標關聯效度係數 .51（以學生在校二步驟四則混合解題相關學習單元習作表現之教師批閱分數為外在效標），顯示具良好效度。單題及整體決斷值  $t$  考驗均達 .05 顯著水準，顯示具良好鑑別力。內部一致性  $\alpha$  係數 .81，顯示具良好信度。

## 四、實施程序

### （一）評量及解題作業編製、施測準備

評量以表 1 至 4 內容、解題作業以表 1 至 2 內容為編製架構，編擬測試問題。再由四位數學教育專家（兩位理論專家—相關領域大學教授、兩位實務專家—小學數學老師）協助審閱。綜合審視結果，評量及解題作業評定一致性均達 100% 適用，顯示具良好內容效度。之後設計說明指導

語，分別組合評量及解題作業。再依正式評量內容編製評量練習，針對評量練習及施測說明製作標準化視訊與音訊錄音簡報，最後針對評量練習及正式評量、解題作業進行注音標示。

### (二) 評量及解題作業測試題本試作

於非取樣學校中（符合樣本群使用版本），挑選三十位學生（三四年級各半）於不同時間實施評量及解題作業試作（每種一次共二次），程序如後。

#### 1. 評量

##### (1) 共同填答練習及說明

使用評量練習、單槍投影機配合標準化口述說明簡報實施，先進行共同作答說明（目的說明、填答事項及主題目讀題引導），再按成份依序進行，每單題均先同時呈現注音文字視訊閃示及讀題引導音訊口述說明，之後自行選答待答 20 秒，再呈現正確答案回饋之音訊口述說明，之後由受測者提問、施測者回答。

##### (2) 自行填答

#### 2. 解題作業

##### (1) 共同填答說明

先由施測者對受測者進行約 5 分鐘口頭填答說明，再由受測者提問、施測者回答。

##### (2) 自行填答

#### 3. 評量及解題作業試作形式

均採分成 6 小組（每組 5 人，每組由 1 位施測者在旁協助）形式同時進行，以利施測者了解受測者填答理解狀況及相關問題，並判斷其回應與表 1 至 4 編製細目界定內容之一致性（正式實施無此程序）。

結果發現除文具借用及秩序問題外，受測者均能理解評量及作業內容，並能於預定時間內回答完畢（時間安排如正式施測說明，另施測者曾請問受測者評量作業答題狀況，其提及每大題雖有小題、但都是同一題目且均為選擇題又有注音、作答方便並無困擾），且無相關問題，而互動回應內容亦與編製界定內容方向一致，狀況良好，故無須調整。

### (三) 評量及解題作業正式施測

依前述程序對所有研究對象，於不同時間分二次實施正式評量及解題作業正式施測。因研究對象較多且各校行事安排不同，正式施測乃由研究者及助理協同熟悉班級學生狀況之班級導師於班級晨光及導師時間施測，每次晨光時間 30 分鐘及導師時間 40 分鐘接續合計 70 分鐘，時間安排均分為先進行評量及例題練習說明約 8 分鐘，4 大題評量約 35 分鐘，中場休息約 7 分鐘，再進行解題說明約 3 分鐘，4 題解題約 17 分鐘交叉進行，4 題評量與解題作業均為相同題型，但受測者實際答題狀況具個別差異，極大部份均提早完成、極少部份依預定時間完成。上述安排於非連續不同二日重複實施共二次後，所有評量及解題作業均施測完成。

### (四) 蒐集外在效標分數

以學生在校二步驟四則混合解題相關學習單元習作表現之教師批閱分數為外在效標分數。

### (五) 功能驗證

整合所得資料針對研究問題，進行信效度、鑑別力及實測結果分析（含診斷處方）。

## 五、資料處理與分析

針對問題一，進行構念效度主成份（PC）分析、試探性及驗證性因素分析（EFA 及 CFA），效標關聯效度分析（以學生在校二步驟四則混合解題相關學習單元習作表現之教師批閱分數為外在效標進行積差相關分析）。針對問題二，進行內部一致性及組合信度分析。針對問題三，進行極端組  $t$  考驗。針對問題四，以線性（linear）轉換  $T$  分數進行獨立樣本單因子多變項平均數考驗、Roy-Bargman 降步（step-down） $F$  考驗，並輔以診斷及處方剖面分析。以上除驗證性因素分析以 Amos 進行外，餘均採 SPSS for Windows 為之。



## 結果與討論

以下依研究問題次序，分別呈現。

### 一、效度分析

#### (一) 構念效度分析 (交叉驗證)

##### 1. 向度內分層面主成份及試探性因素分析 (N1 = 477)

##### (1) 歷程技巧及題型向度內分層面主成份分析

為了解各分層面內各單題在所屬成份技巧及題型之共同向度性，分別使用主成份分析進行，結果如表 6。

表 6 歷程技巧及題型向度內分層面主成份分析

項目	歷程技巧向度 (8 單題)								題型向度 (7 單題)						
	字義理解	推論理解前提句一	推論理解前提句二	推論理解問句	策略選擇	列式	計算	連乘	連除	先乘再除	先除再乘	先乘再減	先加再乘	先加再除	先除再減
係數	.67	.34	.29	.59	.45	.59	.62	.61	.54	.57	.51	.24	.53	.47	.71
	.57	.67	.69	.58	.28	.51	.45	.60	.74	.70	.22	.54	.64	.42	.30
	.61	.71	.86	.60	.70	.69	.69	.59	.66	.72	.21	.39	.69	.17	.41
	.53	.21	.24	.47	.78	.56	.57	.63	.21	.45	.72	.56	.44	.67	.71
	.34	.66	.50	.63	.48	.35	.55	.70	.77	.68	.87	.80	.82	.84	.73
	.56	.58	.77	.43	.42	.32	.36	.65	.83	.78	.93	.85	.81	.81	.84
	.43	.56	.51	.58	.66	.74	.75	.61	.81	.77	.91	.76	.72	.80	.85
	.76	.69	.68	.70	.74	.72	.76								
KMO 值	.68	.62	.72	.66	.69	.68	.72	.65	.76	.75	.66	.65	.57	.67	.69
Bartlett 近似 $\chi^2$	689.39	897.41	947.88	718.62	889.78	815.87	844.92	812.16	1294.10	1177.36	1952.18	1052.83	2081.65	1099.61	1797.97
df	均為 28								均為 21						
特徵值	2.62	2.68	2.93	2.68	2.78	2.69	2.94	2.77	3.23	3.21	3.32	2.74	3.21	2.87	3.25
變異解釋比%	32.77	33.51	36.68	33.52	34.68	33.61	36.81	39.55	46.02	45.90	46.30	39.17	45.89	40.95	46.46

註：Bartlett 近似  $\chi^2$  概率值均為  $p = .000$

由表 6 看來，各分層面及整體的技巧及題型共同向度性尚屬良好，且符合本評量編製理論架構。二項分析 KMO 值界於 .57 至 .76 間（大部份在 .62 以上），依 Kaiser (1974) 規準，表示取樣適切性尚屬良好、居可接受至中等以上程度。另各近似卡方值大且達 .000 顯著水準，代表相關矩陣非單元矩陣，且各相關係數彼此不同並大於 0，適合進行主成份分析。

各向度各分層面各單題與各分層面總分因素負荷量大部份相關均界於 .30 至 .93 間（平均 .6），代表各分層面共同向度性尚屬良好。此外特徵值均在 Kaiser (1974) 規準以上（大於 1），變異解釋量界於 32.77% 至 46.46% 間，均尚屬良好。

##### (2) 經解題歷程技巧及題型向度內分層面主成份分析後之各描述統計及相關

解題歷程技巧向度內分層面  $M$  界於 6.81 至 7.69 間， $SD$  界於 0.88 至 1.67 間， $r$  界於 .29 至 .91 間（平均 .59）。題型向度內分層面  $M$  界於 5.78 至 6.61 間， $SD$  界於 1.07 至 1.75 間， $r$  界於 .21 至 .71 間（平均 .45）。除技巧向度第三分層面部份單題，題型向度第一、六分層面部份單題與該分層面總分相關接近或低於 .3 外，餘各分層面各單題與各分層面總分間相關均界於 .31 至 .91 間，代表技巧及題型向度各分層面間具良好關聯、內部一致性良好。

由前述看來，各分層面及全評量內成份及題型共同向度性均為良好，且符合本評量編製理論架構，另為避免產生 Byrne (2001) 所提虛假 (bogus) 因素及擬似 (spurious) 相關問題，並降低因素分析參數估計所需樣本數門檻，以提高分析信效度起見，後續試探性及驗證性因素分析均將

在考量 Bandalos 與 Finney (2001)「評量內單一向度」原則下，審慎以同性質之分層面題包 (item parcel) 為單位進行。

### (3) 歷程技巧及題型向度內分層面試探性因素分析

因假定本評量測量之潛在因素間應具有一定程度相關，故以成份技巧及題型向度各單題組合之分層面為單位，使用主軸法 (PAF) 搭配斜交 (oblimin) 轉軸進行試探性共同因素分析，結果如表 7。

表 7 歷程技巧及題型向度內分層面主軸因素分析與斜交轉軸

歷程技巧	題型					題型			
	樣式矩陣		結構矩陣			樣式矩陣		結構矩陣	
	因素 1	因素 2	因素 1	因素 2		因素 1	因素 2	因素 1	因素 2
字義理解	.57	.22	.69	.53	連乘	-.08	-.84	.38	-.80
推論理解前提句一	.03	.92	.53	.94	連除	.35	-.70	.73	-.89
推論理解前提句二	.01	.90	.49	.91	先乘再除	.77	-.03	.78	-.44
推論理解問句	.81	-.12	.75	.32	先除再乘	.51	-.21	.62	-.48
計畫	.92	-.07	.89	.43	先乘再減	.81	.10	.76	-.34
列式	.86	.08	.91	.55	先加再乘	.71	.09	.66	-.29
計算	.87	.13	.94	.60	先加再除	.44	-.42	.66	-.65
					先除再減	.48	-.13	.55	-.39
歸屬後因素命名	基本解題	數量辨識				二步驟四則 不同運算程 序混合	二步驟四則 相同運算程 序混合		
KMO 值	.83					.82			
Bartlett 近似 $\chi^2$	2941.47					1848.48			
df	21					28			
p 值	.00					.00			
轉軸前特徵值	4.35	.96				3.79	.67		
變異解釋比%估計值	62.18	13.66				47.43	8.31		
總累積變異解釋比估計值	62.18	75.84				47.43	55.74		
轉軸後特徵值	4.06	2.93				3.43	2.63		
向度內因素相關	.54					.53			

註：方框表示因素歸屬。上述分析符合林清山 (1991) 所提因素相關不為零應採用斜交轉軸之假定。

二項分析 KMO 值依 Kaiser (1974) 規準，代表因素分析取樣適切性良好且接近極佳、居中上程度，而近似卡方值大且達 .000 顯著水準，代表因素分析使用之相關矩陣非單元矩陣，且各相關係數彼此不同並大於 0，適合進行因素分析。

系統分別成功萃取技巧向度二個因子、題型向度二個因子，由於技巧及題型向度內因子間具有不為零之中度平均正相關，因此僅能報告各向度內因子轉軸後平方總和及斜交轉軸程序中產生之解釋變異百分比、總累積變異解釋比估計值。前述平方總和相當於使用正交轉軸後所得因子特徵值 (eigen value)，依 Kaiser (1960) 建議大於 1 的特徵值保留規準、陡坡圖 (scree plot) 及平行分析 (parallel analysis) 趨勢觀之，均具相當影響，故均予以保留。

自二矩陣看來，這些加權係數及負荷量大部份均在 Hair、Black、Babin 與 Anderson (2010) 所提標準 .3 以上，代表技巧及題型向度各分層面與各因素間均具相當程度之相對重要性及關聯，再自其在兩個因素的數值大小判斷其因素歸屬，可發現在技巧向度，字義理解、推論理解問句、策略選擇、列式、計算適合歸屬因素一，均屬文字題解題基本能力，故命名為基本解題技巧。推論理解數量句一、推論理解數量句二適合歸屬因素二，均屬辨認文字題解題脈絡中相關數量能力，故命名為數量辨識技巧。

在題型向度，先乘再減、先加再乘、先乘再除、先除再乘、先加再除、先除再減適合歸屬因素一，涉及乘除混合、乘與加減混合、除與加減混合等不同運算程序混合，故命名為二步驟四則不同運算程序混合。連乘、連除適合歸屬因素二，涉及連乘連除等相同運算程序混合，故命名為二步驟四則相同運算程序混合。

如此結果不僅與前述文獻所提之解題歷程成份技巧及題型向度歸屬相符，且進一步發現其間隱含之彼此群聚隸屬共同結構及向度。

## 2. 向度內項目及分層面階層組織結構驗證性因素分析 ( $N2 = 477$ )

前述結果雖已浮現因子及項目間之包含隸屬型態，但因子整體階層組織結構及徑路關係並不明朗，為深入了解其合理與可靠性，將參照李茂能（2006）建議，針對第二樣本群分別以各向度分層面內項目及分層面為單位（觀察指標變項），並依表 6 至 7 各向度內因子與項目、分層面、組合分層面間包含隸屬型態（主成份分析、試探性因素分析結果架構），分別使用 Amos 程式內定之最大可能性估計法（ML）分向度進行高階驗證性因素分析。同時為了解技巧與題型之評量二向度性，及避免 Amos 單一模式圖 56 個單題之各單題（觀察指標變項）僅能歸於題型向度或內容向度某個潛在變項（1 個指標路徑），而無法同時重複歸於二個不同向度潛在變項（1 個以上指標路徑）之設定限制，故以分層面及組合分層面為單位（觀察指標變項），依前述方式再進行二向度階層驗證性因素分析。

並依表 7 試探性因素分析結果架構（隱含向度因素透過分層面因素影響觀察指標變項之關係）、前述文獻理論所提因子向度內分層面關係、Amos 程式輸出修改指標（modification indices, MI），在不更動向度、分層面及項目（觀察指標變項）路徑關係架構前提下，進行部份殘差共變關係調控，以增加模式精確度。

第二樣本群描述統計及相關，解題歷程技巧向度內分層面  $M$  界於 6.77 至 7.67 間， $SD$  界於 0.87 至 1.69 間， $r$  界於 .35 至 .92 間（平均 .62）。題型向度內分層面  $M$  界於 5.74 至 6.64 間， $SD$  界於 0.94 至 1.76 間， $r$  界於 .25 至 .72 間（平均 .48）。除題型向度第二、四分層面部份單題與該分層面總分的相關接近或低於 .3 外，其餘各分層面各單題與各分層面總分間相關均界於 .35 至 .92 間，代表技巧及題型向度各分層面間彼此具有良好關聯、內部一致性良好。結構參數如圖 2 至圖 4、分析指標參數如表 8（圖 2 至圖 4 及其說明因軟體原圖估算輸出數據僅至小數二位）。

（1）歷程技巧及題型向度內階層組織結構驗證性因素分析

如圖 2 至圖 3、表 8。

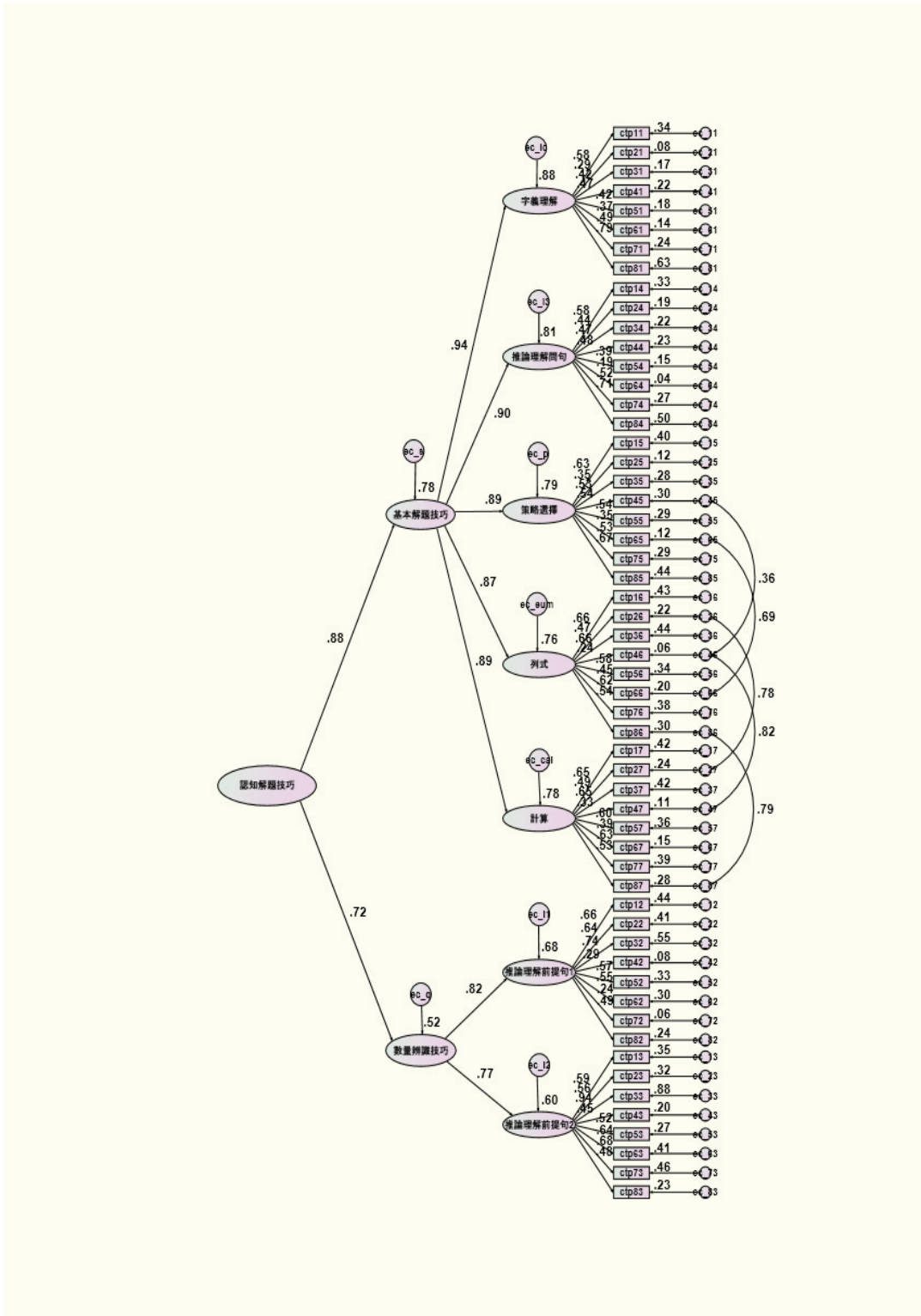


圖 2 歷程技巧向度內階層組織結構驗證性因素分析結構

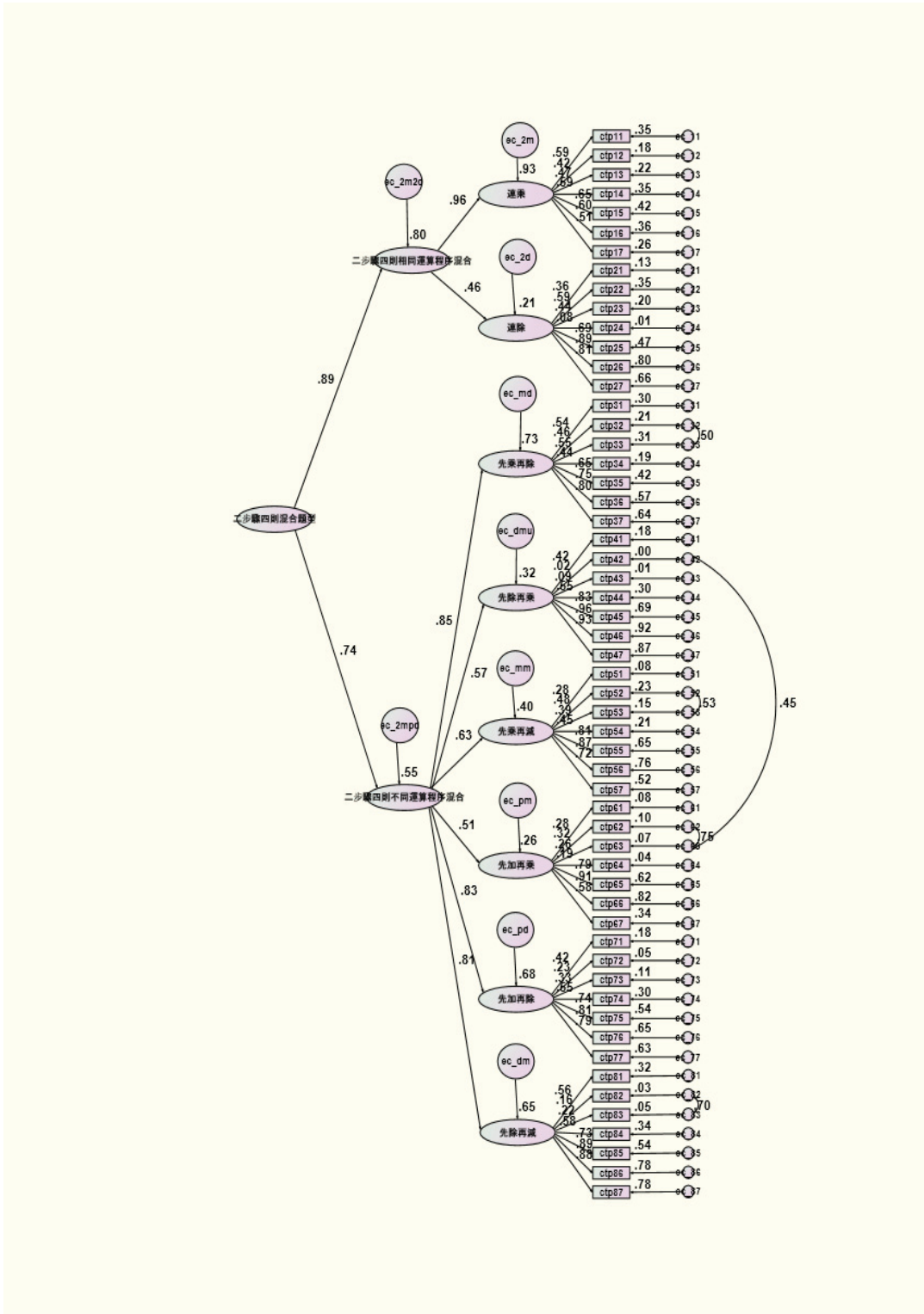


圖 3 題型向度內階層組織結構驗證性因素分析結構

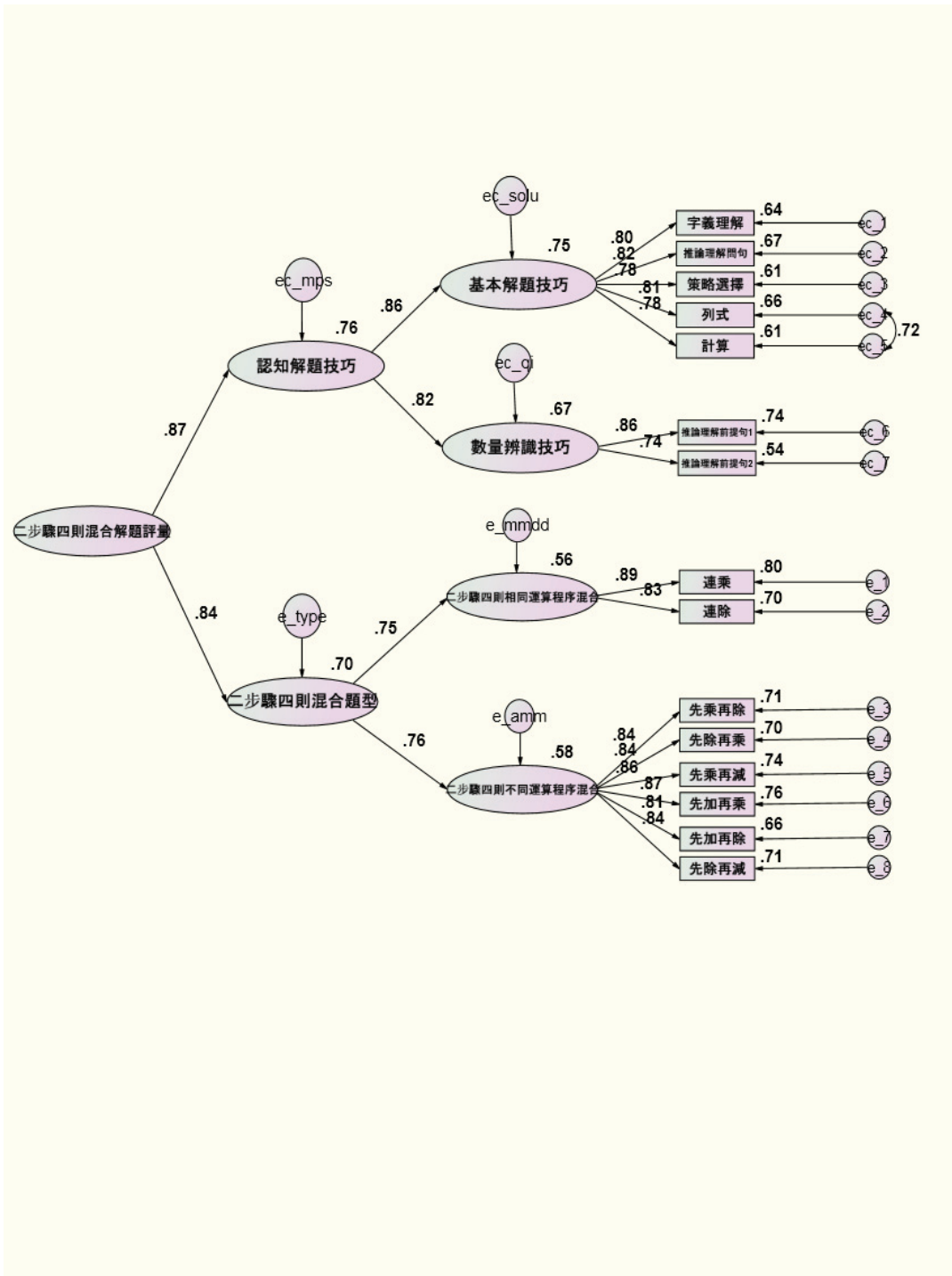


圖 4 技巧及題型向度內階層組織結構驗證性因素分析結構

自圖 2 至 4 結構看來，因素、分層面與觀察指標變項相關（標準化因素負荷量）及測量變異解釋貢獻量觀之，技巧向度各組合分層面因素負荷量及變異解釋量界於 .72 至 .88、52%至 78% 間、共同萃取變異解釋比 64.64%，各分層面各觀察指標因素負荷量及變異解釋量界於 .19 至 .94、4%至 88%間、各分層面共同萃取變異解釋比界於 24.3%至 39.01%間，所有各分層面因素負荷量及變異解釋量界於 .77 至 .94、60%至 88%間、共同萃取變異解釋比 75.71%。

題型向度各組合分層面因素負荷量及變異解釋量界於 .74 至 .89、55%至 80%間、共同萃取變異解釋比 66.99%，各分層面各觀察指標因素負荷量及變異解釋量界於 .02 至 .96、.004%至 93% 間、各分層面共同萃取變異解釋比界於 29.62%至 42.33%間，所有各分層面因素負荷量及變異解釋量界於 .46 至 .96、21%至 93%間、共同萃取變異解釋比 52.28%。

技巧及題型向度各 1 至 3 階組合分層面因素負荷量及變異解釋量界於 .75 至 .87、56%至 76% 間、共同萃取變異解釋比界於 63.8%至 73.13%間，各分層面各觀察指標因素負荷量及變異解釋量界於 .74 至 .89、54%至 80%間、各分層面共同萃取變異解釋比界於 63.71%至 74.05%間，所有組合分層面、分層面、觀察指標因素負荷量及變異解釋量界於 .74 至 .89、54%至 80%間、共同萃取變異解釋比 68.15%。

以李茂能（2006）建議標準觀之，前述所提共同萃取變異解釋比（計算公式，頁 144）大部份達 50%以上，部份雖未達 50%，但接近各自變異萃取總解釋比約二分之一，表示各觀察指標變項（分層面）對所測組合分層面及向度構念代表性尚可接受。各模式迴歸係數、變異數及共變數參數除題型向度有二項迴歸係數、一項變異數未達 .05 顯著水準外，餘均達 .01 顯著水準以上。

表 8 歷程技巧及題型向度內分層面、組合分層面各階層模式  
整體適配度檢定項目分析 (N2 = 477)

向度	項目	絕對適配檢定				增值/相對適配檢定							精簡適配檢定		
		$\chi^2$	GFI	SRMR	RMSEA	AGFI	NFI	RFI	IFI	TLI	CFI	PNFI	PCFI	ECVI	CMIN/DF
	適配標準	儘可能小 $p > .05$	> .90	< .05	< .08 良 /< .1 尚可	> .90	> .90	> .90	> .90	> .90	> .90	> .50	> .50	儘可能小 (90%信賴區間下限~上限)	1~3
歷程技巧	統計量 (119 參數) (df = 1477)	5671	.95	.00	.09	.91	.95	.93	.96	.94	.96	.66	.67	14.15 (13.66~14.65)	3.84
	評估結果	-	+	+	+(尚可)	+	+	+	+	+	+	+	+	+	-
題型	統計量 (125 參數) (df = 1471)	5057	.95	.00	.09	.91	.96	.94	.97	.95	.97	.62	.63	13.12 (12.66~13.59)	3.43
	評估結果	-	+	+	+(尚可)	+	+	+	+	+	+	+	+	+	-
歷程技巧	統計量 (16 參數) (df = 104)	168	.96	.04	.05	.92	.96	.94	.98	.96	.98	.59	.60	.58 (.51~.57)	2.62
題型	評估結果	-	+	+	+(良)	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

註：以上項目及標準係參考自余民寧（2006）、李茂能（2006）之建議；+表符合-表不符合；上述  $\chi^2$  概率均為  $p < .01$ ，RMSEA 概率前二者為  $p < .01$ 、最後者為  $p > .05$

因余民寧（2006）、李茂能（2006）認為整體模式適配度應綜合多重指標衡量之，故依前述學者建議之模式適配度檢定項目及標準看來，表 8 十四個模式適配檢定項目中，技巧、題型、技巧及題型向度各有十二至十三項達理想標準、一至二項未符合，再就余民寧（2006）所提分類挑選重要指標比對原則而言，絕對適配檢定：GFI、AGFI、SRMR、RMSEA，增值/相對適配檢定：NFI、RFI、IFI、TLI、CFI，精簡適配檢定：PNFI、PCFI、ECVI 等均達標準。準此評估，本次模式整體適配程度應在尚可接受範圍內，亦即試探性因素分析所得因子因素結構假定目前暫時得以成立、未被推翻。

整體而言，本次驗證性因素分析各項結果尚可接受，且因素結構及因子相關均符合前述試探性因素分析結果假定，加上因素模式結構適配程度尚屬適當。故目前本解題歷程技巧診斷評量所測試之解題技巧能力及題型內容向度可暫時被確認如後，前者含二項組合技巧能力、七項技巧能力，後者含二項組合題型內容、八項題型內容，二者同時並存於本評量中。

(二) 效標關聯效度分析 ( $N1 = 477$ )

1. 向度內分層面、組合分層面、總分與效標關聯同時效度分析如表 9 所示。

表 9 同時效度相關分析

效標	全評量	技巧組合分層面		技巧分層面							
		基本解題技巧	數量辨識技巧	字義理解	推論理解一	推論理解二	推論理解三	策略選擇	列式	計算	
二步驟四則混合解題單元在校解題習作表現	.44	.42	.38	.33	.36	.38	.23	.39	.42	.45	
同上	全評量	題型組合分層面		題型分層面							
		二步驟四則相同運算程序混合	二步驟四則不同運算程序混合	連乘	連除	先乘再除	先除再乘	先乘再減	先加再乘	先加再除	先除再減
	.44	.27	.46	.25	.21	.34	.36	.32	.26	.33	.47

註：以上數值之  $p$  值均為 .000

自表 9 看來，無論技巧或題型向度全評量或組合分層面或分層面，均與效標間具有顯著低中度正相關 ( $r$  界於 .21 至 .47 間， $p < .001$ )，共同變異解釋量約界於 4.41% 至 22.09% 間，上述可知解題學習診斷評量尚具良好可接受之效標關聯同時效度。

## 二、信度分析 (交叉驗證)

(一) 歷程技巧及題型向度分層面因素內部一致性  $\alpha$  係數 ( $N1 = 477$ ) 及組合信度分析 ( $N2 = 477$ )

其中組合信度係依李茂能 (2006) 所提使用標準化因素負荷量計算公式 (頁 144) 對前述 CFA 所得資料進行分析，結果如表 10 及表 11。

表 10 因素歸屬後分層面內部一致性及組合信度分析

項目	歷程技巧向度							題型向度							
	字義理解	推論理解前提句一	推論理解前提句二	推論理解問句	策略選擇	列式	計算	連乘	連除	先乘再除	先除再乘	先乘再減	先加再乘	先加再除	先除再減
標準化 $\alpha$	.70	.71	.72	.72	.73	.71	.75	.73	.74	.78	.80	.72	.79	.75	.81
組合信度	.71	.70	.75	.76	.77	.76	.83	.77	.77	.80	.78	.79	.70	.77	.80
題數/觀察指標數	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7	7	7	7	7

表 11 因素歸屬後全部及組合分層面內部一致性及組合信度分析

項目	歷程技巧向度			題型向度		
	基本解題	數量辨識	解題技巧	二步驟四則相同運算程序混合	二步驟四則不同運算程序混合	二步驟四則混合
標準化 $\alpha$	.93	.85	.94	.88	.91	.94
題數	40	16	56	14	42	56
組合信度	.95	.78	.96	.70	.86	.89
分層面觀察指標數	5	2	7	2	6	8

表 10 至 11 除部份數值較低外，餘均等於或大於 .7，尚屬可接受範圍，代表因素歸屬後分層面、組合分層面與整體內部一致性均屬良好。以李茂能 (2006) 建議標準觀之 (頁 145)，亦代表大部分觀察指標變項 (分層面及組合分層面) 對所測構念 (組合分層面及向度) 之測量可靠性尚屬良好。



### 三、鑑別力極端組決斷值 (CR 值) 分析 (N1 = 477)

爲了解整體、各分層面及各單題鑑別力，採傳統測驗理論作法，將個體診斷評量總分由高至低排序後，選取居前 27% 及後 27% 個體爲高低分組 (N1H = 151; N1L = 133)，再以此二組在整體、各分層面及各單題表現進行獨立樣本  $t$  考驗。

#### (一) 歷程技巧及題型向度項目、分層面及組合分層面鑑別力極端組決斷值分析

表 12 因素歸屬後各單題、分層面、組合分層面及全體極端組決斷值  $t$  檢定

分層面	歷程技巧							
	字義理解	基本解題技巧				數量辨識技巧		
		推論理解 問句	策略選擇	列式	計算	推論理解前提 句一	推論理解前提 句二	
技巧分層面	14.83	19.88	27.90	28.21	28.81	7.65	7.38	
技巧組合分層面	37.73					7.79		
題型								
	二步驟四則相同運算程序混合				二步驟四則不同運算程序混合			
	連乘	連除	先乘 再除	先除 再乘	先乘 再減	先加 再乘	先加 再除	先除 再減
題型分層面	24.36	31.15	12.77	11.78	10.16	8.37	17.19	9.03
題型組合分層面	39.91		20.08					
各單題	<u>1.00</u>	至	20.84	7.95 (平均)				
總計	30.21							

註：雙底線表  $p > .005$ ，其他  $p = .000$

自表 12 看來，各項極端組表現  $t$  考驗結果，除一單題未達 .05 顯著水準外，餘均達 .05 以上顯著水準，代表因素歸屬後各項目、分層面、組合分層面及整體絕大部份單題對不同能力個體的鑑別力良好。

### 四、不同解題表現個體二步驟四則混合解題歷程技巧診斷評量之實測結果分析 (含診斷處方) (N1 = 477)

爲了解不同解題表現個體之二步驟四則混合解題歷程技巧診斷評量表現實測結果，以其不同解題表現 (如第三項工具解題作業表現前 27% 及後 27% 個體，N1PH = 308; N1PL = 135) 爲分組自變項，解題歷程技巧診斷評量技巧及題型向度分層面、組合分層面表現爲依變項，參照其平均數及標準差線性轉換後之共同量尺 T 分數，進行獨立樣本單因子多變項平均數考驗分析。以了解其差異，並輔以各組平均數 T 分數表現剖面圖診斷處方，說明如後。

(一) 技巧及題型向度分層面、組合分層面表現之獨立樣本單因子多變項平均數考驗分析結果如表 13。

表 13 歷程技巧及題型向度內分層面、組合分層面多變項分析

項目	歷程技巧								組合分層面	
	字義理解	推論理解前提句一	推論理解前提句二	推論理解問句	策略選擇	列式	計算	基本解題	數量辨識	
多變項 Wilk's <i>A</i>	.82								.84	
單變項 <i>F</i>	75.15	36.90	49.96	34.07	47.14	52.18	71.89	52.79	52.20	
降步 <i>F</i>	75.15	<u>3.48</u>	<u>7.78</u>	<u>1.65</u>	<u>4.15</u>	<u>0.40</u>	<u>3.48</u>	73.52	<u>7.55</u>	
項目	題型 分層面								題型 組合分層面	
	連乘	連除	先乘再除	先除再乘	先乘再減	先加再乘	先加再除	先除再減	二步驟四則相同運算程序混合	二步驟四則不同運算程序混合
多變項 Wilk's <i>A</i>	.81								.83	
單變項 <i>F</i>	62.23	84.14	34.31	22.86	34.12	40.18	42.23	<u>9.33</u>	87.55	55.94
降步 <i>F</i>	62.23	23.90	<u>1.60</u>	<u>0.01</u>	<u>3.20</u>	<u>4.45</u>	<u>0.15</u>	<u>0.74</u>	87.55	<u>4.60</u>

註：底線表  $p > .05$ ，雙底線表  $p < .005$ ，其他  $p = .000$

高低分組 *M* 請見圖 5 至 8

其技巧及題型向度分層面、組合分層面表現之多變項考驗結果 Wilks' *A* 值均達 .005 顯著水準，代表不同解題表現個體間在不同向度之所有分層面及組合分層面表現整體上均具差異。

單變項考驗結果，不同向度之不同分層面及組合分層面 *F* 值亦均達 .005 顯著水準 (Bonferroni 多重檢定顯著水準校正，技巧概率應小於  $.05/7 = .007142$ ，題型概率應小於  $.05/8 = .00625$ ，以下均依此校正)，代表不同解題表現個體間在不同向度之所有分層面及組合分層面表現上均存有差異。

再進行降步 *F* 考驗，結果發現在技巧向度分層面，除推論理解前提句一、推論理解問句、列式及計算外，降步 *F* 值均達 .005 顯著水準，代表其餘三個分層面在排除各自前一分層面影響後仍具差異，亦即自變項僅對字義理解、推論理解前提句二、策略選擇具真正影響，至於組合分層面，數量辨識在排除基本解題後仍達 .005 顯著水準，代表數量辨識組合分層面在排除前一組合分層面影響後仍具差異，亦即自變項對基本解題、數量辨識組合分層面具真正影響。

在題型向度分層面，除先乘再除、先除再乘、先乘再減、先加再除、先除再減外，降步 *F* 值均達 .005 顯著水準，代表其餘三個分層面在排除各自前一分層面影響後，仍具差異，亦即自變項僅對連乘、連除、先加再乘具真正影響，至於組合分層面，在排除各自前一組合分層面影響後均達 .005 顯著水準，代表各組合分層面在排除各自前一組合分層面影響後，仍具差異，亦即自變項對二步驟四則相同及不同運算程序混合組合分層面均具真正影響。

綜上可知不同向度之不同分層面及組合分層面多變項考驗顯著之因，乃為部份依變項之貢獻，故可確認不同解題表現個體間在前述技巧及題型向度部份分層面及組合分層面具有真正差異 (由圖 5 至 8 看來，高解題表現組均優於低解題表現組)。

### (二) 技巧及題型向度分層面、組合分層面表現平均數 *T* 分數表現剖面圖診斷處方

結果如圖 5 至 8。雖不同解題表現個體間在技巧及題型向度所有分層面及組合分層面均不等似具差異，但由表 13 及圖 5 至 8 可知不同解題表現個體間僅在前述技巧及題型向度部份分層面及組合分層面具真正差異，均為高解題表現組優於低解題表現組，前者均在共同量尺平均數以上，後者則在下，故就診斷處方角度視之，教學者未來可再針對解題表現較弱者在連乘、連除、先加再乘題型之字義理解、推論理解前提句二數量辨識、選擇策略技巧，設計相對應學習內容進行補救提昇。

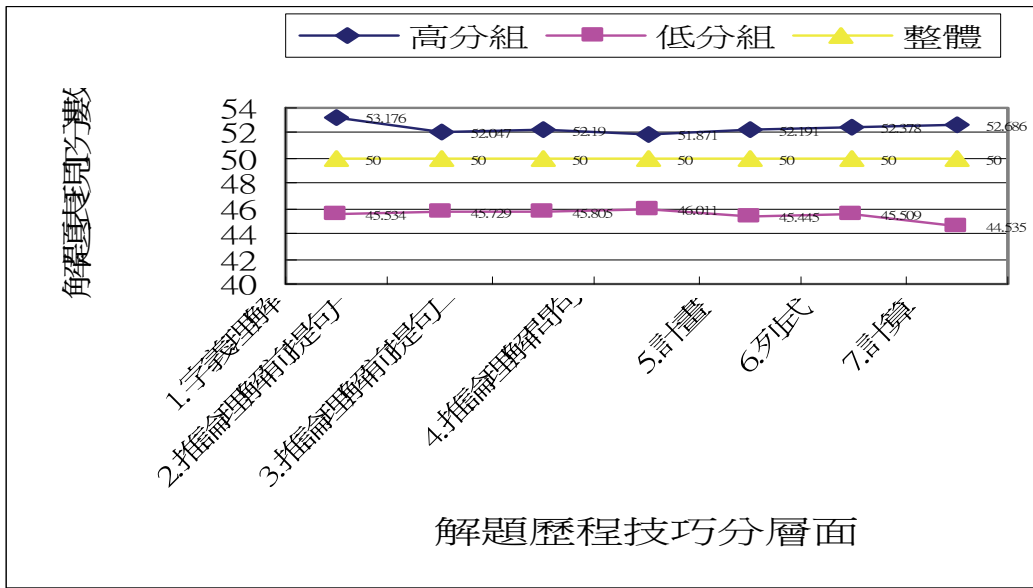


圖 5 技巧向度分層面高低分組表現平均數 T 分數表現剖面圖

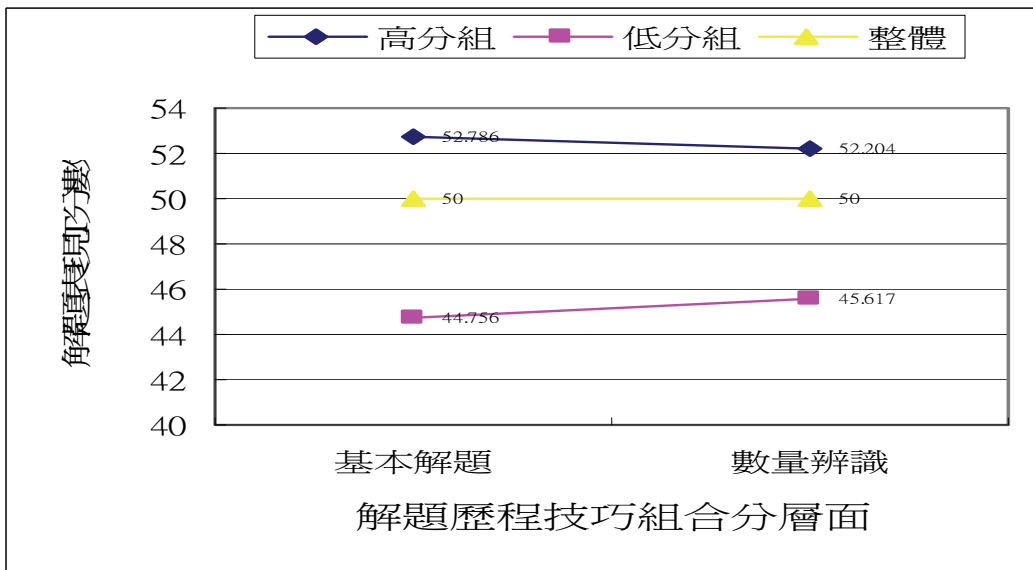


圖 6 技巧向度組合分層面高低分組表現平均數 T 分數表現剖面圖

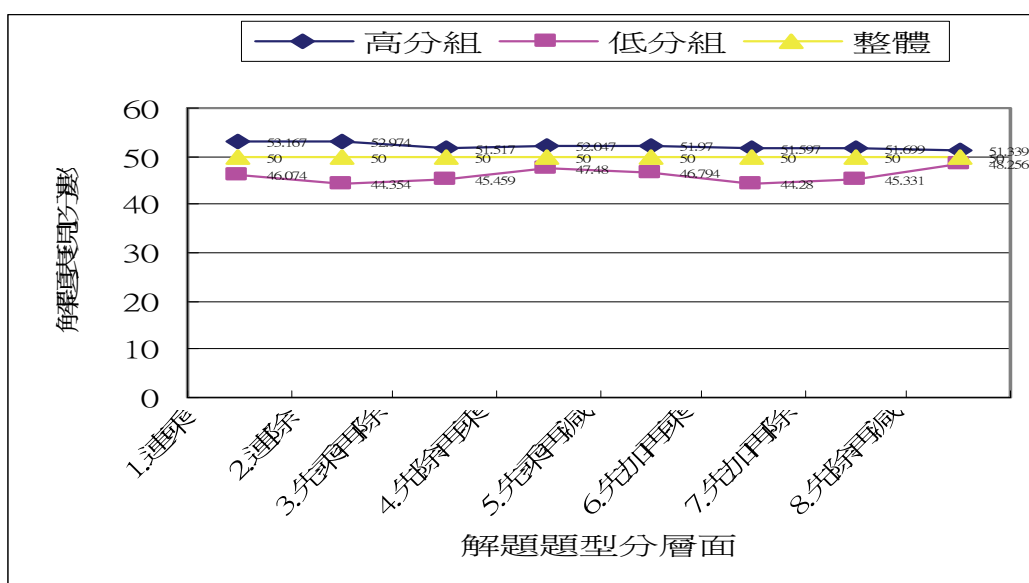


圖 7 題型向度分層面高低分組表現平均數 T 分數表現剖面圖

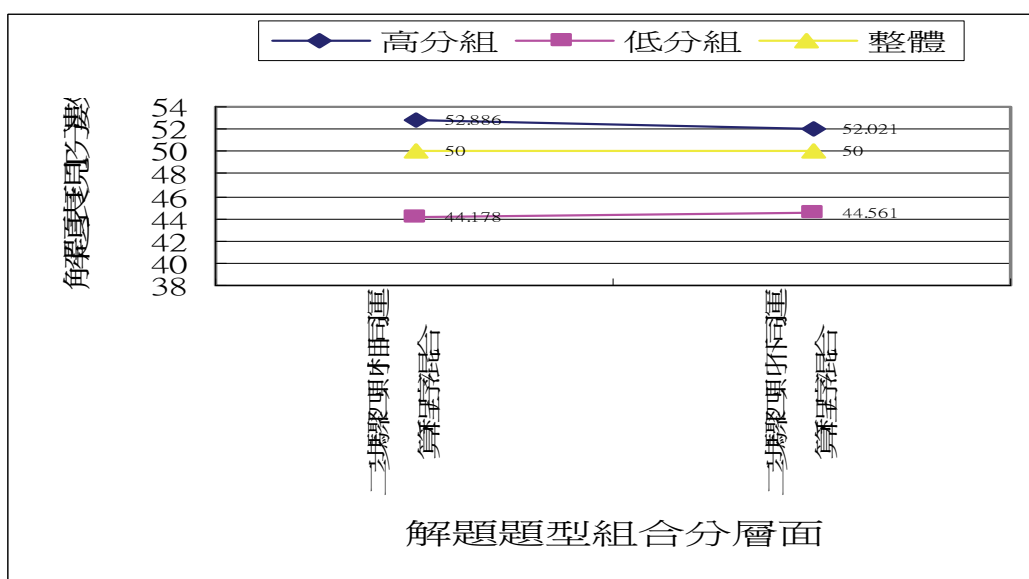


圖 8 題型向度組合分層面高低分組表現平均數 T 分數表現剖面圖

## 五、綜合歸納與討論

### (一) 評量發展

觀諸各項性能指標分析結果，無論構念效度（試探性及驗證性因素分析，含因素萃取、萃取消異比及模式適配度）、效標關聯同時效度（相關及共同變異解釋量），或內部一致性  $\alpha$  係數及組合信度測試數據尚屬良好，抑或決斷值（鑑別力），亦即本評量在測驗工具編製上具相當程度之良好品質。

再就因子結構而言，共分技巧及題型二向度，前者含二個組合分層面、七個分層面，後者含二個組合分層面、八個分層面，此項證據指出，本評量內容架構已達成編製研究目標，且與整合自 Desoete 與 Roeyers (2005)、Montague 與 Dietz (2009)、Swason 等人 (2014)、Verschaffel 等人 (2007)、Zheng 等人 (2013) 解題技巧向度內容，以及整合自 Powell (2011)、Verschaffel 等人 (2007) 四則混合數學文字題語意基模題型向度內容相符，同時意指技巧及題型向度內涵在個體二步驟四則混合解題歷程之整合運作，且與外在同時效標（二步驟四則混合解題單元在校習作表現教師批閱分數）具有顯著相關及共同變異解釋量，故本評量在理論基礎及目標達成上均具良好適配性。

### (二) 實測結果

觀諸對不同解題表現個體實測分析結果，發現其在技巧及題型二向度，所有分層面及組合分層面表現上均具多變項及單變項差異，但其多變項降步分析結果顯示，僅有部份分層面及組合分層面表現具真正差異，亦即其具顯著差異之基礎確係來自於其各自之貢獻。故不同解題表現學生，僅在連乘、連除、先加再乘題型之字義理解、推論理解前提句二、策略選擇技巧具有真正差異。

若就解題表現而言，此項亦符應 Desoete 與 Roeyers (2005)、Jitendra 等人 (2007)、Montague 與 Dietz (2009)、Swason 等人 (2014)、Zheng 等人 (2013) 解題成份技巧研究結果，以及 Powell (2011)、Verschaffel 等人 (2007) 解題成份題型研究結果，亦即在個體解題歷程中技巧及題型向度內涵乃整合運作，且對個體不同題型解題表現應均具影響，這也為融入各項解題技巧之策略教學具有更佳學習促進效果的發現提供基礎性支持證據。易言之，將解題技巧策略融入教學內容應有其必要。

## 結論與建議

### 一、結論

基於前述結果，各項研究問題暫已獲致相當程度之釐清，分述如下：

#### (一) 二步驟四則混合解題歷程技巧診斷評量具有良好解題成份技巧及題型測量效度

自前述結果可知本評量具良好構念效度，且符應解題技巧、二步驟四則混合解題語意基模題型學者所提之整合向度內容，並意指技巧及題型向度內涵於其解題歷程之整合運作。同時與外在同時效標（二步驟四則混合解題單元在校習作表現教師批閱分數）具有相關及共同變異解釋量，故本評量之技巧及題型測量共同向度性良好，並隱含技巧向度二因素及題型向度二因素結構。

#### (二) 二步驟四則混合解題歷程技巧診斷評量具有良好解題成份技巧及題型測量可信賴度

自前述結果可知本評量具良好技巧及題型向度傳統內部一致性與組合信度，前者意指本評量技巧及題型向度各單題、各分層面、各組合分層面與整體內部一致性良好，後者則意指本評量在技巧及題型向度因素結構下之因素構念測量內部一致性良好，且均符應解題技巧、二步驟四則混合解題語意基模題型學者所提之整合向度內容，並意指技巧及題型向度內涵於其解題歷程之整合運作。

### (三) 二步驟四則混合解題歷程技巧診斷評量具有良好解題成份技巧及題型測量鑑別力

自前述結果可知本評量具良好技巧及題型向度單題與成份測量鑑別力，意指本評量技巧及題型向度各單題、各分層面在成份技巧及題型測量區別性良好，能有效區分不同能力個體在技巧及題型向度上的表現，並符應解題技巧、二步驟四則混合解題語意基模題型學者所提之整合向度內容，且意指技巧及題型向度內涵於其解題歷程之整合運作。

### (四) 二步驟四則混合不同解題表現個體之部份解題成份技巧及題型表現具有真正差異，並可提供解題教學診斷處方訊息

自前述結果可知不同解題表現個體在部份解題成份技巧及題型表現上均存有真正差異（高表現組優於低表現組），亦即個體解題能力對解題技巧及題型表現具有影響。此外，本評量具良好成份技巧及題型表現診斷處方功能，意指本評量能有效診斷個體解題學習（成份技巧及題型表現）弱處，並可由此轉化成未來教學重點建議，具解題教學實務應用價值。

## 二、建議

### (一) 教學及評量方面

教學者可於二步驟四則混合解題教學歷程前中後階段，運用本評量進行不同目的之輔助性評量。例如於教學前使用，作為解題歷程技巧先備能力測試及診斷處方之用。於教學中及教學後，配合教學題型使用以了解學習進展或困難是否與其解題技巧運用能力有關（形成性及診斷性評量），若發現解題學習落後者的解題技巧運用能力確有較弱之現象，則必須在目前或日後的解題學習活動中，加入解題技巧教學，如配合程序性協助使用各項解題技巧進行策略融入教學，此不僅有助於確認個體解題表現與其解題技巧運用能力之關聯，亦利於教學者隨時調整給予學習者之教學協助，提昇其學習效率。

### (二) 未來研究方面

後續研究可再針對不同年級、不同性質題型（開放題、封閉題、情境題等）、不同步驟（三步驟、多步驟等）及不同學習內容（圖形面積體積、比例、速度問題等），整合解題技巧及題型向度，進行各類解題成份技巧診斷評量之編製發展。此外可擴大解題歷程成份技巧診斷工具之發展及驗證範疇，作為探討及確認個體解題學習弱處之研究工具。並可配合不同教學目的，增加更多不同性質診斷工具，此將有助於實務工作者在教學現場中，針對學習者解題學習歷程進行診斷處方。更可透過不同取樣調查設計以確認不同解題表現個體之解題技巧表現，並進行發展性研究。

## 參考文獻

- 余民寧(2006): **潛在變項模式: SIMPLIS 的應用**。台北: 高等教育。[Yu, M. N. (2006). *Latent variable models: The application of SIMPLIS*. Taipei, Taiwan: Higher Education.]
- 吳昭容(1990): **圖示對國小學童解數學應用題之影響**。國立台灣大學心理學研究所碩士論文。[Wu, Z. R. (1990). *The impact of schema drawing on mathematical word problem solving for elementary school students*. (Unpublished masters thesis), National Taiwan University, Taipei, taiwan.]
- 李茂能(2006): **結構方程模式軟體 Amos 之簡介及其在測驗編製上之應用**。台北: 心理。[Li, M. N. (2006). *Amos structural equation modeling software in the Introduction and application on the test preparation*. Taipei, Taiwan: Psychology.]

- 林清山(1991): *多變項分析統計法*。台北:東華。[Lin, C. S. (1991). *Statistical method for multivariate analysis*. Taipei, Taiwan: Dong Hua.]
- 許瑛珍主編(2013, 2014): *國小數學課本(第五至八冊)*。台南:翰林。[Hsu, Y. Z. (Ed.) (2013, 2014). *Elementary mathematics textbooks* (fifth to eighth volume). Tainan, Taiwan: Han Lin.]
- 李源順主編(2013, 2014): *國小數學課本(第五至八冊)*。台南:南一。[Li, Y. S. (Ed.) (2013, 2014). *Elementary mathematics textbooks* (fifth to eighth volume). Tainan, Taiwan: Nan Yi.]
- 陳伯璋主編(2013, 2014): *國小數學課本(第五至八冊再版)*。新北:國立教育研究院(委託翰林代發行)。[Chen, B. Z. (Ed.) (2013, 2014). *Elementary mathematics textbooks* (fifth to eighth volume). New Taipei, Taiwan: National Institute for Educational Research (commissioned issue by the Han Lin).]
- 楊瑞智主編(2013, 2014): *國小數學課本(第五至八冊)*。台北:康軒。[Yang, R. Z. (Ed.) (2013, 2014). *Elementary mathematics textbooks* (fifth to eighth volume). Taipei, Taiwan: Kang Hsuan.]
- Bandalos, D. L., & Finney, S. J. (2001). Item parceling issues in structural equation modeling. In G. A. Marcoulides & R. E. Schumacker (Eds.), *New developments and techniques in structural equation modeling* (pp. 269-296). New Jersey, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Byrne, B. M. (2001). *Structural equation modeling with Amos: Basic concepts, applications and programming*. New Jersey, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Crocker, L., & Aligina, J. (1986). *Introduction to classical and modern test theory*. Orlando, FL: Holt, Rinehart and Winston.
- Desoete, A., & Roeyers, H. (2005). Cognitive skills in mathematical problem solving in grade 3. *British Journal of Educational Psychology*, 75, 119-138.
- Gagné, E. D., Yekovich, C. K., & Yekovich, F. R. (1993). *The cognitive psychology of school learning* (2nd ed.). New York, NY: Harper Collins.
- Hair, J. F., Black, W. C., Babin, B. J., & Anderson, R. E. (2010). *Multivariate data analysis: A global perspective* (7th ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson Prentice Hall.
- Jitendra, A. K., Sczesniak, E., Griffin, C. C., & Deatline-Buchman, A. (2007). Mathematical word problem solving in third-grade classrooms. *Journal of Educational Research*, 100(5), 283-302.
- Kaiser, H. F. (1960). The application of electronic computers to factor analysis. *Educational and Psychological Measurement*, 20, 141-151.
- Kaiser, H. F. (1974). An index of factorial simplicity. *Psychometrika*, 39, 31-36.
- Kintsch, W., & Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*, 92(1), 109-129.

- Kouba, V. L. (1989). Children's solution strategies for equivalent set multiplication and division word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(2), 147-158.
- Marshall, S. P., Pribe, C. A., & Smith, J. D. (1987). *Schema knowledge structures for representing and understanding arithmetic story problems* (Tech. Rep. Contract No. N00014-85-K-0061). Arlington, VA: Office of Naval Research. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 281-716)
- Montague, M., & Dietz, S. (2009). Evaluating the evidence base for cognitive strategy instruction and mathematical problem solving. *Exceptional Children*, 75(3), 285-302.
- Montague, M., Warger, C., & Morgan, T. H. (2000). Solve it! Strategy instruction to improve mathematical problem solving. *Learning Disabilities Research and Practice*, 15(2), 110-116.
- Polya, G. (1957). *How to solve it*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Powell, S. R. (2011). Solving word problems using schemas: A review of the literature. *Learning Disabilities Research & Practice*, 26(2), 94-108.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York, NY: Academic Press.
- Swason, H. L., Orosco, M. J., & Lussier, C. M. (2014). The effects of mathematics strategy instruction for children with serious problem-solving difficulties. *Exceptional Children*, 80(2), 149-168.
- Verschaffel, L., Greer, B., & DeCorte, E. (2007). Whole number concepts and operations. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the national council of teachers of mathematics* (pp. 557-628). Charlotte, NC: Information Age.
- Zheng, X., Flynn, L. J., & Swanson, H. L. (2013). Experimental intervention studies on word problem solving and math disabilities: A selective analysis of the literature. *Learning Disability Quarterly*, 36(2), 97-111.

收稿日期：2015年05月01日

一稿修訂日期：2015年07月30日

二稿修訂日期：2015年09月14日

三稿修訂日期：2015年11月04日

接受刊登日期：2015年11月04日



Bulletin of Educational Psychology, 2016, 48(2), 185-209

National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan, R.O.C.

## **The Development and Analysis of Process Skills Diagnostic Assessment for Third Graders' Learning on Word Problem Solving**

Chia-Hua Hsu

Department of Education

National Chiayi University

The theme of this study was to develop the Process Skills Diagnostic Assessment (PSDA) for two-step word problem of four-algorithm compounded through componential and content analyses. Subjects were composed of 954 third graders from Chiayi by convenient and cluster sampling. They were administered the PSDA. The results of analyses showed good validity, reliability, and discrimination power. Finally, it provided group comparisons, diagnostic profile and prescriptions.

**KEY WORDS: assessment of word problem solving (WPS), diagnosis and prescription of WPS, the process skills of WPS**

