國立臺灣師範大學教育心理與輔導學系
教育心理學報，2011，43 卷，1 期，25-50 頁

運用「範例(worked-out example)」在國小數學問題解決的教學實驗研究

涂金堂
國立高雄師範大學
師資培育中心

近年來，國外許多學者以認知負荷理論（cognitive load theory）為依據，採用數學範例教學實驗，大多顯示實驗組的數學成績顯著高於控制組。本研究以 66 位國小五年級學生為研究對象，進行兩次數學科範例教學實驗。實驗一，實驗組接受範例教學法，控制組接受傳統教學法，實驗結果顯示實驗組與控制組的教學實驗，產生性向處理交互作用（aptitude-treatment interaction）：採用範例教學較適合數學成就測驗前測分數較低的學生，採用傳統教學較適合數學成就前測分數較高的學生。實驗二與實驗一是相同的班級，實驗組分兩組，分別接受 powerpoint 電子檔的範例，以及接受紙本的範例，控制組接受傳統教學法，實驗結果顯示接受 powerpoint 電子檔範例教學的學生，其數學成就測驗後測成績，顯著高於接受傳統教學的學生。

關鍵詞：問題解決、認知負荷、範例

自 1980 年代起，提升中小學生的數學解題能力，一直是世界各國極為重視的數學教育目標。我國近年來所推動的九年一貫課程，在數學學習領域中，也特常強調培養學生的數學解題能力（教育部，2003）。

從教育的觀點，發展有助於提升學習者數學解題能力的教學方法，一直是心理與教育學者努力追求的目標。近年來，自從 Sweller（1988）整合相關研究，提出認知負荷理論之後，國外許多學者以認知負荷理論為依據，採用範例（worked-out example）的數學解題教學實驗，並且獲得相當顯著的實驗結果（Ayres, 2006; Clarke, Ayres, & Sweller, 2005; Mwangi & Sweller, 1998; Quilici, & Mayer, 1996; Renkl, Stark, Gruber, & Mandl, 1998）。

認知負荷理論是一種關注學習者在學習歷程中，如何善用其有限的認知資源，以達到最佳學習成果的學習理論。根據認知負荷理論的觀點，問題基模的建構與問題基模的自動化，是成功解題的先決條件（Paas, Renkl, & Sweller, 2004; Sweller, 1994）。

對於如何協助學生建構適切的問題基模，認知負荷理論的學者，發展出採用範例教學方法。透過範例的教學方式，首先引導學生研讀有完整解題歷程說明的範例，能較有效協助學生將有限

的認知資源集中於問題基模的建構，接著，讓學生進行多樣式問題的實際解題，能有助於學生建構自動化的問題基模。如此，藉由範例的教學方式，能提升學生的問題解決能力。範例教學方法已廣泛的應用在數學、物理、程式設計等學科的教學。許多研究結果顯示，透過範例的教學方式，能有助於學習者問題解決能力的提升（Chandler & Sweller, 1996; Hilbert, Renkl, Kessler, & Reiss, 2008; Renkl, Atkinson, Maier, & Staley, 2002; Van Gog, Paas, & Van Merriënboer, 2008; Ward & Sweller, 1990）。

一、認知負荷理論

自 1960 年代開始，認知心理學家在探究人類如何處理訊息的研究歷程中，提出許多不同觀點的理論，但這些不同理論卻有一個共同的研究結論，即人類處理訊息的認知資源是非常有限的。從教育研究的立場，如何教導學習者善用有限的認知資源，以獲得最佳的學習成果，是一件很重要的研究主題。

在協助學習者善用有限認知資源的研究議題上，Sweller（1988）根據與同事所從事的一系列有關如何善用認知資源的研究後，提出了結合認知心理學研究成果與教學設計觀點的認知負荷理論。近年來，隨著認知負荷理論相關研究成果的增多，認知負荷理論越來越受到心理與教育學者的重視，國際知名的心理與教育期刊，*Cognition and Instruction* 在 1991 年的第 8 卷、*Learning and Instruciton* 在 2002 年的第 12 卷、*Educaitonal Psychologist* 在 2003 年的第 38 卷、*Instructional Science* 在 2004 年的 32 卷、*Applied Cognitive Psychology* 在 2007 年的第 21 卷、*Computers in Human Behavior* 在 2009 年的第 25 卷、*Educational Psychology Review* 在 2009 年的第 21 卷、*Learning and Instruciton* 在 2009 年的第 19 卷，皆以「認知負荷理論」的專輯形式，刊出認知負荷理論的相關研究與研究趨勢。

認知負荷是心理學的一種構念（construct），它是指個體從事特定工作時，加諸於個體認知系統的一種負荷（Sweller, van Merrienboer, & Paas, 1998）。個體從事特定工作所產生的認知負荷量的多寡，受到工作的難易程度與個體本身所具備的專門知能兩方面的影響。例如，工作性質越簡單，個體的認知負荷量越少；個體具有較豐富的專門知識，個體的認知負荷量也較少。

個體在處理訊息時，所遭遇的認知負荷，主要包含內在認知負荷（intrinsic cognitive load）、外在認知負荷（extraneous cognitive load），以及增生認知負荷（germane cognitive load）等三類（Sweller et al., 1998）。有關上述的三種認知負荷類型與認知歷程，以及對學習結果的影響，Gerjets, Scheiter, & Cierniak（2009）歸納如表 1。

茲就這三類不同認知負荷類型，分析如下：

（一）內在認知負荷：

要素（element）是指教學活動中，學習者所必須學習的知識單位。當學習教材的要素可以被單獨學習，不需要與其他要素進行連結時，則會產生較低的要素互動性（low element interactivity）。此時，因工作記憶區只需處理單獨的要素，所以其內在認知負荷較低。例如，對於英文單字的背誦，學習者欲學習英文單字「build」，只需在工作記憶區處理其中文意義為「建造」即可，並不需要處理與其他要素的關連性。

表 1　認知負荷理論的基本性假設

負荷型態	來源	認知歷程	對學習的影響
內在認知負荷	領域複雜性（元素互動性）× 先備知識	必須維持工作記憶中元素的平行互動	高的內在認知負荷可能會導致認知資源的過度負荷，而有害學習
外在認知負荷	不良的教學設計	無助於基模的建構與自動化；應克服由不良教學設計所產生的問題	有害的、無效的
增生認知負荷	支持性的教學設計	有助於基模的建構與自動化；高層次的認知歷程與深層處理歷程有關	有幫助的、有效的

資料來源："The scientific value of cognitive load theory: A research agenda based on the structuralist view on theories" by P. Gerjets, K. Scheiter, & G. Cierniak. 2009, *Educational Psychology Review*, *22*, p. 44.

當所學習的教材，其要素是無法單獨學習的，必須藉由與其他要素的互動，才能獲得有意義的學習成果時，則學習活動會產生較高的要素互動性（high element interactivity）。此時，工作記憶區必須同時處理數個要素，所以將導致較高的內在認知負荷。Sweller（1994）曾舉例說明一位正在學習解決數學等式 a/b = c 的初學者，其計算出 a = cb 的要素互動歷程，需要下列五種要素的互動歷程。

1. 將等式左邊 a/b 乘以 b 得到 ab/b
2. 等號左邊 a/b 乘以 b，等號右邊 c 也要乘以 b，才能維持等式的相等
3. 獲得新的等式 ab/b = cb
4. 等號左邊的分母與分子同時消去 b
5. 獲得新的等式 a = cb

上述的五種要素若是單獨學習時，是無法產生有意義的學習，必須同時處理才能獲得最後的解答。因此對於初學者而言，上述的學習活動會產生較高的內在認知負荷。

學習者所產生的內在認知負荷，同時受到教材內要素之間的關連性，以及學習者本身所具備的專門智能的影響。相同的教材對於不同專門知能和經驗的學習者來說，將會造成不同程度的內在認知負荷。對於具有豐富知識與經驗的學習者而言，相同的學習內容，使其產生的內在認知負荷較低；相對地，對於知識與經驗較不豐富的學習者而言，同樣的學習內容，容易導致較高的內在認知負荷。例如上述 a/b = c 的例子，精熟學習者可以用很少的認知資源算出 a = cb，初學者則會花較多的認知資源，同時處理五種要素的互動。

（二）外在認知負荷：

外在認知負荷又被稱為無效認知負荷（ineffective cognitive load），主要是因為學習者耗費認知資源從事學習活動，但此種認知資源的投入，並無助於基模的建構。例如有些老師設計電腦超連結的教材呈現方式，對於不熟悉電腦的學習者而言，必須消耗一些認知資源，去學習使用電腦的

操作程序。如此，所耗費的認知資源是花在學習電腦的使用，並無法協助學習者對於教材本身的理解。

（三）增生認知負荷：

增生認知負荷與外在認知負荷，同樣是發生在學習者消耗認知資源從事學習活動，兩者不同之處在於，增生認知負荷的產生，有助於學習者建構適切的基模，而外在認知負荷則是無助於基模的建構。例如透過適當的教材呈現，引導學習者對於學習材料，進行複誦、組織、比較、推論等方式，即會產生增生認知負荷。然而此種認知負荷的產生，確有助於學習成效的提升。

有關此三種認知負荷對於學習成果的影響，如圖 1 所示（Gerjets & Scheiter, 2003）。由圖 1 可知，內在認知負荷是受教材本身難易程度的影響，所以無法藉由教學設計所改變；相對地，外在認知負荷與增生認知負荷，則會因教學設計而改變。外在認知負荷是因爲不適當的教學活動設計所導致，學習者的學習歷程，常因外在認知負荷而降低其學習成效。增生認知負荷則是因適切的教學活動設計所產生，增生認知負荷的產生有利於學習者建構有組織的基模，因而能提升學習者的學習成效。所以，適切的教學活動設計應該要能降低外在認知負荷，但卻要促進增生認知負荷的產生。

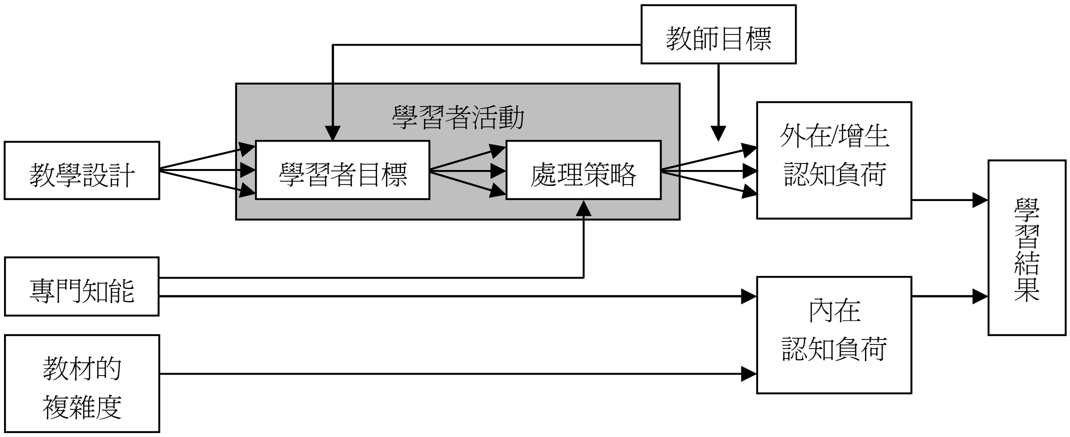


圖 1　三種認知負荷類型的理論架構圖

資料來源：“Goal configurations and processing strategies as moderators between instructional design and cognitive load: Evidence from hypertext-based instruction” by P. Gerjets & K. Scheiter, 2003, *Educational Psychologist, 38,* p.36.

二、範例教學的理論依據

解題者在解題時，通常會從記憶中搜尋先前的解題經驗，判斷是否曾經做過與其相似的問題，而這些相似問題的組合，即形成了問題基模。所謂問題基模是指關於某種特定問題類型的特徵，所形成的訊息組合（Hayes, 1989）。一旦解題者能夠確認問題的類型，就可以從長期記憶中提取適切的問題基模，而在工作記憶中激發出該種問題基模的解題程序。因此，問題基模的建構，有助於解題工作的順利完成。

對於問題基模的建構，以往常教導解題者採用捷思策略（heuristic）的方式，雖然採用捷思策略的教學方式，也可以協助學生成功的解題，但是因捷思策略的教學，容易導致解題者花費較多

的認知資源於捷思策略的使用上，無法將有限的認知資源，專注於問題基模的建構和問題基模的自動化，如此，反而不易提升學習者的問題解決能力。以常採用的方法－目的（means-end analysis）捷思策略爲例，解題者必須花費許多認知資源，同時考慮許多相關的訊息：問題狀態是什麼？所欲達成的目標狀態是什麼？目前的問題狀態與所欲達成的目標狀態，兩者之間有多少差距？需要採用哪些解題步驟來縮短兩者之間的差異情形？如此，容易導致解題者外在認知負荷的增加。由於需要耗費解題者許多認知資源在工作記憶上，解題者因較無多餘的認知資源關注成功解題的解題歷程，導致解題者不易建構適當的解題基模。

不同於傳統問題解決教學方法，對於問題基模的建構方式，認知負荷理論認爲個體的工作記憶容量是有限的，而長期記憶的容量則是潛力無窮的。個體受限於有限的認知資源，在處理外在訊息時，若能將訊息以基模的形式，建構於長期記憶中，即能以少量的認知資源，處理大量的訊息。認知負荷理論主張透過範例的教學，提供解題者一個包含問題情境、解題的所有步驟，以及最後解答的完整範例，可以有效降低解題者的工作記憶負荷，並且能引導解題者將有限的認知資源，用於瞭解各個解題步驟之間的關連性，如此，有助於解題者建構適切的問題基模（Renkl & Atkinson, 2003）。範例教學所呈現的範例，都是經過縝密的設計，例如圖 2 所示。由圖 2 所呈現的範例中，可以看出解決此道機率問題，需要統合三個步驟，每個步驟都詳細列出解題所需的訊息，藉此促進增生認知負荷的產生，以協助學習者建構適切的問題基模。

進行範例教學時，藉由完整解題步驟的呈現，可以降低學習者產生的外在認知負荷，因而可以降低學習者使用工作記憶的認知資源。同時引導學習者思考爲何範例中的解題步驟是如此進行的，此種透過精緻化的學習策略，來探究範例中所呈現的解題歷程，即 Chi、Bassok、Lewis、Reimann 和 Glaser（1989）等人所謂的「自我解釋效應」（self-explanation effect）。自我解釋效應的產生，會促使增生認知負荷的產生，而增生認知負荷的產生，有助於學習者將認知資源關注於問題的情境，以及成功解題的相關解題運作歷程，如此，有助於學生形成正確的解題基模（Mwangi & Sweller, 1998）。

Carroll（1994）認爲運用範例在數學科的問題解決教學，之所以會獲得有效的教學成果，除了有認知負荷理論的理論基礎之外，另外，也有三個重要的原因。首先，透過對範例的學習，學生必須更具主動性的心智參與，因此，學生不再是傳統被動的接受者，而是扮演主動學習者的角色。在主動學習範例的歷程中，學生負有比傳統教學更多的學習責任，因而學生對數學科會產生較正向的學習態度。其次，傳統數學科的解題教學，常僅提供少數的例子，隨即讓學生練習許多習題。學生在練習習題的歷程中，常容易歸納出錯誤的原理原則。藉由範例教學所提供的詳細解題步驟，學生必須清楚每個解題歷程的來龍去脈，才能進行習題的練習，如此有助於學生歸納出正確的解題原則。最後，許多學生在解題遇到問題時，常無法找到協助的對象，而範例所呈現的完整解題步驟，即可扮演鷹架的角色，協助學生進行成功的解題。

Hennessy（1993）認爲鷹架是教師透過活動引導學生學習的一個歷程，在此過程中學生會逐漸增加自信與能力。而 Greenfield（1984）認爲鷹架扮演一個支持性的工具角色，透過鷹架的協助，學習者可以跨越現有的知識水準，達到更高層次的知識水準。教師對於學生的認知技能學習，一開始先爲學生搭起鷹架，讓學生藉由鷹架的協助，提升認知技能的發展程度；隨著學生認知技能的增進，教師逐漸淡化鷹架的輔助功用；最終的目的是讓學生在沒有鷹架的協助下，也可以獨自的發展出高層次知識水準。

題目：從含有 3 顆紅球和 2 顆白球的箱子，隨機抽取 2 個球，球被抽取後不放回箱子，請問被抽取的 2 球中，第 1 球是紅球，第 2 球是白球的機率有多少？	
解法：	
步驟一：	
總球數：	5
紅球的數量：	3
抽取第 1 球是紅球的機率：	3/5
步驟二：	
第一球被抽取後的總球數：	4
白球的數量：	2
抽取第 2 球是白球的機率：	2/4
步驟三：	
第 1 球是紅球，第 2 球是白球的機率：3/5*2/4=6/20=3/10	
解答：被抽取的 2 球中，第 1 球是紅球，第 2 球是白球的機率是 3/10	

圖 2　一個有關機率問題的範例

資料來源：“Learning form examples: Instructional principles form the worked examples research”, by R. Atkinson, S. Derry, A. Renkl & D. Wortham, 2000, *Review of Educational Research*, *70*, p.182.

從鷹架理論的觀點，範例教學的實施，學生一開始無法獨自進行解題，教師透過範例的呈現，即是為學生搭鷹架，讓學生藉由對範例的研讀，協助學生跨越解題的困境，最後，讓學生在沒有提供範例的情況下，可以成功進行獨自的解題工作。

雖然許多研究結果顯示，在數學解題教學上，採用範例教學的學習成果，顯著優於採用傳統的數學解題教學法（Renkl, Stark, Gruber, & Mandl, 1998; Sweller & Cooper, 1985; Zhu & Simon, 1987）。然而近年來有些研究卻也發現（Kalyuga, Ayres, Chandler, & Sweller, 2003; Kalyuga, Chandler, Tuovinen, & Sweller, 2001），對於已經建構適切問題基模的精熟解題者，範例的呈現，並無法提升精熟解題者的解題成效，此種現象被稱為「專業知能的反向效應」（expertise reversal effect）。「專業知能的反向效應」的產生，主要是因為精熟解題者需要花費認知資源，去研讀已經瞭解的解題策略，如此並無法有效促使精熟解題者增生認知負荷的產生，反而因為需要研讀已知的多餘訊息，而導致外在認知負荷的增加。

綜合上述的文獻可知，範例教學主要是透過呈現完整的範例，引導學習者將認知資源集中於於問題基模的建構，如此有助於提升學習者的解題能力。雖然範例教學對於數學解題有其正向的效果，但在使用上仍須注意使用的時機，較合適的時機是學習者尚未建構適切的問題基模時，一旦學習者已經產生適切的問題基模，範例教學的教學成效可能就不明顯了。

三、範例教學的相關研究

本研究是以國小數學科為實驗教學的領域，因此，僅挑選範例教學法，運用在國中小的數學科教學實驗的研究成果，進行分析討論。

Sweller 與 Cooper（1985）以 22 位國三學生為實驗對象，將受試者分成範例教學組與傳統教學組，以國中的代數方程式（ $a - ac + b = e$，求 $a = ?$），作為實驗的教材。研究結果顯示範例教學組的學生，不論在解題所花的時間，或解題所犯的錯誤次數，皆顯著低於傳統教學組。

Zhu 與 Simon（1987）以 20 名國一學生為實驗的對象，將受試者分成範例教學組與傳統教學組，以國中因式分解（ $X^2 + 11X + 18 = ?$），作為實驗的教材。研究結果顯示只要範例經過適當的設計與安排，學習者可以很短的時間內，學會因式分解的解題技巧。

Carroll（1994）以 24 名 14 歲至 16 歲的中學生為實驗對象，這些學生屬於低數學成就的學習者。實驗時先進行全班的授課，然後以配對的方式，將 24 名學生分成範例教學組與傳統教學組。範例教學組的學生，先研讀 6 題範例，然後練習與範例具相似解法的 6 道試題；傳統教學組的學生，沒有提供範例，直接練習與範例教學組一樣的 12 道試題。最後，兩組學生皆進行同樣的後測。研究結果顯示：範例教學組的學生，在解題所花的時間與解題所犯的錯誤數量，皆顯著少於傳統教學組的學生。

Mwangi 與 Sweller（1998）以 18 位國小三年級的學生為實驗的對象，採隨機分派的方式，將 18 位學生分成範例教學組與傳統教學組兩組，以兩個解題步驟的比較問題（例如愛麗斯是 7 歲，班比愛麗斯小 3 歲，凱特比班小 1 歲，請問凱特是幾歲），作為實驗的材料。研究結果顯示：接受範例教學的學生，其解題表現顯著優於接受傳統教學的同學。

Tarmizi 與 Sweller（1988）以 20 名國二學生為實驗對象，將受試者隨機分成接受範例教學的實驗組，以及接受傳統教學的控制組，每組各 10 位學生，以國中的幾何，作為實驗的教材。實驗進行時，實驗組的學生研讀有關幾何的數學範例，控制組的學生直接進行幾何題目的解題工作。實驗結束後的數學幾何測驗，顯示實驗組不僅解題的速度顯著優於控制組，並且解題的錯誤比率，實驗組也顯著低於控制組。

Kalyuga 與 Sweller（2004）以 42 名國三學生為研究對象，根據知識層次（擁有較佳數學概念的受試者為高知識，擁有較差數學概念的受試者為低知識），以及接受的教學方式（範例教學或問題解決教學）兩個層面，將受試者分成四組：高知識/範例教學組（10 名學生）、高知識/問題解決組（11 名學生）、低知識/範例教學組（10 名學生）、低知識/問題解決組（11 名學生）。採用問題解決教學方式與範例教學方式的實驗教材，都是相同的 8 道有關座標的數學問題。但在教學方式上，接受問題解決教學方式的受試者，直接進行 8 道試題的解題工作，而接受範例教學的受試者，則是研讀 4 題的範例，進行 4 題的解題工作。最後，四組受試者接受同樣的數學表現測驗。經過二因子變異數分析的統計結果顯示，知識層次與教學方式兩個自變項，產生顯著的交互作用。對低知識的受試者而言，接受範例教學的受試者其數學表現測驗成績，顯著優於接受問題解決教學的受試者；對高知識的受試者而言，雖然接受問題解決教學的受試者其數學表現測驗成績，高於接受範例教學的受試者，但未達顯著性的差異。此結果顯示可能存在「專業知能的反向效應」，亦即範例教學對於數學成就較低的受試者，有較佳的教學成效；而範例教學對數學成就較高的受試者，可能其教學成效較為有限。

Ayres（2006）以 34 名國二學生為實驗對象，以國中因式分解為實驗材料，將受試者隨機分成接受元素孤立（isolated-element）範例教學，與元素整合（integrated-element）範例教學兩組。元素孤立的範例是每個步驟只呈現一個解題的元素，而元素整合的範例則是每個步驟同時包含兩個以上的解題元素，實驗結果顯示元素孤立範例教學組的學生數學解題表現，顯著優於元素整合範例教學組的學生數學解題表現。

綜合上述有關範例教學法的相關研究，大部分的研究結果顯示，接受範例教學法的學生，其解題的表現，顯著優於接受傳統教學法的學生。但是對於不同知識層次的受試者，有可能產生「專業知能的反向效應」。

雖然上述的實驗教材，範例的呈現都是採用紙本的呈現型態，但 Renkl（1997）曾以電腦螢幕的範例呈現方式，探討大學生範例教學與自我解釋兩者之間的關聯性。研究者認為透過電腦螢幕的呈現，一方面可能會提升學生的學習動機，進而促使增生認知負荷的產生，但另一方面卻也可能因為需要進行電腦的操作，而增加外在認知負荷。因而研究者決定探討紙本的範例呈現與電腦螢幕的範例呈現是否會有不同的學習表現。

上述所分析的範例教學研究成果，都是國外學者所進行的研究，由於國內目前缺乏此方面的研究成果，因此，研究者決定進行範例教學實驗。另外，由於國小五年級的數學課程，已經開始由較具體的學習材料，轉向較抽象的學習教材，許多五年級的學童，無法順利從較具體的學習教材銜接上較抽象的學習教材，導致升上五年級之後，數學成績有明顯退步的情形。基於上述的理由，本研究乃以國小五年級學生為研究對象，進行範例教學的實驗研究。

實驗一

範例教學的教學流程，可分成有教師進行全班問題解決的教學步驟，以及沒有教師進行全班問題解題教學步驟兩種（Ayres, 2006; Carroll, 1994）。包含教師問題解決教學活動的教學流程為教師進行全班教學、學生研讀範例與學生進行解題等三個步驟；不包含教師問題解決的教學流程則為學生研讀範例與學生進行解題等兩個步驟。

由於國內的數學科教學，大多是由教師講解的上課方式，為了避免學生無法適應範例教學的教學方法，實驗一教學活動的進行，是採用包含教師問題解決的教學方式，以 Carroll（1994）的教學流程為參考依據，亦即先進行教師的全班教學，然後實驗組學生研讀範例，控制組學生則是直接進行解題，接著實驗組與控制組學生都進行解題。

另外，為了提供研究者在教材的編製、教學流程的掌握、成就測驗的編製等方面，有修正調整的機會，研究者在五年級上學期，選定實驗學校所採用的翰林版數學課本第九冊第九單元「四則運算的規則」，進行前導實驗（pilot study）。

底下針對實驗一的整個實驗過程，分成實驗方法、實驗結果與討論兩個部分介紹，分別說明實驗對象、實驗教材與實驗程序，以及實驗結果與討論。

一、方法

（一）實驗對象

本研究是以高雄市前鎮區某國民小學的兩個五年級班級的學生為研究對象，一班為控制組，一班為實驗組。實驗組與控制組的挑選原則，是從該校的所有五年級班級中，選取五年級上學期第一次數學段考成績較為接近，並且男女生的人數也較為接近的兩個班級。然後採用簡單隨機抽象的方式，決定實驗組與控制組，實驗組接受範例教學法，控制組則採用傳統教學法。實驗組的班級人數為 34 人（但有 3 位同學因公假，未全程參與實驗一研究，故以 31 人進行統計分析，其中男生 15 人，女生 16 人），控制組的班級人數為 35 人（男生 19 人，女生 16 人）。

爲避免不同教師特質的影響，控制組與實驗組的教學活動，皆由同一位女教師進行。該名女老師有 13 年的數學教學經驗，並且取得數學教學碩士學位，本身曾參與建構式數學取向的實驗教學，且擔任高雄市國教輔導團數學科輔導員。由於擔任數學科輔導員，因此，學校同意她採用數學科任的方式，進行本實驗的教學活動。

（二）實驗教材

1. 自編教材

實驗一的實驗教材設計，是由研究者針對實驗學校所採用的翰林版第十冊數學課本，分析各個教材單元，以確定範例教學的教學單元。根據前面所提及的文獻 Tarmizi 與 Sweller（1988）針對國二學生，以國中幾何爲實驗教材，實驗結果顯示範例教學組學生的解題表現顯著優於傳統教學組。因此，本研究決定選用第六單元「體積與表面積」，因爲體積與表面積和國中幾何較爲相似。「體積與表面積」的教材內容，包含三個小單元：單元 1「體積的概念與計算」、單元 2「表面積的概念與計算」、單元 3「計算不完整長方體、正方體的表面積與體積」。

研究者自編教材內容時，主要參考 Mwangi 與 Sweller（1998）的結構化模組（structural model）的教材設計方式（參閱附錄一與附錄二），讓學生可以很系統化的理解範例的解題程序。教材設計除了與進行實驗教學的授課教師充分討論之外，也請兩位高雄市國教輔導團數學科的輔導老師，以及兩位教授五年級翰林版數學課程的資深老師，提供自編教材的修正意見。

2. 編製「體積與表面積」成就測驗

除了實驗教材之外，研究者也自編一份第六單元「體積與表面積」成就測驗，這份成就測驗一開始編製 10 道選擇題、10 道填充題，以及 9 道計算題，經過專家學者的意見後，最後以 10 道選擇題、6 道填充題，以及 6 道計算題定稿，總分爲 100 分。「體積與表面積」成就測驗的信度考驗，採用間隔三週的再測信度（test-retest reliability），再測信度爲 .74，高於 Nunnally（1978）所建議的.70，顯示本測驗具有不錯的信度。

（三）實驗程序

爲避免實驗組與控制組學生，因課後數學輔導的干擾因素，實驗一的教學實驗，比學校預定上第六單元「體積與表面積」的時間，提早兩個星期進行。實驗一實驗組與控制組同樣接受九節的教學活動。

實驗組接受的範例教學流程（如圖 3 所示），在正式進行實驗一之前，先接受第六單元「體積與表面積」成就測驗的前測。正式教學活動進行時，先由教師對全班同學進行一道範例的講解。然後，由同學各自研讀一道完整的範例（參閱附錄一）。接著，每位同學練習解決一道不完整的範例（參閱附錄二）。最後，每個小單元教學結束時，讓每位同學完成一份包含三道問題的學習單。經過九節課的範例教學後，間隔一個星期，實驗組接受第六單元「體積與表面積」的成就測驗的後測。

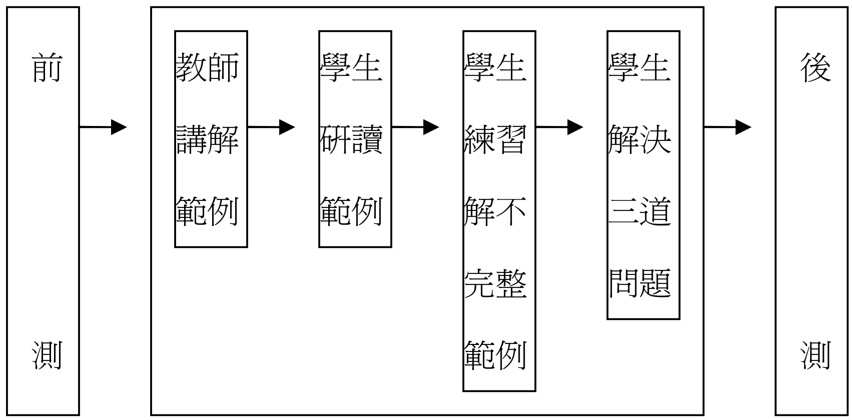


圖 3 實驗組的教學流程圖

整個教學活動中，爲了達到讓學生逐漸達到具備獨自解題的能力，透過引導式的淡化程序（guidance fading procedures）的安排，由教師講解範例、學生獨自研讀範例、學生練習解決不完整的範例、學生獨自進行解題等一系列的歷程。在這個教學流程中，教師講解範例的教學活動中，教師會特別強調說明每個解題步驟之間的關聯性，藉此引導解題者將有限的認知資源，關注於問題基模的建構，以協助學生建構適切的問題基模。在獨自研讀範例的教學活動中，學生必須自行找出範例所提供的問題基模，並且將教師講解範例中所形成的問題基模，進行相互的統整，如此有助於問題基模的建構。在練習解決不完整的範例教學活動中，主要是透過部分的協助，引導學生將前面兩個步驟所形成的問題基模，實際運用在問題的解決上。最後，獨自解題的教學活動，主要是讓學生自行將範例中所形成的問題基模，直接運用在解題作業上。上述的四個步驟，主要是協助學生透過一系列的活動歷程，建構較穩固的問題基模，如此可降低學生的外在認知負荷，同時增加學生的增生認知負荷。

控制組接受的傳統教學流程（如圖 4 所示），在正式進行前導實驗之前，同樣先接受第六單元「體積與表面積」成就測驗的前測。正式教學活動進行時，先由教師對全班同學進行一道範例的講解。然後，由同學各自解決一道問題。接著，再由每位同學各自解決一道問題。最後，每個小單元教學結束時，讓每位同學完成一份包含三道問題的學習單。經過九節課的範例教學後，間隔一個星期，控制組接受第六單元「體積與表面積」成就測驗的後測。

整個教學活動中，除了一開始由老師講解一道問題的解法之外（教師對問題的講解，是採用平常上課的講解方式），其他的教學活動都是由控制組同學進行獨自解題的工作。控制組所解的問題，與實驗組的題目，是完全相同的。

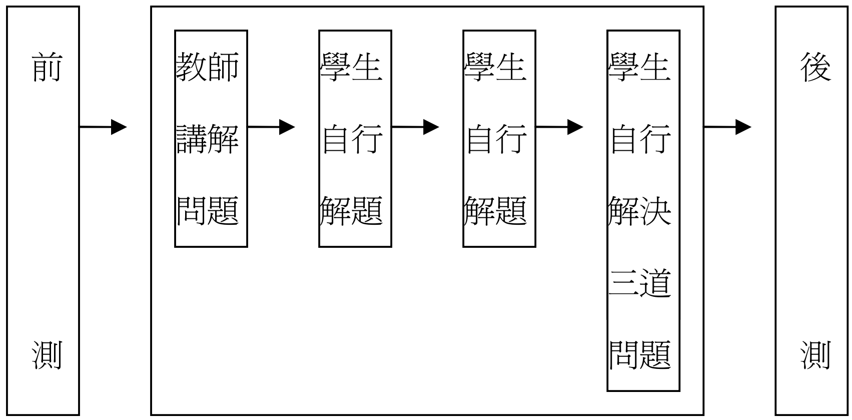


圖 4　控制組的教學流程圖

二、結果與討論

實驗一的教學效果統計分析，採用共變數分析，以實驗組與控制組為自變項，數學成就測驗的前測作為共變數，數學成就測驗的後測作為依變數，探討排除數學成就測驗前測成績的影響之下，不同教學方法（範例教學與傳統教學），對於數學成就測驗後測成績的影響。實驗組與控制組在數學成就測驗前測分數、後測分數與調整平均數，如表 2 所示。

表 2　數學成就測驗前測、後測與調整平均數摘要表

組別	人數 n	數學成就測驗前測 M（SD）	數學成就測驗後測 M（SD）	調整後平均數 M'
實驗組	31	50.35（18.78）	77.35（11.57）	77.26
控制組	35	49.91（16.91）	70.22（17.83）	70.41

由表 2 可知，實驗組的數學成就測驗後測平均數為 77.35 （SD = 11.57），調整後數學成就測驗後測平均數為 77.26；控制組的數學成就測驗後測平均數為 70.22（SD = 17.83），調整後數學成就測驗後測平均數為 70.41。

進行共變數分析時，先進行迴歸同質性的考驗，確定各個母群迴歸係數是否相等。實驗一的迴歸同質性考驗結果顯示，自變項與共變項的交互作用達顯著 F（1，62） = 13.44， $p < .01$，表示各組內的迴歸係數未具有同質性，不符合共變數分析的假定，不適合採用共變數分析，必須改採詹森-內曼法（Johnson-Neyman）。採用詹森-內曼法所獲得的統計結果，如表 3 所示。

表 3 詹森-內曼法的統計資料摘要表

組別	$SS_{w(Xj)}$	$SS_{w(Yj)}$	CP_{wj}	*df*	$SS'_{w(Yj)}$	*df*	b_{wj}	a_{wj}
實驗組	10579.10	4021.10	4487.10	30	2117.90	29	0.42	56.00
控制組	9718.74	10804.17	8687.69	34	3038.16	33	0.89	25.61

將表 3 的資料，代入林清山（2002：494）所提出的詹森內曼法公式，可獲得兩條迴歸線的交叉點，亦即在數學成就前測成績 64.69 分，而實驗組與控制組有顯著差異的兩個分數區間，分別是 54.78 與 86.91。

圖 5 為以詹森-內曼法，所獲得實驗組與控制組的兩條迴歸線。此兩條迴歸線並不平行，且有交叉點，顯示實驗組與控制組的迴歸係數並不相等，因此不適合採用共變數分析。

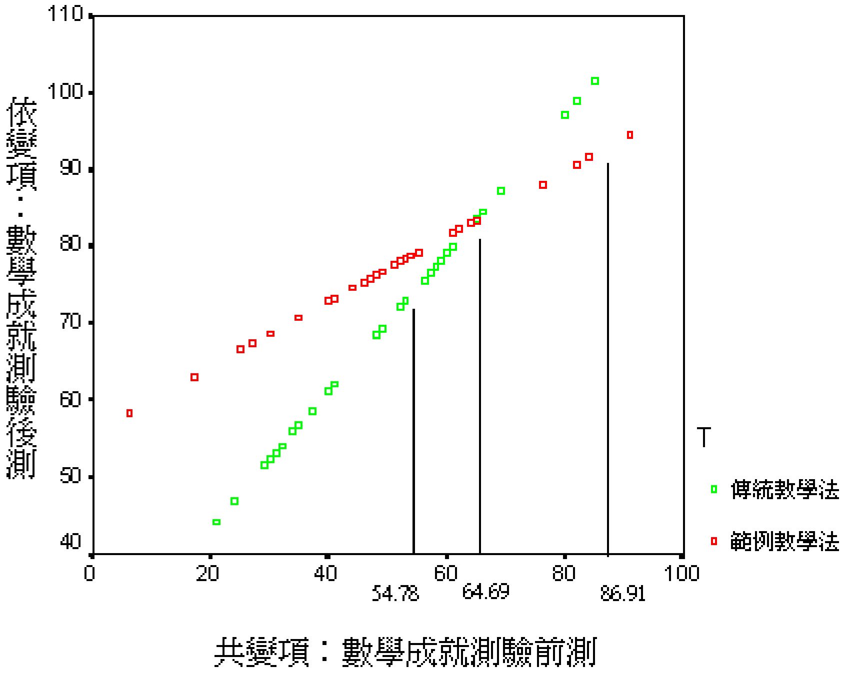


圖 5 實驗組和控制組兩條迴歸線的相交點與差異顯著點

由圖 5 可以看出，實驗組與控制組的教學實驗，產生 Cronbach 與 Snow（1977）所稱的性向處理交互作用（aptitude-treatment interaction）。兩條迴歸線相交於前測成績為 64.69 分的地方，在相交點的左下方，實驗組的後測成績高於控制組的後測成績，但在前測成績低於 54.78 分時，實驗組的後測成績才有顯著高於控制組的後測成績；然而在兩條迴歸線的相交點右上方，控制組的後測成績高於實驗組的後測成績，但在前測成績高於 86.91 分時，控制組的後測成績才有顯著高於實驗組的後測成績；前測成績介於 54.78 與 86.91 分之間，實驗組與控制組的後測成績並未達顯著性的差異。實驗組前測成績高於 86.91 分的有 1 人，佔實驗組人數的 3%，實驗組前測成績低於 54.78 分的有 21 人，佔實驗組人數的 64%；控制組前測成績高於 86.91 分的有 0 人，佔控制組人數的 0%，控制組前測成績低於 54.78 分的有 20 人，佔實驗組人數的 57%。造成實驗組與控制組前測成績高

於 86.91 分的人數較少，而實驗組與控制組前測成績低於 54.78 分的人數較多，其主要原因是數學成就測驗是以實驗教材內容所編製而成，而學生接受前測時，尚未接受教學實驗，導致前測成績普遍較低。

實驗一的實驗結果，顯示出實驗組與控制組的教學實驗，產生性向處理交互作用：採用範例教學較適合前測分數較低的學生，採用傳統教學較適合前測分數較高的學生，此實驗結果與 Kalyuga 與 Sweller（2004）的研究結果一致。

對於數學成就測驗前測成績較低的學生（低於 54.78 分），則實驗組的後測成績顯著高於控制組的後測成績，亦即對於前測成績較差的學生，接受範例教學的學習成效，會比接受傳統教學的學習成效更佳。研究者推測範例教學法較適合低學習成就的學生，其理由是範例教學提供解題步驟完整的學習範例，可以促進增生認知負荷，協助低學習成就的學生去建構適當的問題基模。

然而對於數學成就測驗前測成績較高的學生（高於 86.91 分），則實驗組的後測成績顯著低於控制組的後測成績，亦即對於前測成績較佳的學生，接受傳統教學的學習成效，會比接受範例教學的學習成效更佳。研究者推測接受範例教學法的高學習成就的學生，可能已經精熟問題的解法，透過範例的呈現，反而造成學習者必須花費認知資源去研讀範例，如此，將造成學習者外在認知負荷的增加，此即所謂的「專業知能的反向效應」。

實驗二

實驗二的進行，是根據實驗一進行部分的調整。實驗一的教學流程，考量學生可能無法適應以往由教師主導的教學方式，改爲自行研讀範例的實驗教學方式，因而採用包含教師問題解決教學活動的教學流程，亦即包含教師進行全班教學、學生研讀範例與學生進行解題等三個步驟。實驗二則考量學生已經有實驗一研讀範例的經驗，因此將教學流程改爲不包含教師問題解決的教學流程，只有學生研讀範例與學生進行解題等兩個步驟。

另外，前面已提及研究者認爲透過電腦螢幕的呈現，一方面可能會提升學生的學習動機，進而促使增生認知負荷的產生，但另一方面卻也可能因爲需要進行電腦的操作，而增加外在認知負荷。爲了探究透過紙本與電腦螢幕的範例呈現方式，是否會產生不同的學習結果，實驗二採用紙本的範例教材與 powerpoint 電子檔的範例教學，探討不同的教材呈現方式是否對學生的學習產生不同的影響。

最後，因爲影響教學實驗的成效，除了認知能力高低之外，情意態度也是一個重要的影響因素。因此，實驗一只以數學成就前測成績爲共變量，實驗二則加入數學態度，亦即實驗二採用數學成就前測成績與數學態度前測分數兩個共變量。

一、方法

（一）實驗對象

實驗二的實驗對象，與實驗一的實驗對象完全相同。實驗一與實驗二的實驗班是同一班，實驗一與實驗二的控制班也是同一班。實驗一的實驗組同學，全部採用紙本的範例教材。實驗二乃將實驗組的班級（n = 34），根據五年級上學期的數學成績，以及性別這兩個因素，隨機區分成數學程度相當且男女生人數相當的兩組，每組人數皆爲 17 人，一組接受 powerpoint 電子檔的範例教

學，一組接受紙本的範例教學。控制組的班級（$n = 35$）則和實驗一相同，採用傳統教學法，只使用紙本的教材，不另外分組。

（二）實驗教材

1. 自編教材

實驗一的自編教材，實驗組與控制組都是採用紙本的範例方式。實驗二的教材，特別針對實驗組，設計出 powerpoint 檔的電子範例（參閱附錄三）與紙本的範例兩種不同的教材形式。控制組的教材，仍維持紙本的問題形式。

實驗二的實驗教材設計，是以實驗學校所採用的翰林版第十冊數學課本為參考。根據前面文獻所提及 Zhu 與 Simon（1987）的教學實驗顯示，以國中因式分解為實驗教材，實驗結果顯示範例教學組學生可以在很短的時間內，學會因式分解的解題技巧。因此，本研究決定選用第九單元「公因數與公倍數」，因為公因數、公倍數與國中因式分解較為相似。「公因數與公倍數」的教材內容，包含三個小單元：單元 1「因數與公因數」、單元 2「倍數與公倍數」、單元 3「因數與倍數的關係」。教材設計除了與進行實驗教學的授課教師充分討論之外，也請兩位高雄市國教輔導團數學科的輔導老師，以及兩位教授五年級翰林版數學課程的資深老師，提供自編教材的修正意見。

2. 編製「公因數與公倍數」成就測驗

除了實驗教材之外，研究者也自編一份第九單元「公因數與公倍數」成就測驗，這份成就測驗一開始編製 10 道是非題、10 道選擇題、10 道填充題，以及 10 道計算，經過專家學者的意見後，最後以 5 道是非題、10 道選擇題、5 道填充題，以及 8 道計算道選擇題定稿，總分為 100 分。「公因數與公倍數」成就測驗的信度考驗，採用間隔三週的再測信度，再測信度為 .64，顯示本測驗具有尚可的信度。

3. 編製數學態度量表

實驗一只以數學成就測驗前測為共變數，實驗二則將數學態度納入共變數，以探究數學態度是否會影響其教學效果。因此，研究者自編一份數學態度量表。數學態度量表的編製，研究者根據文獻（曹宗萍、周文忠，1999；黃德祥，1990；魏麗敏，1992），編製六個分量表，分別是「數學學習信心」、「數學學習動機」、「數學學習習慣」、「數學自我觀念」、「數學焦慮」，以及「數學的實用性」，總題數為 57 題，以李克特五點量表的作答方式。參酌專家效度的意見後，修改成 54 道試題。然後研究者從高雄市 11 個行政區，各選取一所學校的一個五年級班級，進行預試的施測。預試的回收結果，經過項目分析，題目刪減成 50 道試題。再進行探索性因素分析，有關因素個數的選取，係採用 Horn（1965）所建議的平行分析法（parallel analysis methed），而 Enzmann （1997）所發展出的電腦程式 RanEigen，可以用來進行平行分析法。由於採用因素所獲得的實際特徵值，第 5 大的特徵值為 1.651，小於採用電腦模擬的第 5 大的特徵值 1.723。根據平行分析法的選取原則，只保留「因素所獲得的實際特徵值，大於相對應的電腦模擬的特徵值」，最後決定保留四個因素。

數學態度量表最後區分成四個分量表：數學學習信心（5 道試題，$\alpha = .87$）、數學焦慮（7 道試題，$\alpha = .89$）、數學的實用性（5 道試題，$\alpha = .83$）、數學學習動機（8 道試題，$\alpha = .86$）。總量表共 25 道試題，$\alpha = .91$，顯示數學態度量表具有建構效度，且總量表與分量表皆有高的信度。數學態度量表得分越高，顯示受試者的數學態度越正向。

（三）實驗程序

實驗二如同實驗一，為避免實驗組與控制組學生，因課後數學輔導的干擾因素，實驗二的教學實驗，也比學校預定上第九單元「公因數與公倍數」的時間，提早兩個星期進行。實驗一實驗組與控制組同樣接受五節的教學活動。

實驗二的實驗程序，與實驗一相比，進行些許的調整。實驗一的教學流程，不論實驗組或控制組都是先由教師講解一題範例，然後由學生獨自研讀範例或獨自解題；實驗二的教學流程，則將第一個步驟，教師講解範例的部分取消，實驗組調整為學生自行進行範例的研讀，接受電子檔範例的實驗組學生，則到電腦教室，自行研讀 powerpoint 檔；接受紙本範例的實驗組學生，則留在原班級教室，自行研讀紙本的範例；控制組調整為學生自行解題。其餘的步驟，實驗組與控制組皆與實驗一相同。

二、結果與討論

實驗二是以數學成就測驗前測與數學態度量表前測作為共變項，而以數學成就測驗後測與數學態度量表後測作為依變項，探討三組學生在數學成就測驗後測與數學態度量表後測是否有顯著性差異。在進行共變數分析之前，先進行三組迴歸線平行的假設考驗，在數學成就測驗前測方面，Wilk's $\Lambda = .93$，$p > .05$，結果顯示三組迴歸線在數學成就測驗前測的斜率相同，符合共變數分析的基本假定。在數學態度總量表前測方面，Wilk's $\Lambda = .97$，$p > .05$，結果顯示三組迴歸線在數學態度總量表前測的斜率相同，也符合共變數分析的基本假定。

其次，進行共同斜率為 0 的假設考驗，Wilk's $\Lambda = .41$，$p < .05$，結果顯示共同斜率不為 0，亦即共變項與依變項有密切關係，適合採用共變項分析。

由於符合迴歸線同質性與共同斜率不為 0 的假定，因而進行共變數分析，共變數分析結果為 Wilk's $\Lambda = .90$，$p > .05$，結果顯示排除共變數的影響，各組之間沒有存在顯著差異情形。各組的描述統計資料，請參考表 4。

表 4　數學成就測驗與數學態度前測、後測與調整平均數摘要表

		前測分數		後測分數		調整分數	
		數學成就測驗前測	數學態度前測	數學成就測驗後測	數學態度後測	數學成就測驗調整平均數	數學態度調整平均數
	n	*M*	*M*	*M*	*M*	*M'*	*M'*
組別		（*SD*）	（*SD*）	（*SD*）	（*SD*）		
實驗組 1	17	47.06	75.47	76.18	76.41	76.37	76.93
（電腦範例）		（15.10）	（8.77）	（12.81）	（8.61）		
實驗組 2	17	53.94	76.94	77.76	78.06	73.96	77.44
（紙本範例）		（18.33）	（8.04）	（11.62）	（7.06）		
控制組	35	44.11	76.43	66.51	78.03	68.27	78.08
（傳統教學）		（18.39）	（10.36）	（18.38）	（12.20）		

由於多變量共變數分析並未達顯著性差異，接著進行以數學成就測驗前測與數學態度前測為共變項，數學成就測驗後測為依變項的單變量共變數分析。雖然單變量共變數分析未達顯著，$F(2, 64) = 2.79$，$p > .05$，但單變量共變數分析的事後比較，卻顯示接受 powerpoint 檔範例教學的學生，其數學成就後測調整後平均數（$M' = 76.37$），顯著高於接受傳統教學的學生（$M' = 68.27$）；而接受紙本範例教學的學生，其數學成就後測調整後平均數（$M' = 73.96$），則未顯著高於接受傳統教學的學生；接受 powerpoint 檔範例教學與接受紙本範例教學的學生，其數學成就後測調整後平均數未有顯著性差異。

另外，為了排除數學態度的影響，接著進行以數學成就測驗前測與數學態度後測為共變項，數學成就測驗後測為依變項的單變量共變數分析。單變量共變數分析達顯著，$F(2, 64) = 3.27$，$p < .05$，事後比較顯示接受 powerpoint 檔範例教學的學生，其數學成就後測調整後平均數（$M' = 76.67$），顯著高於接受傳統教學的學生（$M' = 68.12$）；而接受紙本範例教學的學生，其數學成就後測調整後平均數（$M' = 73.96$），則未顯著高於接受傳統教學的學生；接受 powerpoint 檔範例教學的學生，其數學成就後測調整後平均數未顯著高於接受紙本範例教學的學生。

上述的結果與 Carroll（1994）、Mwangi 與 Sweller（1998）、Tarmizi 與 Sweller（1988），以及 Sweller 與 Cooper（1985）等人的研究結果相似，皆顯示接受範例教學的學生，其數學學習成效顯著高於接受傳統教學的學生。

另外，排除數學態度前測與數學成就測驗前測的影響之後，各組在數學態度量表的後測調整後平均數，並未達顯著差異。

綜合討論

本實驗研究包括前導實驗、實驗一與實驗二等三個部分，實驗組與控制組都是同樣的班級學生。前導實驗安排在上學期進行，其目的可提供研究者在教材的編製、教學流程的掌握、成就測驗的編製等方面，有修正調整的機會。

實驗一則安排於下學期進行，主要探究接受範例教學的實驗組，與接受傳統教學的控制組，以數學成就測驗前測成績為共變數，探討兩組數學成就測驗後測成績是否有顯著性的差異。

根據實驗一的實驗結果，實驗二做了適度的修改，除了取消教師全班授課的教學步驟之外，也將接受範例教學的實驗組，區分成接受 powerpoint 檔的自編教材與接受紙本的自編教材兩組，另外增加數學態度量表前測為另一項共變項，同時，增加數學態度量表後測為另一項依變項。

由於實驗組與控制組的學生，同時接受前導實驗、實驗一與實驗二的實驗歷程，有可能因而產生前面的實驗經驗影響後面的實驗結果，雖然研究者採用共變數分析，可藉由共變項的調控，降低前面實驗經驗的影響，但仍可能影響本研究結果的外在效度。

在教材的編製上，為了降低實驗組受試者的外在認知負荷，研究者參考 Mwangi 與 Sweller（1998）的結構化模組設計方式，讓學生可以很系統化的理解範例的解題程序。在教學流程的部分，為了降低學生的外在認知負荷，同時增加學生的增生認知負荷，以協助學生建構適切的問題基模，研究者採用引導式的淡化程序的安排，包含學生獨自研讀範例、學生練習解決不完整的範例、學生獨自進行解題等一系列的教學歷程。

實驗一結果顯示實驗組與控制組的實驗結果，產生性向處理交互作用：顯示採用範例教學較適合數學成就測驗前測分數較低的學生，採用傳統教學較適合數學成就測驗前測分數較高的學生。研究者推測範例教學法較適合數學低學習成就的學生，其理由是範例教學提供解題步驟完整

的學習範例，可以促進增生認知負荷，協助數學低學習成就的學生去建構適當的問題基模。而接受範例教學法的數學高學習成就的學生，可能已經精熟問題的解法，透過範例的呈現，反而造成學習者必須花費認知資源去研讀範例，如此，將造成學習者外在認知負荷的增加，此即所謂的「專業知能的反向效應」。

實驗二的研究結果顯示，接受範例教學與傳統教學的學生，排除數學成就測驗前測與數學態度量表前測的影響之後，接受 powerpoint 檔範例教學的學生，其數學成就後測成績（M' = 76.37），顯著高於接受傳統教學的學生（M' = 68.27）。此結果符合預期，亦即範例教學實驗效果優於傳統的問題解題教學法。

然而接受紙本檔範例教學的學生其數學成就後測成績（M' = 73.96），卻未顯著高於接受傳統教學的學生（M' = 68.27），此結果與研究者預期接受紙本範例教學的數學後測成績顯著高於接受傳統教學，出現不一致的結果。研究者推測可能原因是接受紙本範例教學的學生人數（n = 17），與接受傳統教學的學生人數（n = 35），參與實驗的人數差距過大。由於實驗二的範例教學，將原本的實驗班人數拆成兩半，一半的學生參加 powerpoint 檔範例教學實驗，一半的學生參加紙本範例教學實驗，而控制組的學生則是採用一個班級的人數，研究者推測有可能因為實驗人數差異較大，而導致實驗結果不符預期。另外，實驗二的數學成就測驗其再測信度為 .64，並未高於 Nunnally（1978）所建議的 .70 以上，因而也有可能因為數學成就測驗的信度較低，而影響最後的實驗結果。建議後續的相關研究，可以朝實驗人數的控制與實驗工具信度的提升這兩個方向改進。

而研究者欲探討透過電腦螢幕的呈現方式，是對學習者有正向或負向的影響，因為採用 powerpoint 檔範例教學，一方面可能會提升學生的學習動機，進而促使增生認知負荷的產生，但另一方面卻也可能因為需要進行電腦的操作，而增加外在認知負荷。研究結果顯示接受 powerpoint 檔範例教學與接受紙本範例教學的學生，其數學成就後測調整後平均數未有顯著性差異。因此，透過電腦的範例呈現方式，對於學生的學習結果是正向的影響或是負向的影響，值得進行後續的研究。

最後，排除數學成就測驗前測與數學態度量表前測的影響之後，其在數學態度量表後測並未達顯著差異。研究者推論由於數學態度具有持久性，不易在短時間的教學實驗期間，獲得較大的改變，因而造成實驗組與控制組學生在數學態度上沒有顯著性差異。

綜合上述的研究結果顯示，實驗二顯示接受 powerpoint 檔範例教學的學習成效高於接受傳統教學的學習成效，但接受紙本範例教學的學習成效並未顯著高於接受傳統教學的學習成效；而實驗一顯示接受範例教學與接受傳統教學，產生性向處理交互作用，採用範例教學較適合前測分數較低的學生，採用傳統教學較適合前測分數較高的學生。因此，範例教學的使用時機，可能較適合學習者剛開始學習某個數學概念時，透過範例的呈現，有助於降低學習者的外在認知負荷。一旦學習者精熟該數學概念後，範例的呈現，反而造成學習者必須花費認知資源去研讀範例，如此，將造成學習者外在認知負荷的增加，此即所謂的「專業知能的反向效應」。

未來建議可以考慮以低數學成就的學習者，並且配合電腦呈現範例的方式，來繼續進行範例教學實驗。

參考文獻

林清山（2002）：**心理與教育統計**。台北：東華。

教育部（2003）：**國民教育九年一貫課程綱要「數學學習領域」**。台北：教育部。

曹宗萍、周文忠（1999）：**國小數學態度量表編製之研究**。載於台北市立師範學院（主編）：**八十七學年度教育學術研討會論文集**（1211-1246）。台北：台北市立師範學院。

黃德祥（1990）：國中與國小學生焦慮與數學態度之分析研究。**輔導學報**，**13**，1-52。

魏麗敏（1992）：國民中小學生一般焦慮、數學焦慮及數學態度之比較研究，**臺中師院學報**，**5**，129-154。

Atkinson, R., Derry, S., Renkl, A., & Wortham, D. (2000). Learning form examples: Instructional principles form the worked examples research. *Review of Educational Research*, *70*, 181-214.

Ayres, P. (2006). Impact of reducing intrinsic cognitive load on learning in a mathematical domain. *Applied Cognitive Psychology*, *20*, 287-298.

Carroll, W. (1994). Using worked examples as an instructional support in the algebra classroom. *Journal of Educational Psychology, 86,* 360-367.

Chandler, P., & Sweller, J. (1996). Cognitive load while learning to use a computer program. *Applied Cognitive Psychology, 10,* 151-170.

Chi, M. T. H., Bassok, M., Lewis, M. W., Reimann, P., & Glaser, R. (1989). Self-explanations: How students study and use examples in learning to solve problems. *Cognitive Science, 13,* 145-182.

Clarke, T., Ayres, R., & Sweller, J. (2005). The impact of sequencing and prior knowledge on leaning mathematics through spreadsheet applications. *Educational Technology Research and Development*, *53*, 15-24.

Cronbach, L. J., & Snow, R. E. (1977). Aptitudes and instructional methods: A handbook for research on interactions. New York, NY: Irvington.

Enzmann, D. (1997). RanEigen: A program to determine the parallel analysis criterion for the number of principal components. *Applied Psychological Measurement*, *21*, 232.

Gerjets, P., & Scheiter, K. (2003). Goal configurations and processing strategies as moderators between instructional design and cognitive load: Evidence from hypertext-based instruction. *Educational Psychologist, 38,* 33-41.

Gerjets, P., Scheiter, K., & Cierniak, G. (2009). The scientific value of cognitive load theory: A research agenda based on the structuralist view on theories. *Educational Psychology Review*, *22*, 43-54.

Greenfield, P. M. (1984). A theory of the teacher in the learning activities of everyday life. In B. Rogoff & J. Lave (Eds.), *Everyday cognition: Its development in social context*(pp. 117-138). Cambridge, MA: Harvard University Press.

Hayes, J. R. (1989). *The complete problem solver.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Hennessy, S. (1993). Situated cognition and cognition apprenticeship: Implications for classroom learning. *Studies in Science Education*, *22*, 1-41.

Hilbert, T. S., Renkl, A., Kessler, S., & Reiss, K. (2008). Learning to prove in geometry: Learning from heuristic examples and how it can be supported. *Learning and Instruction*, *18*, 54-65.

Horn, J. L. (1965). A rationale and test for the number of factors in factor analysis. *Psychometrika*, *30*, 179-185.

Kalyuga, S., & Sweller, J. (2004). Measuring knowledge to optimize cognitive load factors during instruction. *Journal of Educational Psychology, 96*, 558-568.

Kalyuga, S., Ayres, P., Chandler, P., & Sweller, J. (2003). Expertise reversal effect. *Educational Psychologist*, *38*, 23-31.

Kalyuga, S., Chandler, P., Tuovinen, J., & Sweller, J. (2001). When problem solving is superior to studying worked examples. *Journal of Educational Psychology, 93,* 579-588.

Mwangi, W., & Sweller, J. (1998). Learning to solve compare word problems: The effectof example format and generating self-explanations. *Cognition and Instruction*, *16,* 173-199.

Nunnally, J. C. (1978). *Psychometric theory*(2nd ed.). New York, NY: McGraw-Hill.

Paas, F., Renkl, A., & Sweller, J. (2004). Cognitive load theory: Instructional implications of the interaction between information structures and cognitive architecture. *Instructional Science, 32*, 1-8.

Quilici, J. L., & Mayer, R. E. (1996). Role of examples in how students learn to categorize statistics word problems. *Journal of Educational Psychology, 88,* 144-161.

Renkl, A. (1997). Learning from worked-out examples: A study on individual differences. *Cognitive Science*, *21*(1), 1-29.

Renkl, A., & Atkinson, R. (2003). Structuring the transition from example study to problem solving in cognitive skill acquisition: A cognitive load perspective. *Educational Psychologist*, *38*(1), 15-22.

Renkl, A., Atkinson, R. K., Maier, U. H., & Staley, R. (2002). From example study to problem solving: Smooth transitions help learning. *Journal of Experimental Education*, *70*, 293-315.

Renkl, A., Stark, R., Gruber, H., & Mandl, H. (1998). Learning from worked-out examples: The effects of example variability and elicited self-explanations. *Contemporary Educational Psychology*, *23*, 90-108.

Tarmizi, R. A., & Sweller, J. (1988). Guidance during mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, *80*(4), 424-436.

Sweller, J. (1988). Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive Science, 12,* 257-285.

Sweller, J. (1994). Cognitive load theory, learning difficulty, and instructional design. *Learning and Instruction, 4,* 295-312.

Sweller, J., & Cooper, G. A. (1985). The use of worked examples as a substitute for problem solving in learning algebra. *Cognition and Instruction, 2,* 59-89.

Sweller, J., van Merrienboer, J. J. G., & Paas, F. (1998). Cognitive architecture and instructional design. *Educatioanl Psychology Review, 10*, 251-296.

Tarmizi, R. A., & Sweller, J. (1988). Guidance during mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology, 80,* 424-436.

Van Gog, T., Paas, F., & Van Merriënboer, J. J. G. (2008). Effects of studying sequences of process-oriented and product-oriented worked examples on troubleshooting transfer efficiency. *Learning and Instruction*, *18*, 211-222.

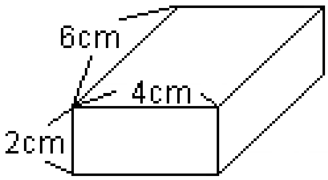
Ward, M., & Sweller, J. (1990). Structuring effective worked examples. *Cognition and Instruction, 7,* 1-39.

Zhu, X., & Simon, H. A. (1987). Learning mathematics from examples and by doing. *Cognition and Instruction, 4,* 137-166.

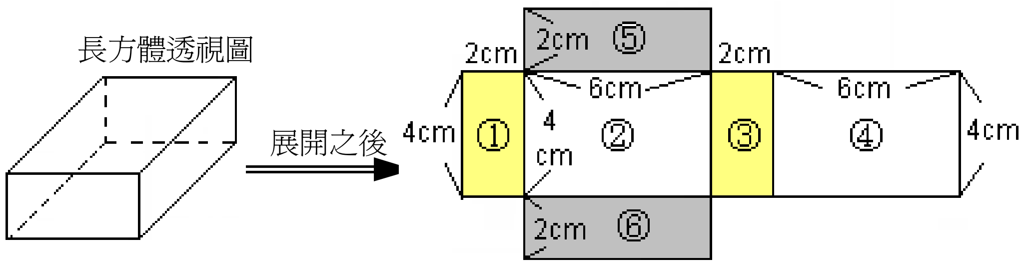
收 稿 日 期：2009 年 10 月 30 日
一稿修訂日期：2010 年 03 月 09 日
二稿修訂日期：2010 年 04 月 14 日
接受刊登日期：2010 年 04 月 14 日

附錄一 完整的範例

下面有一個長方體，請將長方體展開，再算一算長方體展開後的面積，總共是多少平方公分？



解法：長方體一共有 6 個面，展開之後一樣會有六個面長方體展開的圖形如下：



步驟一： ①與③的形狀一樣，都是長 4 公分，寬 2 公分的長方形
①的面積是 $4 \times 2 = 8$ 平方公分，
所以①加③的面積是 $2 \times 8 = 16$ 平方公分

步驟二： ②與④號的面積一樣，都是長 6 公分，寬 4 公分的長方形
②的面積是 $6 \times 4 = 24$ 平方公分，
所以②加④的面積是 $2 \times 24 = 48$ 平方公分

步驟三： ⑤與⑥號的面積一樣，都是長 6 公分，高 2 公分的長方形
⑤的面積是 $6 \times 2 = 12$ 平方公分，
所以⑤加⑥的面積是 $2 \times 12 = 24$ 平方公分

步驟四： 長方體展開後的 6 個面的面積總共是
$16 + 48 + 24 = 64 + 24 = 88$ 平方公分

解答：88 平方公分。

附錄二 不完整的範例

<table>
<tr><td>有一個中型紙箱，長是 65 公分、寬是 40 公分、高是 35 公分，請問這個紙箱的表面積是多少？</td></tr>
<tr><td>解法：長方體一共有 6 個面，展開之後一樣會有 6 個面。

步驟一：　由長 60 公分，寬 40 公分所形成的兩個長方形面積爲
　　2 × (　　　) × (　　　) = (　　　　　　)平方公分

步驟二：　由長 60 公分，高 35 公分所形成的兩個長方形面積爲
　　2 × (　　　) × (　　　) = (　　　　　　)平方公分

步驟三：　由寬 40 公分，高 35 公分所形成的兩個長方形面積爲
　　2 × (　　　) × (　　　) = (　　　　　　)平方公分

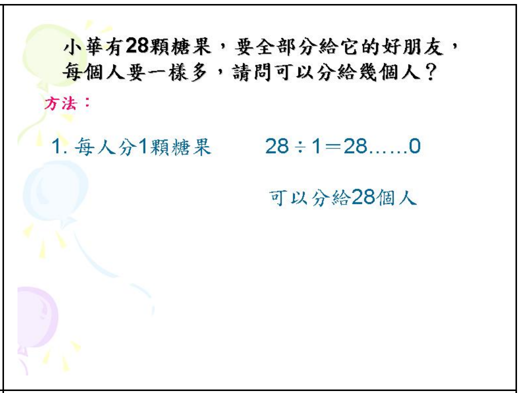
步驟四：　長方體展開後的 6 個面的面積總共是
　　(　　　　　　) + (　　　　　　) + (　　　　　　)
　　=

解答：</td></tr>
</table>

附錄三 powerpoint 電子檔範例

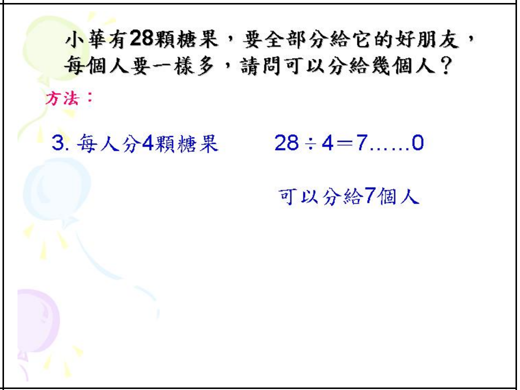
1

2

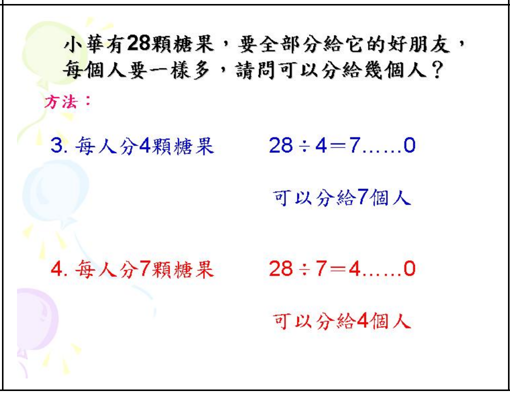


3

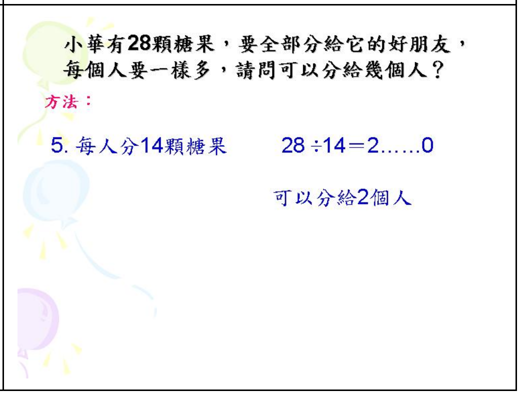
4



5



6



7	小華有28顆糖果，要全部分給它的好朋友， 每個人要一樣多，請問可以分給幾個人？ 方法： 5. 每人分14顆糖果　28 ÷14＝2……0 可以分給2個人 6. 每人分28顆糖果　28 ÷28＝1……0 可以分給1個人	8	小華有28顆糖果，要全部分給它的好朋友， 每個人要一樣多，請問可以分給幾個人？ 總共有6種可能，可以分給 1人 或 2人 或 4人 或 7人 或14人 或28人

Bulletin of Educational Psychology, 2011, 43(1), 25-50
National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan, R.O.C.

An Instructional Experiment: Using Worked-out Examples in Mathematics Problem-Solving of Elementary School Students

Chin-Tang Tu
Center for Teacher Education
National Kaohsiung Normal University

With the framework of the cognitive load theory, researchers have shown students in an experimental condition learned mathematics with worked-out examples significantly outperformed those learning mathematics in the control condition. The current consists of two experimental studies with 66 fifth grade students as participants. In Study 1, participants were divided into an experimental and a control condition, learning mathematics with the worked-out example instruction and traditional instruction, respectively. The result shows an aptitude-treatment interaction, that is, the worked-out example method was more beneficial for students for students with lower prior achievement, while the traditional method was more beneficial for students with higher prior achievement in mathematics. In Study 2, students were assigned to three conditions to learn mathematics, a condition with worked-out examples presented with PowerPoint, a condition with worked-out examples presented with hard copies, and a condition with traditional instruction. The results indicated that the students who received instruction with the worked-out example presented via PowerPoint gained significantly higher grades in a posttest of the mathematical achievement test than those who received the traditional instruction.

KEY WORDS: cognitive load, problem solving, worked-out example