# 多元思考教學策略對國小教師數學教學之影響朁教師專業成長模式之建構＂ 

張景媛呂玉琴 何 緼 琪 吴 青 蓉 林 奕 宏<br>國立台灣師範大學 國立台北師範學院教育心理與輔導篡系<br>數理教育篡系<br>慈渡大學<br>教育研究所<br>新竹縣<br>台北縣<br>忠孝國民中學<br>自強國民小學


#### Abstract

本研究日的有二：（一）分析教師由督導協助進行數學科多元思考教學策略的效果。（二）探討實驗組教師的專業成長歷程。參與者含小學生 74 位，督導，實驗組及控制組教師各 1 位。工具分教案，成就測驗卷，學生手記，教師札記，課虽觀察記錄龙。經一學年實驗教學發現： 1．實驗組與控制組學生的五下數學成就測驗成績無顯著庄異，但實驗組六下數學成就測驗成績顯著高於控制組。2．從學生手記發現實驗組學生喜愛多元思考教學策略。3．學生在小組討論時能得出課本所無的解題內容。4．教師是透過研習，討論，教學及省思等歷程提升個人專業能力。5．教師專業成長歷程包含：想像期，挫折期，習慣期，激發期，思考期，嘗試期，修正期和推黄期。


關鍵詞：數學，多元思考教學策略，教學督導，鞂狛專業成長歷程

數學對枼此學生來䚷很有趣，對某些學生而言卻是令人搷惱的課業。教肖心理學者多年來探究數

教師的教學策略堑生了重大影響。

此外，數學教骨學者提出諨多建議，如Larkin，McDermott，Simon 與Simon（1980）指出專家






Gardner（1983）提出多元智力埋論，認爲人人都具有多方而能力，如輁文，數理，音樂，視覺



[^0]
#### Abstract

捎的速度，但作數學的分數學習に䜪可能有困難。如教師能運用學生㾇長的能力來引導其思考，或订減低學生的學習困抏，促進學習效果。运是本研究的目的之…。 是聽課，對實際教學沒有太大的堼助；至於校內教學砰剖會的功能似因人而異，對用心的教所而高是會激發出良好的教學策略，侣是對其他教師則末必。就目前的㹜況來訜，研究者主張隹職教師參與研習會直探用工作坊的形式，将理論與實務絬合，才能對教師恡生影響。然而單次的研習袻管有其影 中學到的知能，回到學校後能和同事…起分㚖，討論，如此才能将教育理論落實到實際的教學之中。


## 一，教師教學生態與成人質變的學習

今日教改已成趨勢之際，究竟中小學教師們對教學抱持何種想法？䦽些想法如何影響其行動表現？能膫解教師們的想法，才能找出最適合教追們的方式來改枋教學品質。柯莪䦓，幸曼坽（民84）
學生有由學能力，因此教師須靠由己講課，才能傳质訊息給學生。此種教師習獚的教學方法，要改變並非易事；䦽現象可從成人的學習理論來看。

成人學習時，除了吸收新知外，更會将新知和以往的經驗加以統整，亦即成人的學習是将以往累積的知識與經驗陆次檢核和審視。逗䅜審視興更新的歷程就是所謂質變的學習（transformative
甤生如下階段：

1．經歷一個迷惑的状沉。
2．經歷间我的檢核。
3．對目己內作角色産生批判的誰估。
4．膫解目己不滿的情緒是詐多人椞有過的經驗。
5．探索新的行動方向。
6．䒼作新解色1建立能扐興日信心。
7．計畫行動課程。
8．爲實現個人的計畫而去獲得知識與技能。
9．嘗試新的角色並詐估效果。
10．以新的希監重新進入社會情境中。
是仔在於人內心的念頭。所謂質變的學習，基本1－就是檢核，質疑，傕認及修正的歷程，此歷程也叮說和認知心理學強調的後設認知與目我調整有密切相關。過去，學校的學習強調只用…種方式來看街事物，䦽種難點較女安全，不致使人産生焦慮或失去信心，但它䜪隱含拝曲，偏見興刻玟印象等不良影響。所以，成人質變的學習不能特以過去傳遞訊息的方式來進行教學，理想的方式應是讓成人作温喛安余的環境菐，讓學習者作自我反省，表露的歷程中，內心產生眞止的攻變。

## 二，專家教師的特性

Gagné，Yekovich 與Yekovich（1993）指出「教學是…種複雜的問垷解決活䡃，其目的住促進學生的學習」所謂的專家教狛必定是專家的問題解決者（expert problem solvers），應具有二種特性：

1．複雜的概念性理解。
2．高度由動化基本技能集組。

## 3．有弾吽友適應吽的教學策略集組。

提出「教師知識」的種類：

1．內容知識（content knowledge）：〕指學科知識興其概忿問的組織。
2．教學內容知識（pedagogical content knowledge）：與內容知識不同莚作於此種知識迉括广示範，


3．課程知識（curriculum knowledge）：是針對不同階首的不同學習者，應設計不同的課程內容來


教師如果缺乏 1 述知識，叮能會媑直如下問題：
1．不瞭解學生的先備知識，就不能以學生已有知識來引導其學習新教材。
2．不能以學生已有知識來引導其葸考，也就不能針對不同學牛設計符合他們的数學內容，教師分

瞭解嫒何學生學不會。

4．教師不瞭解學生的學習困難，就無法提供有效的策略改礐學生的學習表現。
不努り。

生何種影響。

## 三，多元智力與數學科多元思考教學



式，但是對於本身並非癛長數學邏輯悬考的學生：來䛢，…味的研究從孩子的數學邏輯菛考進行學禁，是否會讓學生感受到更多的挫折。如果我們換…棛思考方式，想想孩子熟悉的事情是仆麼？從孩子㥜㥺的事物來贯考數學情境，是否能讓孩子放欺心情，樂於學習呢？
具有語义，咅樂，邏輯數理，視覺空間，身體動作，肖我，人際等多稿智力。每…種智）J的內唡如下：

2．咅樂智力」：對音樂有高度臺好，叮能朝音樂家，作哩家，演奏家等發展。
3．邏輯數理智打：臺好數學隐考者，不時袁歡解䶃周題，推理，使用抽象的符號。

5．身體動作智少」：能較有效操作物體，動作較露钽。
6．H找智力：能瞭解並知覺Hし的感覺和思考。
7．人際智ノ」：對他人及周遭的世界較敏感。
疑湖的想法，進而思考其中的現象。

孩鱼的潛能各不相同，教師應該瞭解每住學生的特殊能」，並設計多元的學習活動，讓學生從適


進行（Checkley，1997；Gardner，1997）例如：學習分數時，教學生作打护子的節奏中學習二分之…捅的長度。运種多元思考的學習運用到學生的音樂，語义，數理，動作，人際箱的能分，辰就是我椚想要進行的多元葸考的教學策略，亦即讓學生作且己熟悉的活動中目行建構數學概念。

## 四，建構論與數學科多元思考教學

 （intrapsychology）的心智運作歷程。任學習過程中，若是學生的想法與新訊息不…致，就禽產生涊知失調的状沉。作此情形下，學生會目行調整或重新建構先前的想法，通種不斷修止的過程即爲建構慨念的歷程。Vygotsky（1978）認箎建構概念必須住學生的近側發展湂（zone of proximal development）進行，亦即教師應掌握學生的學習状沉，給予適當的引導，如示範，增強，回饋，高層思考等策略的介入，讓學生發展出更高首次的心智歷程，促進學習表現。

建構論皮多元智力理論作教學（：皆認爲從不同的问度引導學生自行葸考同垷是學習的關鍵。不少學者對此进行過許多研究，如Schoenfeld（1985）強調數學解䟎的研究方们應考慮資源，捷葸，控
認爲解䟎歷程中學生運用了話言知識，事實知識，基模知識，策略知識及程序性知識等；張黾媛（上 83）質以建構諭的觀點設計教學策略，教導學生經由青考，辨別和歸納篿歷程獲得概念。

由1：可知教學材料應以學生的「生活事件」來設計問題情境，教學歷程则是採用「建構理論」的觀點讓學生葸考周題，最終目的是要讓學生能學以致用，同時增進學生的學習動機。本研究強調教學時，教追㢈應重學生的多元智力和思考型態，設計教具，活動及策略來引導學生建構數學概念；作此過程中，教所同時也撗展了由己的教學型態，對教師本身的專業知能也有幫助。但是，過去的學校制度並不利於教卧的専業成長，學校中並末有専家教所來協助新手教師觕年決教學的問題。

## 五，教學督導理論研究

爲什麼教師要以傳統的講述方式進行教學？主要因爲教師不知如何進行思考的教學。在今日，教育研究者必須先提出具骾的行動策略，讓教師作瞭解基本的理論興方法後，才能将理論興實務絬合起來。末來每所學校都是研究中心，不只大學教授要進行研究，中小學教師也要有教學和研究能打；而
學能力。教學督導创含十種管理行爲（Glickman，Gordon，\＆Ross－Gordon，1995），各具有不同程度的主控權：

1．傾聽：督渞聽取教追们的意思。
2．潠清：督尊澄清教師的䫆䟄興意見。
3．鼓勵：督導鼓勵教師繼縞深入探䚯䄆趩。
4．反映：督導重述教所的意見，以徹定訊息是否正傕。
5．提示：督導提出H己的意見供教師參考。
6．解浃品飔：督導促使教所想辦法解決同問題
7．協商：督檤與教師劦商出符合雙方意見的其同決策。
8．指示：督導給予教師有限的選摆做決策。
9．標準化：督導茕求教師依標準來笎成 工作。
10．增強：督導以掲強，鼓謜符方法促使教師完成工作。


成長需求；教師和督導者以専業合作的關係互動，彼此高度依賴。從組綪絬構來看，臨床視導的過程
同奮督導（peer supervision），示範教學，協同教學等。本研究擬對實驗教學的教師進行教學督導的活動，讓實驗教學教師能膫解多元思考教學策略佂數學教學に的應用情形。

基於以上理念，研究者提出以下的研究目的：
（一分析教師作督導的協助下進行數學科多元葸考教學策略的效果。
（二捸缡實驗組教師參與研究時専業成長的歷程。

## 方 法

## 一，研究對象

（一實驗組：本文第一作者於87學年度作北市教育届拹助下舉辦教師研習活動「多元思考教學策略I作坊」，其有 40 位教師參與。研究者作工作坊中徴得 位长願進行長期研究的國小五年級教師，
班方式組成。實驗組教師爲男吽，有儿午教學經驗。輆教師接受多元褁考教學策略T作坊的訓練，並作研究閒始後接受教學督導的指導設計教案。
（二）控制組：本研究另設－班爱控制組，與賔驗組爱同…地區的學校，學生人數 39 位，以常態編
法說明詸程內容讓學生了解，並進行練習，教學過程中少有小組討諭或相關活動。控制組教師僞从性，有十年教學經驗。1－述兩似教師都任教於台北地區都市型學校。
 1叫午級修習學佃的教師擔任教學督道，與實驗組教師河共同討論，設計多元思考教學策略教案。教學督導本身具有十午教學經驗，其賃士論文即是以教䂛專業成長爲主題。

## 二，研究工具

## （一數學科多元思考教學策略教案

本研究設計的多元思考教學策略教案，以每‥教學單元爲設計單位，內容包括：單元名稱，教學時間，教學目標，學生先備知識，教學資源，參考資料，學習活動，活動流程說明，誹量重點。教案


## （二國小五下數學科成就測驗卷

科成績。滿分…百分，共二十題，以國小數學課本第十州箒範圍，包含是非，選擇，塡充，計算，應

細目表檢核試題的適合性。試卷經云们專家與研究者多次修止，以建立內容效度。

## 門國小六下數學科成就測驗卷

研究者目綸，乍父下學期末施測，以比較實驗組興控制組學生在鴿期‥年實驗教學絬束後的數學科學習成績。滿分…百分，其三十二題，以國小數學課本第十二州虢範圍，包含是非，選擇，塡充，計算，應用等五大題型。試卷內容仍委䛞に列当似教材專家依雙们細目表檢核試題的適合性。試卷經

兰位專家與研究者多次修止，以建立內容效度。
（四）數學學習手記
實験組學生使用的數學學習手記，作數學課後記錄個人的學習心得，內容创括：心情塗鴉（以調整情緒），單元重點，我的疑問，我的心得，想考題等。

## （五教師教學札記

教學督導的建議等。

## 分課堂觀察記録表

現。

## 三，實驗設計

本研究設有…實驗組（35人）及…空制組（39人），探實驗組控制組欮後測設計。前測爲五下數學科成就測驗成績，後測爲六下數學科成就測驗成績。作實驗階段，實驗組採多元葸考數學策略教案，控制絸採傳統教法。

## 四，實施程序

（－）於87學年）度下學期初辦理教師研習活動多元思考教學策略工作坊，目的作讓教師們膫解多元智能理論，以及多元智能論化教學し應用的情形。
（\％）聯熬门願參與䔈驗教學的教所，其同討論實驗教學的設計，伦五下先進行數學科二個單元的試探性教學；接著從穴に進行爲期…學午的正式實驗教學。
（三）䈭集實驗組與控制組學生的數學科前後測成績。
（四）鬼集實驗教學教追旧的省思札記與實驗組學生的學習手检及小組討論絬果。
（Ti）進行資料分析，包含量與質的資料分析。

## 五，資料處理

本研究量的分析採用 t 考驗。質的研究探兰角檢核法（triangulation），以多種方法，多項資料及多什評分者進行質吽資料的信度興效度考驗。

## 結 果 與 討 論

## 一，教師進行數學科多元思考教學策略的結果分析

作本研究中，有 位參興多元思考教學策略工作坊的國小五年級教師願意參興本實驗教學。作試探性教學的工下數學云個單元中，先出教學督導與實驗教學教師共同設計㒳個單元的教學活動，第三
策略惯驗教學。另設…班原本即實施傳統講述式教學的控制組，以比較實驗教學的成效。

## （一數學科多元思考教學策略的課程設計分析

試探性教學三單元的教學設計皆經出國方咥北師院數理教有系畐正琴教授憲核興修止後進行教學。各單元的特色分析如下：

1．教師先们題，讓各組學生以小川板進行詁論，並報告本組的思考絬果。

2．敬藦各組的解法，並提出疑国，以澄清個人的旨點。
3．教師位課堂絬束剪進行統整的訜明，讓學生脄解本節學習重點。
4．每單元都有延什題，讓學生葸考課本以外的題団，以华學生眚葸考侷限作課內題。
5．對於抽象的數學名㛠，透過晴驗來膫解其意義，例如實際感受一公乘的空間大小。
6．課後學生以數學學習手記來記錄課堂所教的內容，省思個人學到仆麼，有何疑惑，感想或發現箱。

## （二）課堂録影觀察記録分析

試捘性教學的兰個單元均以攝影機錄下1二榷情形，並與實驗教學教追信諭。此階段的分析絬果如下：

1．運用生活事件來引起動機，立意佳，但時開不肙過長，應靑考更適當引起動機的方式。
2．教具隹事前要做充分準備，以免課堂中因教具不足而影響滔動進行。
3．首次用小气柲進行討論，師生都不習㤨，事前應進行訓練。
4．學生在小組誩論時的分I，應做妥盖安排，最好每位同學都有任務要完成，以免能打較強的同學㨭負所有的責任。
 H月即订，如此較省時。

7．末必每個活動都要用小板，每節課以一到㒳次較爲理想，可以設計不同的活動讓學生思考。
8．學生聽它組報告時應養成専洼的習獚，教師可佂一組報告後立即同同學㯖到仆麼，以培養學生聆聽的技巧和掌握重點的能男 0

9．教師具有歸納者的角色，但末必都是由教師來歸納，可以跼學生總共有幾種解法？喜歡哪一秝解法？爲什麼？

10．教師身爲支持者，引導學生發現錯誤；對同學的錯誤也須感謝提供广思考的機會，逗樣的教導方式符合人本的精神，也鿷學生更勇於發表意見，更喜歡數學。

11．五年級學生似平還不十分膫解驗筫的意義，教師花广…些時間讓學生膫解如何估計H己的答案，如何騟算答案是否止佹。

12．教扪運用具體的物體來引發學生的動機，但是如果末和主䟎做好聯絬，學生不知爲们要做遗貞活動，無法帶動後而的教學內容，所以聯絬的鄐分很重要。

13．教追｜進行實驗教學時，有時會採傳統講述法，此點對剛採用多元葸考教學策略的教師來訜難以避免。其實講述法也並非毫無優點，只須注意時問不直太長。教師們要放閒心情去教，不要太過摭心这些問題。

14．有時教師轝的例子學生反而不太膫解，後來出學生自己試著出題，教師加以修止，學生反而聽得獚。雖然學生舉的例子不完余正傕，但是可以引發教師思考如何用學生的例子來說明…個概念。

15．化進行到最後－個單元時，教師讓學生誩論後に台報告，學生要洔意㯖並找出有何不同的地方，並思考爲何有此差異仔作。适樣的過程就是建構論強調的教學策略，可見教師愈來愈能掌握建構論的精神，學生愈來愈習㤨运種思考方式。

16．教師對於建構的精神已能掌握，但是對於如何讓不同燃能的學生都能伡數學課中得到信心，
的鼓殿。
較能容忍學生的一些脫原反應。如果教師本身的性格不能容忍运些反應時，可能會造成師珄衝资，影

## 響教學效果。

## （E）數學學習手記内容分析

作學生的數學學習手动中，研究者發現此種作業單能引發學生的興趣，教師生炓在回收時發現學生另外補充詐多資料，也有家長提供更多的訊息給教師，所以运是教師，學生及家長開很好的‥稿满通管道。作手动中除了練習題和思考題外，學生還䒼進行省思的活動，現将絬果依教學單元分析如下：

A ，單元「分數乘法」的部分：
1．學生感到疑惑的同題有：
（1）本單元只教分數乘以整數，那麼分數可以乘分數嗎？如果分數乘以小數那輆怎麼辦呢？如果整數又乘分數又乘小數那麼該如何才好？
（2）我們叮以把小數變械分數嗎？我們教了分數的乘法，是否也有分數的除法？
2．學生作本單元的心得感想有：
（1）分數的乘法诃以用很多方式來計算，只要把分子分母搞懂就不會算錯了。
（2）分數的乘法比整數的乘法容易，因爲分數订以約分，避免數孛太大，增加演筫的速度，而整數會愈乘愈大，所以約分實但太好广。

3．學生個人的省葸：
（1）我要多練習乘法，我計算的速度很慢，考試時會來不及寫完。
閒心，不會前害悺數學了。
視的感覺，想偷看書都不方便了。

B ，單元「本均」的部分：
1．學生的疑惑周趩有：
（1）除了 上課教的网種算平均的方法外，到底還有沒有其他的筫法？
（2）爲仆麼豖均人數有零點幾人呢？爲仆麼公個人的雨均比立個人的雨均還小呢？
（3）把詐多數加起來求平均時，是否可以有簡單的方法來加运些數呢？
（4）爲什麼有時候叮以用最大數加最小數除以 2 就是不均數？
2．學生使本單元的心得感想有：
（1）我知道教師如何筫我們的不均成績广。
（2）有幾個末知數，我們只要知道他們的不均數，就可以求出他們的關係，例如：甲乙丙丁的平均數是7，乙丙丁的不均數是9，我們就叮以推箱出甲是1，好像偵探推理…樣。
（3）雖然求平均數要先算出總和，但是平均是要以多補少，有時候是 個連續的數，或是等差的數列，我們用眼睛看就可以看出不均數是在哪裡，不…定都要先加總和。
（4）叫個數的平均數算好後，第五個數要多少才能提高平均數，通種題目眞有挑戰性，我䯩歡。
（5）我覺得运個單元很有用，可以在日常生活中平均的分配物品。
3．學生個人的省葸：
（1）我作計筫總和時常會因寧數等太大而筫錯，總和錯了，平均…定也不對，所以…定要小心的加總分。
（2）本均的筫法不難，不過有些題同蒌思考 —下才會懂它的意葸。
C ，單元「體積和容䅡」的部分：
1．學生的疑惑周趩有：
（1）除了公乘以外，還有沒有更大＂點的單位？
（2）如果要求 個中空物體的體積畡怎麼辦？
（3）爱仆麼課本上沒有說公撮的英义怎麼寫？
（4）我想知道圓村體的體積還有圓周率怎麼算？
2．學生作本單元的心得感想有：
（1）我知道广單位和單什之間的關係。
（2）我覺得要背 1 公み卜幾公撮，䦽種束西最難背了，…定要想個方法記起來。
（3）运 課感覺比較難，還是豖均容易些。
（4）老師拿桌布圍起來，讓我們每個人穿過去，來亚驗公乘的大小，眞是有趣。
3．學生個人的省思：
（1）我覺得运個單元有點麻煩，…下子要學這麼多的單位，我都記不位，輆怎麼辦呢？只要換筫錯了，整題就完蛋子。
（2）這個單元雖然很好玩，因嫒我們去量游泳池的大小，計筫它的容積，但是要背逗些單位，眞不容易啊！

## 四數學科多元思考教學策略的教學效果分析

本研究作心1：學期初以實驗教學教所的導生班嫒實驗組，學生 35 人，進行 學什的數學科多元思考教學策略的實驗教學；另設‥班嫒控制組，學生 39 人，以比較實驗教學的效果。网班均作必に
期末施測白編的六下數學科成就测驗卷，以个解兩組作實驗教學進行珻近一學午後的數學學習成就。實驗組和控制組學生兩次測驗的數學成績比較如下表：

表一 實驗組和控制組在兩次成就測驗的成續

|  | 五下數學科成就測驗 |  | 六下數學科成就測驗 |  |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
|  | 少均數 | 79.51 | 標準差 | 半均數 |


異，故㒳班之變異數可視爲相等。 t 檢定絬果嫒 $\mathrm{t}=-.945, ~ p>.05$ ，末達䋶著差異，故㒳班作實驗教學正式進行之欮的工下數學科學習成就無影著差異仔化。

而在分下數學科成就測驗方而，實驗組本均成績箒 86.40 ，標準差爲 9.70 。控制組本均成績箒 79.08 ，標準差爲 15.77 。Levene 變異數同質吽檢定絬果爲 $\mathrm{F}=3.302, ~ p>.05$ ，末造顯著差異，故雷班之變異数可視爲相等。 t 檢定絬果爲 $\mathrm{t}=2.373, ~ p<.05$ ，已遠灦著差異，可知實驗組進行…學午的實驗教學之後，大下的數學科學習成就顯著高於控制組。

## （五教師進行數學科多元思考教學策略的綜合討論

本研究的教學策略是依據多元智打理論及建構論來設計。各活動運用不同的智能，讓不同潛能的學生在數學課上都能有所表現。但化教學過程中，教師是否眞正運用建構式教學策略，引導學生黒考 1同題，進而讓每個學生都有所表現，則是教學是否成功的關鍵。

從學生的數學學習成就來看，進行實驗教學後的實驗組數學表現顯著高於控制組。运樣的絬果褧
半比實驗組學生好。但絬果並非如此，訜明了思考的教學蜼然化費許多時間，但是學生獲得的概念也
的嘗試中，實驗教學教追㴰掌握建構論的精神，並針對學生提出的疑垔進行討論，已蜀難能可畀了。

從數學學習手記中可以發現學生在學習數學時會産生計多的想法琙疑問，教卧若能從學生的疑問開始引導，就能化「被動的學習數學」爲「主動的探究數學」。有時成人會懷疑學生能想出仆麼好1問題，但是本矿究發現，學生想的問題眞是不少，而且概念五有關連。教學如能㸴著學生的思考進行，
材的絴製，學生學習的速度如何可以因人而異，各取所需。如果有…天眞的達到檤樣的境界，相信學生是可以學得好又快樂。

## 二，學生課堂分組討論的内容分析

作五下的二個試探性教學單元絬束後，分1學期初閒始進行本研究箒期…學午的實驗教學，以實驗教學教的的導生班爲實驗組，進行數學科的多元思考教學策略教學。從課堂觀察實驗組小組討論的內容中可分析出幾项需點：

## （學生的解法與課本上的解法不同

用 表示寬）

課本に列出的算式有雨種：
1．$\times 2+11 \times 2=40$
2．$(1+11) \times 2=40$

學生列山的算式則有下列形式：
1．$(40-11 \times 2) \div 2=$
2．$=(40-11 \times 2) \div 2$

## （二）學生的圖示法與課本上的圖示法不同

題目：大午級參加夏令營的男生和从生人數的比是 $4: 3$ ，父生有 63 人，男生有多少人？

課本し的闻示法如下：


教師提供給學生的類䟎和心題相似，但學生討論出的嫡示䜪不相同。
教師類垷：六年級參加畢業旅行的男生和从生人數的比是5：4，男生有 125 人，女生有多少人？學生的嫡示法有下列幾種：

第一種：


第二隩：


第二棧：

| 125 | 人 |  |
| :--- | :--- | :--- |
|  |  |  |
|  |  |  |



人 人 有 125 人
우 우 有幾人

第川種：

| $\uparrow$ |  | 우 |
| ---: | :--- | :--- |
| 5 | $:$ | 4 |
| $=125$ | $:$ | $\square$ |

（E）學生想出課本所沒有的新公式
題月：住圆周 上取八個點，連接起來，可以連成幾條直線？
課本上的解法是先列表：

表二 課本的表列法

| 點數 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| 線數 | 1 | 3 | 6 | 10 | 15 | 21 | 28 |

再找出答案： $7+6+5+4+3+2+1=28$（條）

學生的解法：

第一棖：

－：重複的，須消掉

學生發現的算式：點數 $\times$（點數 -1 ）$\div 2=$ 線段數 $8 \times(8-1) \div 2=28$（條）
第二種：
學生也是先列表：
表三 學生的表列法

| 點數 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| 線數 | 1 | 3 | 6 | 10 | 15 | 21 | 28 |

學生發現：點數 + 線數 $=$ 下 組的線數
$2+1=3$（下 $\cdots$ 組的線數）
$3+3=6$（下 －組的線數）
$4+6=10$（下 組的線數）
$5+10=15$（下 （組的線数）
$6+15=21$（下一組的線數）
$7+21=28$（下…組的線數）
（四）學生會從個人的認知基模發現問題，思考問題
題目：賏識角植和䱦錐
學生提出的問䟎是：若的杜倒下來還是解柑嗎？
學生生己思考的答案有下列幾種：
1．應該還是角杆，因爲已經是角杧广，倒下或立正都應該是角杧。
2．是解杖吧！因爲角杜倒下來仍然還有長方形的側而！
3．角杜倒下來，䪽歪著看就好了。
4．我們不能訜它不是的杜，因爲它的側而沒有交苓於 一個頂點，悓然它不是角
錐，那就還是的杜。

## 五）學生會以個人生活經驗中熟悉的事物來進行命題

課本し的題间是：學校要作操場周圍種龍柏，每隔 3 公尺種 一樑，第…棵種作校長絮外，最後…



學生練習命題的絬果是：幼教模㓩有－塊空地，長度是14．4公尺，現在要在邊上種樹，兩端都要

種，每棵數中間距離是 1.6 公尺，运塊空地的邊卜能種幾森樹？
分學生對某些圖形具有「典型範例」（prototypical instances）



## （七）學生討論概念的定義時，會依個人觀察的情形產生獨特的想法

題目：認識角杜和解錐
課本に列出角杆的概念创括下列幾點：
1．上下底而雨行
2．底而與側而垂直
3．側而是長方形
4．角朴底而的邊加 2 是而的個數
5．有㒳個底同且 樣大
6．底蔺是任意多邊形
7．頂點個數是底而邊數 $\times 2$（學生末㽞提到）
8．和底而垂肖的嬡都等辰，也都是解杆的高（學生末临提到）
學生討論的答案中提到に列八項中的八幀叓點，並還提出以下幾點獨特的看法：
1．底而是什麼形，就有幾個側而。
2．底而的邊 $\times 3=$ 金部的邊數


## 課本に列出解錐的概念包括下列幾點：

1．只有 一個底佰
2．底而的角或邊 $+1=$ 而的個數
3．底而的邊 $\times 2=$ 邊的個數
4．底而的角 $+1=$ 全部角的個数
5．側而都是等腰当角形
6．底而是正多邊形
7．沒有互相本行和垂直的而
8．側而都交會於 $\cdots$ 個頂點
學生討論的答案中提到所有に列八點，並還提出以下幾點獨特的看法：
1．個頂點對好幾個頂點

3．底而是幾邊形，側而就有幾個
4．側而 一定是銑角

5．側而的三角形都全等

## （入）學生命題時會產生許多的創意題

課本に的題月：韓信要趁敵軍休息時攻其不備的仩領…個以方形敵軍陣營，如果每邊預計要排 500 人，那䨜需要多少人才多？

學生䋛習擬出的題目：
每邊排广 20 名警察，調問總共要有幾名警祭？（學生不侷限在叫方形的周題中）
多，㨁問－邊須多少隻？（學生命䟎方式與課本反向）
（九小小組討論的列式正確，但圖示不佳，顯示學生對圖示的概念並未完全了解



學生不佳的訚示法：
第一糗：


第二種：

※從具體經驗中想像 ，未顯示分割比例
（ + ）學生對小數和分數的認知基模不同
學生以「小數和分數作生活中的運用情形」爲題進行䚯論，下表爲部份討論絬果：

表四 實驗組學生對「小數和分數在生活中的運用情形」部份討論結果

| 小 數 | 分 數 |
| :---: | :---: |
| 1．除得墨的時候用 | 1，除不輀的時候用 |
| 2．百分比（ $84 \%=0.84$ ） | 2 ，分成幾份估幾份時（5／6） |
| 3．圆周率（3．1416） | 3，世界的十，地與海洋的比例 |
| 4．跑歩的秒數（12．8秒） | 4，灼傷的面積（全身有 $3 / 4$ 的面積被淡傷） |
| 5．體溫（37．9 度） | 5，分pizza 時用 |
| 6．收咅機的頻道（FM99．7） | 6 ，咅符使用分數 |
| 7．刻度（ （，體重） |  |

基模中的各啝例子，辨識例子開的相似性，建構該相似性的表徵（岳修尔譯，民87）。侣是化基模形

鍊。

## 三，教師專業成長的省思札記分析

## （一）實驗教學教師的省思札記分析

實驗教學教師每次1完數學課後即須墴寫省褁札記。以下嫒札記的分析絬果：
1．化教學設計方而：
（1）札記內容大多是談到如何改進教學策略，包括時間的分配要如何調整，才能卜＂完預定的課程。
（2）教具準備不足而以畫長條圖來代替，可以讓學生學習應變的能分」；
（3）分組報告用掉太多時䦌影響到下課。
（4）學生運用小手板作小組內討論，教師還要以頭同答來瞭解學生盾小組內是否充分討論。
（5）數學學習手記讓學生帶回家做，而課堂に又剛好要使用，有所衝叁，所以末來是否要把學生的手記分成㒳本，或是變成單張來運用。
（6）採用學生日常生活中的事物進行操作，最能䞗到讓學生思考的目的。
（7）教學時設計的題目不骨太多，應讓學生仔細思考周題情境，以免學生勿忙中運用直覺的想法 （本均 定是大數減小數，多的除以少的）來進行演算，形成更多的迷思概念。
（8）佂最後－個單元骾櫝與容稹部分，實驗教學教辟行設計活動，原先想詀學生收集加油站的收據，再讓學生想像 1000 公朴 $=1$ 公乘意義，但是後來不斷裳試修业後，發現以布園起來，讓學生進入其中體驗 1 公乘的立骾感，發垷运秝空問感是無法用語文清楚說明，但䜪可以清楚感受到的。

2．在还理突發事件方而：
此想用其他時間來進行輔導，以培養學生䠓重他人想法的態度。
（2）在體驗體䅡和容積時，因爱要排隊進入，有些學生無所事事就開始打開，因此考慮進行辰種


3．在學生的思考方而：
生體會驗筫和妵筫…次有何不同。
（2）有學生提出感題，本來正好可以利用當天的教具進行說明，叮借本做样細的解釋。
（3）沒有想到㷙後不均，奇數不均及偶數本均的讙念會那麼難懜，原先運用磁鐵來進行訜明，也末能達到效果，下次再教…遍，要改變方式，針對周題來葸考，不要添加太多額外的概念。
（4）五年級學生似可晌末發展到形式運思期，對於抽象…點的思考問題就無法理解。
（5）教師設計的問題最好恠教學羭預試，以瞭解該午級的學生是否能夠理解。
（6）化體䅡與容積箱拟象概念方百，教所發現學生很難去記億逗些單位的換算，於是採用親身體驗的方式先讓學生感覺各秝單什的大小，然後再要求學生記憶換筫的公式。
（7）學生作估計體䅡和容䅡時，與實際候差很多，所以先讓學生估計，再來實測也是皘很有趣，很能引發學生興趣的…種教學方式。

## （三教師成長記録分析

本矿究從實驗教學教師的成長記錄中發現以下幾個重點：

「第一年在新竹山上教書，第一次月考全班只有一個人及格，校長要求重新出題再考一次，第二次全班没有一個人及格。」
 H己出詸內題不是難題；不瞭解學生的想法，以嫒上次考壞了，通次…定會努打準備考好…點；沒有洁意學生的文化，原住民兒童的用話，用詷，生活習璂及原有經驗對學生的學習有很大的影響。

2．參加多元思考教學策略I作坊後，膫解學生有其個別差異仔价
「多元智慧重視學生的個別差其，知道學生對相同的知識有不同的理解方式，並容許學生以不同的方式表現出個別的理解。」

教所從多元葸考教學策略工作坊中發現多元智力理論可以說明學生各有各的長處和短處，每個學生都應受到關懷和照顧。

3．決定參興数學科多元思考教學策略的實驗研究 I作
「我選擇以合作學習的方式，以買質分組來進行討論，希望数學成績好的可以驁助數學成續差的學生，會使用這種方式也是因我過去用過，比較習慣，不需要重新適應。」

實驗教學教追们仍以他熟悉的方式來進行數學科多元葸考教學策略的實驗I作。
4．認爲小組䚯論的好庭是佂小組內要協調出一個具同的答案
「我要學生共同討諭，希望他們提出來的答案會先經過精数化的過程，原始的創意也必須經過大家共同的修改，所以不一定提出來的答案都是那些成績好的學生。」

5．發現過去上二過補習班的學生 1：課時會顯得不陑煩，現作䜪變得比較認眞
「我發現過去上課時，上過補習班的學生都會带些驕傲，不太喜歡重複聽—遍，因此常顕出不耐煩的樣子，然而在数學科多元思考教學策略的實騟研究中，他們往往發現自己只是㯵得一些皮毛，只會用公式得到答案，卻説不出理由，所以㲵㷋就不再那麼罳張，也會参考其他同學的意見，重新建構自己的認知基模。」

6．發現數學低成就的學生能作活慟中獲得成就感
「過去他們的臉上似乎寫満了：我不會，我不要聽，但是在實騟教學中，踓然他們的貢獻不一定很大，但是很有参與感，也許他們擅長給畫，就可以一面聽一面畫出圖形來，令人好佩服他們的天份。」

7．目己開始将過去學過的理論拿出來和教學産生聯絬
「我要數學成績好的學生儘量教數學成績差的學生膫解討諭的内容，因鳥要小組競賽。結果發現學生彼此教等似乎比教師講效果更好，更能從學生的原有基模思考問題，也符合Vygotsky 鷹架理論的精神。」

8．學生主動門仆麼時候要特進行數學科多元毒考教學策略活動
「我在這學期只進行三個單元的賽驗教學，這種方式孩子是比較喜歡。然而這三個單元不是接連著上，有些學生在賽驗結束後，不只一次的來問我，什麼時候還要再賽施？當他們知道下個單元不是用這種方式時，明顈表示很失望。」

9．當遇到间題時，會想辦法的手決
「我和學生㣚開始時對於挡影機都有些不適應，不過孩子一下子就習以為常了，倒是我自己一直有些壓力，想要在攝影機前努力呈現最美好的一面，結果碰到突發狀況便處理得不夠理想，看來我不是那種適合演藝圈的人。」

「我觉得教具的準備也是相當大的問題，我在教學準備時，花了幾乎雨節課的時間一再思考，試驗，要用怎樣的教具才能讓學生具備一公秉的概念。在經過布幔中體會—公秉的空間感，這樣的經驗，讓學生對於公秉的概念鍟換成實際空間的感學了。」

10．實際感受到學牛的迷思概㥐叮透過動手操作來改變
「我要學生賽際測量游泳池的體積，大部分的學生事前都認爲用公升爲單位較爲適當，結果卻發現用公升爲單位的時候，數量會很大，所以用公秉較爲理想。」

11．實驗教學教師也發現目己作教空管理 1 而要做調整
「我覮得秩序問題可以計入獎謜的標準之中，也許小組之間會比較自動自發的維持秩序。」
12．實驗教學教師計畫末來的教學方向门
「我覺得教學者能作的賽在太多了，過去由上而下的改革並未産生太大的影響，只要給教師一些方法與指引，教師是會去努力的，我們可以針對學生的需要來設計教學方案，我們會激發學生的潛在能力，尊重學生的個別差異，讓學生不僅樂在學習，更能透過活動澄清，建構，改變自己的認知基模。」
（北教師對教學督導的意見分析


督導和狛院數理系教授富核後實施。

2．教學督渞最好能走期和教師訽論問題，保是督渞的時間也有限，不容易常常和教師診論問題。


## 四教師專業成長的綜合討論

研究者侑實驗教學教師的省葸札記中發現以下幾個特點：
1．實驗教學教師在間始進行實驗教學時，花計多心〕J价惫考如何設計活動，如何進行教學，如何控制秋序等，對於學生的思考情形較無記錄。运也符合専家教師興生手教師的理論研究，認爲生手教
 （吳青管，上85）。

2．到广第二個單元閒始，實驗教學教師就已經能夠注意到學牛對於成人良中很容易瞭解的不均，屋然會産生床惑，逗個發現讓實驗教學教師重新審視户己的教學策略是否姜調整。
 Vygotsky（1978）的䳸架理論強調要給予學生適當的協助，學生無法理解叮能是例子不太適當等。这時教師的想法金诗求督道的認叮，以加強實驗教學教師的信心，認爲山己的葸考方向是正傕叮行的。

4．在第二個單元時，實驗教學的教師就已能及覆思考如何帰學生經驗和實際教學內容絬合的更好，也愈來愈有且㑬能行設計活動。

5．作實驗教學初期，教學督導擔負較大的真佂，也就是教案由教學督導設計後样和教狛誩諭如何

實施教學；到广第二個單元，實驗教學者除广能自行設計教學活動，也能經H省思修改教學活動，甚至發現解而的設計如能雃加以調整金更好。

运時實驗教學教師主導整個教學的進行，因爲他是實際教學者，比督導吏能切實掌㨖學生的㹜況，督導已退居唖詢的角色，不必過度介入或下涉教學的進行。因此，本研究的教學效果蓋到統計1：的綳著水準，這是因爱採用多元思考的教學策略，以及有督導的協助，在雙重的策略運作下，教學的效果才能顯現出來。

6．實驗教學教師的専業成長模式大致來訜有幾個階段：想像期，挫折期，習㤨期，激發期，思考期，試驗期，修止期和推獚期。逗個階段與Mezirow（1975）的研究絬果類似。本研究提出的教師專業成長模式如滴十所示：


圖— 教師專業成長模式圖

## 結論與建議

## 一，結論

本研究得到以下幾點絬論：
1．數學科多元晛考教學策略能促進學牛的學習成就及學習興趣
數學科多元葸考教學策略實驗絬果，實驗組學生的分下數學科學習成就顯著高於控制組學生。在實驗組學生的數學學習手記中發現學生會思考，組織，擴展 1：課所學到的數學知識；同時，學生也㔛歡進行多元思考的數學教學活動。

2．學生作課堂上能諨論出不同於詸本的解趩內容
從實驗組學生的詸堂小組討論內容中，潑現學生能討論出不同於詸本的筫式，亩示，公式，金從
傕的觀念。

3．教師専業成長的歷程有其模式你作
教師専業成長是H新手階段的想像期，挫折期，習㥽期，激發期到思考期，試驗期，修止期及推演期，共八大階段。

## 二，建議

1．研究絬果的應用
（1）教師订以應用多元葸考策略進行數學科的教學

 ｜問題的途徑很多，可探用㧱意的方式來思考問題。本研究以多元思考的方式進行數學科的教學，絬果
 1問䟎。
（2）教師可以從學生的課堂剖論內容來深入了解學生的思考方式
教師作教學時，宜適時紀錄或保留學生的小組討論內容，以藉此深入广解學生對解䟎的思考方式，進而發掘學生的創意或迷思概念，針對此予以強化或澄清。
（3）教學督導制度有助於教師的專業成長


業成長。
（4）教師省思札琂的分析可以促進教師的專業成長
教師平日I作繁忙，很少能有時間反思由己的教學內容。因此，教師要薷成隨手記錄教學心得的習慣，再利用空閒時問進行省褁，發現問題，思考改進的方案。這種方式對教師專業成長有具䯤的幫助。

2．末來研究者可以鐖續下列的探討：
（1）進行縱貫研究
硏究者妸以透過長期追蹤參與實驗教學的分年級學生，來瞭解學生倠進入國中之後的學習情形與數學學習表現。因爲多元思考教學策略主要是教導學生學習的方法，创括：發現同題，思考周題，找

（2）探討吽问］㨿理交立作用作多元葸考教學策略卜的運用
多元葸考教學策略對不同吽［问的學生是否禽産生不同的影響，例如對中低數學吽［问的學生有可能產生較佳的學習效果，因爲多元思考教學策略能讓學生目行建構出較完整的㤵知網路；保是也有可能學生從活慟中無法自行建構概念。末來可針對运個䦓䟎深入進行研究。
（3）深入瞭解教師専専業成長中的困難侣垷
本研究建構出教的專業成長歷程模式，其有八大階段，本來隹深入膫解教師作專業成長中的困難問題，並協助教師克服工作与的困擾，蓳问專家教師的境界。
（4）研擬教師分級制度
國內目前並末實施教師分紴制度，也就無法進行教學督導的方案，䦽對教師和學生都是不利的事。我們希望能矿擬出完盖的教師分級制度，以提仆中小學的教學成效。
（5）挅討教學督導的功能與實施成效
過去沒有教學督導的方案，也就無從瞭解教學督導應執行哪此工作，發探哪此功能，它和校長㖪主佂的督澊功能有何不同等。运些都估得我們深入的加以研究。

## 參 考 文 獻

吳青宽（民85）：英語科専家生手教師教學歷程與教學效果之比較研究。國立台灣所範大學教育心理與輔道研究所们士論文。
岳修本譯（氏87）：教學心理學－學習的認知基礎。薹北：遠流。
柯栉威，幸曼玲（184）：小學日常活動之生態研究。行政院教育改莗䁇議委貴會專題研究報告。
張景媛（尤83）：國中生數學學習歷程統整模式的驗登及應用：學生建構數學概念的方析及數學文字題教策略的研究。國立台灣的们大教育心理與輔導研究所博士論文。
黃幸美，林美珍，鄭㻆至（以86）：國小學童好與差的解䟎者的類比推理解䟎表現之探討。教育心理研究， 20 期，1－体，111－139頁。
游䍞卿（民86）：從學生和専家的認知觀點探究小學四年級學生對除法陳述性和程序性知識。行政院國家科學委員會專題研究計畫報告。
Checkley，K．（1997）．The first seven and the eight．Educational Leadership，55（1），8－13．
Gagné，E．C．，Yekovich，C．W．\＆Yekovich，F．P．（1993）．The cognitive psychology of school learning．New York：HarperCollins College．
Gardner，H．（1983）．Frames of mind．New York：Basic Books．
Gardner，H．（1995）．Reflections on multiple intelligences：Myths and messages．Phi Delta Kappan，77（3）， 200－203，206－209．
Gardner，H．（1997）．Multiple intelligences as a partner in school improvement．Educational Leadership， 55（1），20－21．
Glickman，C．D．，Gordon，S．P．\＆Ross－Gordon，J．M．（1995）．Supervision of instruction．Boston：Allyn and Bacon．
Larkin，J．，McDermott，J．，Simon，D．P．，\＆Simon，H．A．（1980）．Expert and novice performance in solving physics problems．Science，208，1335－1342．
Mayer，R．E．（1987）．Educational psychology：A Cognitive approach．Boston，MA：Little Brown．
Mezirow，J．（1975）．Education for perspective．Transformation：Women＇s reentry programs in community
colleges．New York：Center For Adult Education，Teachers College，Columbia University．
Schoenfeld，A．H．（1985）．Mathematical problem solving．New York：Academic Press．
Shulman，L．S．（1986）．Those who understand：Knowledge growth in teaching．Harvard Education Review， 57，1－22．
Vygotsky，L．S．（1978）．Mind in society：The development of higher psychological processes．Cambridge： Harvard University Press．

收稿 日 期：2000年11月10日<br>接受刊登日期：2001年4月30日

# The Effects of Multiple Thinking Teaching Strategy on Elementary School Teachers＇Mathematics Teaching and the Construction of a Teachers＇Professional Growth Model 

Ching－Yuan Chang<br>Department of Educational Psychology and Counseling<br>National Taiwan Normal University

Yuh－Chyn Leu<br>Department of Math Education<br>National Taipei Teachers College

Graduate Institute of Education

Yun－Chi Ho

Tzu Chi University

CHING－Jung Wu

Zhong－Xiao Junior High School

Yi－Hong Lin
Zi－Qiang Elementary School


#### Abstract

The purpose of this study was twofold：（1）to analyze the effect of teachers＇multiple thinking teaching strategy under the help of supervision；and（2）to explore the process of teachers＇professional growth．The participants used in this study were 74 elementary school students，one supervisor，one experimental group teacher，and one control group teacher．The instruments administered to the subjects were Teaching Program of Mathematics Multiple Thinking Teaching Strategy，Mathematics Achievement Tests，Notebook of Mathematics Learning，a Teaching Diary，and Classroom Observation Records．The findings were as follows： （1）There was a significant difference in mathematics performance between the experimental and control groups on the mathematics achievement test，with the experimental group scoring higher than that of control group．（2）According to students＇notebooks，they showed that they liked the multiple thinking teaching strategy．（3）In the process of group discussion，students obtained the problem－solving methods that were not listed on the textbook．（4）Teachers should participate in study meeting，discussion，practical teachings and reflection to promote their professional abilities，and（5）The teachers＇professional growth process seems to include eight stages：imagination，frustration，habit，activation，thinking，trying，modification，and promotion．


KEY WORDS ：mathematics，multiple thinking teaching strategy，teaching supervision ，the process of teachers＇professional growth


[^0]:    ＊本研究爲行政院國家科學委員會專案補助之計劃（NSC90－2519－S－003－006），謹此致謝。

