

基礎數感測驗編製之研究

鍾和村¹

本研究以數學概念性知識搭配基礎數感，並輔以數學認知能力，編製適用於國小低年級學生的基礎數感測驗（Fundamental Number Sense Test for G1 & G2，簡稱 FNST G1 & G2）。本測驗以數值概念與計算為理論架構，正式測驗採叢集取樣，在 8 校 16 班取得 376 名有效樣本，測驗結果經探索性因素分析結果顯示理論架構與測驗資料結構相符，另以結構方程模式進行驗證性因素分析，結果顯示測驗結果與理論模式具良好的模式適配性，跨年級分析結果亦具有良好的模式適配性，故證實本測驗適用國小低年級學生。本測驗有 8 項分測驗，各分測驗均有 6 題，全測驗共計 48 題，施測時間為 40 分鐘。研究結果發現：1. 本測驗由「數值概念」與「計算」等構念組成，因素結構穩定且模式適配性良好。2. 「數值概念」包含數量計數、量序對應、心理數線、相對距離及數列排序；「計算」包含數字分合、數字矩陣、數學事實。3. 本測驗具有良好的信效度。4. 各分測驗難度偏易及鑑別度佳。5. 全量表與分測驗結果分布為常態至負偏態，有利於偵測基礎數感較弱的群體。6. 本測驗以百分等級 25 為篩選基準，低於篩選基準者，可評估補救教學的必要性。

關鍵詞：基礎數感、計算、數學概念性知識、數值概念

¹ 高雄市立左營國中輔導室

¹ 高雄市政府教育局特殊教育科

通訊作者：鍾和村，高雄市立左營國中輔導室，explore2sped@gmail.com。
本研究為博士論文改寫，指導教授為王瓊珠博士。作者感謝編審委員提供寶貴建議，使本文能順利付梓，謹此誌謝。

數感 (number sense) 是個體與生俱來，對數量與數字的直覺感受能力 (Dehaene et al., 1993; Dehaene, 2011)。國際研究發現出生 72 小時的嬰兒，僅需經少量示範及練習，即可判斷具有數量意義的視覺或聽覺訊息，其大小、長短、多寡等關係 (de Hevia et al., 2014)。數學表徵是一種表現數學訊息的方式，上述研究所稱刺激源或訊息，既無符號也無數字卻能表現數學訊息，此類表徵稱為非符號表徵 (nonsymbolic representation)，故人類的數感表現是從非符號表徵開始，量感 (numerosity) 是數感的初期表現，又因其為個體與生俱來的天賦能力，亦稱天生數感 (innate number sense) (Siemann & Petermann, 2018)。

多項研究以學前幼兒為研究對象，採用●或■組成兩張配對的視覺刺激圖像，讓受試者判斷哪張圖片的數量較多，研究結果發現大多數幼兒能流暢且正確的指認出正確答案，但幼兒此時尚不具備點數或數數技能，僅能以約略數量感受進行多寡比較，故為一種對數量的直覺性感受能力，由此可見量感是與生俱來的能力之一，因其比較過程僅為約略或不精確地估算比較，亦稱為概略性數感 (approximate number sense, 簡稱 ANS) (Halberda & Odic, 2015; Jang & Cho, 2018; Kim et al., 2018; Lukowski et al., 2017) 或非符號性數感 (nonsymbolic number sense)，故天生數感或量感具有直覺性、非符號性與約略性等特徵。

近年來，數感相關研究主題包括數感的表現方式、型式轉變及對數學能力或數學成就的影響等。鍾和村 (2021) 歸納數篇研究發現，數感與數學能力與成就間的關聯性，大致可將其分類為無關論、相關論、中介論及衰減論等論點，部分研究主張數感與數學能力發展無關 (Szűcs et al., 2014; Mazocco et al., 2012)，另有研究指出 ANS 與數學能力間有中度至高度相關 (Bonny & Lourenco, 2013; Chen & Li, 2014; Chu et al., 2015; Jordan et al., 2007; Libertus et al., 2013)，部分研究認為 ANS 對數學能力的影響隨年齡逐漸衰減 (Fazio et al., 2014; Norris et al., 2019)，中介論則認為 ANS 與數學能力間存在基本數學概念性知識的中介關係 (LeFevre et al., 2010; Libertus et al., 2013; Powell & Fuchs, 2012; Schneider et al., 2017; Träff et al., 2017)，上述研究結果的差異，來自年齡、教育階段、發展階段及測驗工具等影響，例如嬰兒階段、幼兒階段、學齡階段、青少年階段及成年以上階段等，嬰兒階段的天生數感不受數量概念的影響，研究結果的一致性相對較高，幼兒時期會因是否接受學前教育、學前教育品質及家庭教養型態等，造成數量概念發展不一的情形，故在數感與數學能力或成就間的研究結果一致性較不穩定，而大多數研究指出學齡階段群體的數感與數學能力或成就有顯著關聯性，而持衰減論者認為數感與數學能力或成就表現隨著年齡漸長，其關聯性也隨之降低，主要原因並非數感不再影響數學表現，而隨著教育改革的世代變遷，以及隨著年紀增長流體智力轉向晶體智力等因素，造成兩者關連性降低的結論。值得注意的是學齡初期兒童的數感能力，如何影響數學能力或成就的養成，而中介論提供一個證據本位的觀點，即學齡兒童在接受正式數學教育後，個體對數值概念趨向穩定，數感表現與數學能力或成就間的關聯性也趨向穩定，故數學概念性知識是天生數感進階發展的關鍵因素。本研究認為數感與生俱來，連結數學概念性知識後，數感能力得以延伸應用至學習與生活層面，故數學概念性知識結合數感所形成的綜合性表現，具解釋數學能力或數學成就的實證基礎。

符號性表徵 (symbolic representation) 則是使用數字以表徵數量的方式，例如 7 個●以數字 7 表示，而非符號表徵至符號性表徵的轉換，例如■■■■■以數字 5 表示，非符號表徵與符號性表徵兩者間存在單向轉換及互為表徵的關係，並以基本數學概念性知識為中介，結合天生數感產生表徵轉換的正確性與流暢性，稱為基礎數感，而部分研究指出計算障礙者有應用符號與數字的困難 (Butterworth & Laurillard, 2010; Furman & Rubinsten, 2012; Mussolin et al., 2010)。

以簡單計算發展為例，個體初期以非符號表徵搭配加法或減法等數學概念性知識達成簡單計算，隨著非符號表徵與符號表徵轉換彈性逐漸增加，在非符號過渡到非號性表徵前，歷經單向轉換、互為表徵到個體能獨立以符號性表徵獨立完成計算。例如 $5 + 7$ 或 $7 - 5$ ，5 是符號性表徵，而以 5 個或 7 個●代表阿拉伯數字 5 或 7，此一能力在學前屬於單向轉換階段，當個體在學齡後習得加法及減法概念，需應用符號或非符號性表徵及加減法等概念完成計算初期的任務，此時即需要應用到表徵間的彈性轉換，以達成計算進階的任務，本研究將此一期間稱為基礎數感。在過渡期間個體仍無法獨立以數字進行計算時，仍需透過扳手指、畫圈圈等非符號性表徵替代，此一現象證實基礎數感的發展重點是符號與非號性表徵間的彈性轉換至獨立使用數字計算 (Chang et al., 2022; Siemann & Petermann, 2018)，當個體能獨立運用數字完成簡單計算、運算推演、複雜計算時，個體的數感

將進階為數字感 (numeracy)。

本研究認為數感發展為一連續性的階段發展過程，包括天生數感、基礎數感及數字感等三階段。個體以天生數感為基礎，往上疊加形成下一階段的數感能力，由此可見數感對數學能力發展有密不可分的關係。個體天生數感能力略有差異，國小低年級學生接受正式數學教育後，使得數學概念性知識更加穩固，然而天生數感與數學概念性知識結合形成基礎數感，亦符合天生數感不易透過教學或訓練而有明顯成長或發展有極限等假設 (Halberda & Odic, 2015; Jang & Cho, 2018; Kim et al., 2018; Lukowski et al., 2017)，而研究指出正常發展學生 (typical development, 簡稱 TD) 相較於數學學習障礙 (mathematics learning disabilities, 簡稱 MLD) 的學生，MLD 學生在數感與數學能力的發展顯著較慢 (Chang et al., 2022)，故推測基礎數感具有教育應用的價值。

本研究以基礎數感至數字感區間為研究目標，評估個體數學解題表現。當個體已充分習得數學概念性知識，但在解題歷程與結果仍有困難時，將其定義為基礎數感表現低落。

文獻探討

(一) 數感發展與數學能力間的關係

幼兒隨著語言與數學認知能力的進展，發展出數字唸讀、估算、推算等一系列的能力，稱為數集 (subitizing)，即數字與數量連結的綜合性表現。數集能力的發展，依序為感知性數集 (perceptual subitizing) 與概念性數集 (conceptual subitizing) 等兩階段。起初先發展感知性數集，即個體可在極短時間內判斷 1 至 3 的數量，例如看到 5 個糖果時，能說出 2、3，但無法準確說出 5，故此時個體有群集概念但尚未有數值標籤 (numerical labeling) 的概念，當經歷過更多數量經驗後，個體可以利用 1 至 3 個數量為當成一個單位 (unit) 去估算大於 3 以上的數量，當個體隨著語言發展及學習數量概念後，進一步將數感結合數量與數字，形成概念性數集能力 (Clements et al., 2019)。

在非符號表徵至符號性表徵的轉換過程中，包含數字識別、系統性計數、覺察數字與數量間的關係、數量區辨、理解不同的數字表徵、估計、簡單計算能力、覺察數字組型等 (Andrews & Sayers, 2015; Sayers & Andrews, 2014)。其中，數量區辨屬於非符號表徵的比較；而系統性計數、覺察數字與數量間的關係、理解不同的數學表徵、估計、簡單計算及覺察數字組型等，則屬非符號表徵與符號性表徵的轉換。從天生數感發展至數字感，其中包含非表徵符號表徵轉換為符號表徵而彈性使用數字的能力，則稱為數字感 (numeracy)。

在學習數學計算方面，個體初期會以非符號表徵與符號性表徵雙向轉換以達到計算的目的，例如計算 $5 + 4$ 時，可輔以 $\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet + \bullet\bullet\bullet\bullet$ 並具體點數出數字 9，或可以記住數字 5 輔以 $\bullet\bullet\bullet\bullet$ 點數出數字 9，當數字 5 和數字 4 能彈性轉換為非符號表徵 \bullet 或 5 個 \bullet 加上 4 個 \bullet 形成數字 9 等，故以上皆是符號性表徵與非符號性表徵雙向轉換的實例。此時，個體已發展出簡單計算能力，不再倚賴非符號性表徵可獨立以數字進行計算時，則進階至數字感階段。此時對數字的敏銳度將影響計算表現 (Starr et al., 2017)。

在數學認知與學習歷程方面，von Aster 與 Shalev (2007) 提到數字四階段模式，第一階段為核心大小系統 (core system of magnitude)，此階段為數感發展的基礎，以非符號表徵為主，例如數量大小比較；第二階段以為發展語文數字系統 (verbal number system)，例如口語數數 (verbal counting)、點數策略 (counting strategies)、事實提取 (fact retrieve) 等；第三階段為發展阿拉伯數字系統 (Arabic number system)，例如書面計算 (written calculation)、奇偶數 (odd / even) 等，此階段以非符號表徵與符號性表徵轉換為主；第四階段為發展心理數線，例如數字在平面空間的等距切割表現，個體初期尚未具備空間等量分割概念，可以相同長度在數線上標示出指定數字，仍無法在特定長度數線上做等距分割並找出指定數字的相對位置，隨著數字定位與數線分割的經驗增加，個體逐漸發展出線性分割的能力，即 1 對應在指定數線的正確位置，並以此類推，大約在國小三年級至四年級間逐漸發展成熟，隨著年級提升數字與數線空間對應的誤差越小 (袁媛等人, 2016; 連文宏、洪麗瑜, 2018)。

由此可見，人類與生俱來量感能力，當個體語言表達能力漸趨成熟，進一步發展出數數及點數能力，當個體能透過文字理解簡單的數學問題，透過數學事實提取數字與計算規則，透過計算產生

解答，然而各階段間的發展皆以數感為基礎。此外，Jang 與 Cho (2018) 提出概略性數字系統定位理論 (ANS mapping theory)、Siemann 與 Petermann (2018) 提出計算發展三因素模式，皆提到計算發展順序為非符號表徵、早期數字能力及符號性表徵等階段；個體發展出計算能力之前，以與生俱來的 ANS 能力為基礎，此一階段以非符號表徵間的比較為主，其次發展數字／數量連結的數集能力，當數字與數量的連結與轉換漸趨精熟與流暢，再發展出早期數學能力，包括數學基本的原理原則、符號性表徵則為數字應用等。在發展出計算能力之前，數字與數量連結的數集能力為必要條件，其次為兩者轉換的精熟度與流暢度，最後在數學概念性知識的架構下，發展出早期數學能力或計算能力。

國小新生在接受正式數學教育後，在穩固的基本數學概念性知識架構下，天生數感進階為基礎數感 (Andrews & Sayers, 2015)，當個體能彈性且靈活的應用數字事實時，基礎數感將再次延伸稱成為數字感 (Butterworth, 2011; Jordan et al., 2010)，而本研究認為數感是一種集合的概念，以天生數感為核心，隨著數量經驗增加及學習數學概念後，衍伸出基礎數感及數字感，符合數感發展由非符號性表徵朝向符號性表徵發展的趨勢 (Carey et al., 2017)，亦與人類數學能力發展由具體朝向抽象的現象相符。

綜上論結，本研究認為人類具有天生數感能力，能比較與估算非符號性的數量，其次發展出數集能力透過群集估算與經驗累積，形成數與量連結的數集能力，在習得基本數學概念性知識下，透過非符號性表徵與符號性表徵的單向遷移及互為表徵階段，進一步發展出基礎計算能力，此一階段數感結合基本數學概念性知識，發展出基礎數感，當個體計算能力逐漸精熟穩固，則數感再次由基礎數感進階為數字感。

目前有關數感研究，大致可分為天生數感與數知識或數常識兩個分支。在天生數感評估方面，多數研究以電腦化軟體，呈現數個非符號表徵的視覺圖像，評估受試者判斷數量多寡的表現，研究結果指出數感表現與未來數學能力與數學成就呈現顯著關聯 (LeFevre et al., 2010; Libertus et al., 2013; Powell & Fuchs, 2012; Schneider et al., 2017; Träff et al., 2017)；此外，另一派學者關注個體後天數學能力發展，主張個體透過生活與學習增進數量概念的經驗，並學習數學概念性知識後發展出數知識或數常識等次級能力，改善數學表現應從數知識與數常識的評估及個體的迷失概念為主 (尤欣涵、楊德清, 2008; 余明杰等人, 2016; 徐俊仁、楊德清, 2004; 陳鉅逸等人, 2010; 楊德清, 2002; 楊德清、吳宛儒, 2007; 楊德清、許清陽, 2002)，而本研究推測此論點認為天生數感為與生俱來且具有個體差異，在學習基本數學概念性知識後，個體的數學表現方是數學教育的重點，而個體天生數感的差異，再加上習得與應用數學概念性知識所呈現的數學表現，故其將數知識與數常識以 number sense 稱之，而實則是將數感視為是天生數感與後天學習累積而成的數學表現。由於天生數感評估結果，在數學教育與扶弱應用的有限，本測驗以天生數感搭配基本數學概念性知識及多項數學認知能力等，組成基礎數感測驗，以期快速篩選數學學習困難高危險群的學生，並有利於及早介入。本研究基於以上論點編製基本數感測驗，該測驗分為數值概念與計算兩大內涵，其中數值概念 (numerical concept) 包括數量概念與數字概念 (Kaufmann & Nuerk, 2005; Rips et al., 2008)，本研究稱之為基礎數感。

(二) 數學認知與數學能力的關係

數學能力是長時間的學習與經驗累積而成，並非透過短時間重複練習即可快速進步。國小低年級學生所習得的基本數學概念性知識，包括基數、序數、計數、測量、數列、加減計算的數字分解與合併、加減法問題等 (陳鉅逸等人, 2010)，使得天生數感轉型為基礎數感。當學生能彈性且流暢地使用數字，不再依賴非符號表徵為媒介，則基礎數感將再次提升至數字感的層次，故基礎數感是天生數感與數字感間的中介能力。此一論點假設天生數感為恆定或訓練成效有限，多以非符號表徵比較為主，而基礎數感則為非符號表徵至符號表徵間的彈性轉換能力，當個體完全過渡至符號性表徵後，則稱為數字感，故數學教育多以數知識當成評估國小學生數學表現的指標，其目的為評估個體對數學概念理解與迷思 (尤欣涵、楊德清, 2008; 余明杰等人, 2016; 徐俊仁、楊德清, 2004; 楊德清, 2002; 楊德清、吳宛儒, 2007; 楊德清、許清陽, 2002; Geary, 2013; Siemann & Petermann, 2018)，以評估國小學生數學能力及成就表現。

ANS 為人類與生俱來的能力，以非符號性表徵的數量比較為主，通常以直覺感受判斷數量的多寡（Clements et al., 2019; Dehaene, 2011; Halberda & Odic, 2015; Jang & Cho, 2018; Kim et al., 2018; Lukowski et al., 2017; Siemann & Petermann, 2018），在 ANS 相關研究中提到以數量比值判斷多，通常以韋伯分數（Weber's fraction）表示，例如比較 5 和 8 間的大小時，以韋伯分數 $5/8$ 表示，比較 12 和 30 間的大小時，以 $12/30$ 表示，韋伯分數比值越高則判斷難度越高，反之分數越低難度相對越低，故數字間的差距越大則較容易判斷，數字差距越小則判斷難度較高（Bugden & Ansari, 2016; Lukowski et al., 2017; Olsson et al., 2016; Piazza et al., 2004; Tosto et al., 2013），而數量與數字連結亦屬 ANS 的一環，並與簡單計算能力有關（Butterworth, 2011），de Smedt 等人（2013）研究發現非符號表徵與符號性表徵間有顯著關聯，且與數學成就有關。本研究歸納上述論點認為 ANS 可涵蓋數量為主的非符號表徵比較，以及數量與數字連結系統等兩大區塊，並與早期計算發展有關，故在設計測驗題項時，可以鄰近數字安排以上能力內涵納入測驗設計。

領域特定性能力的數學認知能力息息相關（Halberda & Odic, 2015; Jang & Cho, 2018; Kim et al., 2018; Lukowski et al., 2017; vanMarle et al., 2018），其中對數壓縮（logarithmic compression）係指數字之間不等距的現象，數字越大在心理的差異感受越小；此外，在比較數字大小時，數字差異越大，判斷數字的速度越快（Kadosh et al., 2008; Verguts & de Moor, 2005; Verguts & van Opstal, 2005），稱為距離效應（distance effect），故本研究納入距離效應，在選出較大數字的相關測驗中，數字較小者在心理距離感受較大，故會先被偵測出來，當學生抑制或排除掉較小的 4 個數字，則能正確圈選相對較大的數字，故本研究將對數壓縮及心理距離等概念納入測驗題項編製，應用於數列排序測驗，在 8 個數字刺激下，受試者須選用較大的 4 個數字並將其由小到大進行排列。

數值大小效果（numerical size effect）則提及較小數字相對較大數字之間的比較，其反應速度較快，難度也較低（Krajcsi et al., 2016; Lyons et al., 2014; Verguts & de Moor, 2005; Verguts & van Opstal, 2005），故測驗題項在選擇呈現數字組合時，除應考量學習階段應精熟的數值範圍外，另在安排數字呈現方式時亦應考量數字大小效果的影響。空間數值反應編碼關聯性效應（Spatial-Numerical Association of Response Codes effect，簡稱 SNARC）提及數字與空間具有由左到右與由小到大的效應空間（Dehaene et al., 1993; Fischer et al., 2003），其可具體表現在數字與空間對應；此外，在心理數線方面（mental number line，簡稱 MNL），多項研究指出心理數線表現較佳的學生，對於指定長度的數線與等距分割概念較佳，並在較高年級時的數學成就表現亦佳，而心理數線能力約至國小四年級逐漸發展成熟（袁媛等人，2016；連文宏、洪麗瑜，2018; Geary et al., 2008; Nuerk et al., 2011; Rouder & Geary, 2014），例如在 0 與 10 的數線，請受試者在數線上選取 8 的對應位置，此時受試者應具備 8 較接近 10，以及將指定數線空間等距分割成 10 等分，並在 8 的位置上畫記，故本研究推論心理距離測驗將同時應用到數值大小效果、SNARC 及 MNL 能力。物體追跡系統（objective tracking system，簡稱 OTS）（vanMarle et al., 2018）則是數量點數時，點數正確性與視覺追視及逐一前進等能力有關。此外，數量到數字連結的正確數字系統（exact number system，簡稱 ENS）（Negen & Sarnecka, 2014）及正確表徵系統（exact representation system，簡稱 ERS）概念（Olkun et al., 2015），涉及以物體追視搭配點數非符號圖像（■或●）的數量，並以數字記錄下來，故本研究在設計數量計數相關測驗時，考量應用 OTS 能力，將測驗試題的圖像分佈，納入隨機分佈與方向性分佈等兩項內容，將可同時評估受試者的 ERS 與 OTS 能力。

綜上，數學認知與數學學習表現間的連結，涉及非符號表徵的比較、非符號性表徵與符號性表徵間的轉換及符號表徵的比較等，具體的表現在數字與空間轉換、數量與數字間轉換、數量比較、數字比較、數字的組合與分解、簡單計算等數學學習內涵，故數學認知能力是數學運作過程的必要條件，而數學概念性知識則是數學能力表現差異的充分條件（許家驊，2018）。具備良好數感者在數量結合與轉換編碼表現較佳（Butterworth, 2011; Jordan et al., 2010），能從既有策略中選擇最佳方法以快速且正確地解答數學問題（Bay-Williams & SanGiovanni, 2021），故數感的具體運作仍有賴策略與概念學習等成分（Jordan & Levine, 2009），例如陳鋈逸等人（2010）提到數字的分解與組合能力是數感能力的指標，Clarke 等人（2012）以數字空格與數字比較等作為評估 5 至 7 歲兒童數感能力的指標；van Hoof 等人（2017）以數量估計與數字紀錄評估數感表現等。Ghazali 等人（2021）提到以數感為題進行系統性文獻探討，歸納出國小數感能力指標包括數字組合、數字識別、數字大小、數學運算與估計判斷。Butterworth（2011）提到 6 歲至 7 歲兒童的數值能力，應達皮亞傑提出

的數守恆、理解加減法的互補性及從記憶提取算術事實等能力。

本研究以基本數學概念性知識為架構，以數學認知能力為測驗內涵，參採國小低年級學生數學能力，發展階段編製基礎數感測驗，並驗證其結構穩定性及年級間的成長性，實證本測驗在教育應用的可行性。

(三) 低年級數學能力測驗發展現況

數學能力的養成是許多教師及教育研究人員共同關切的議題，評估學生數學能力時，通常與課程標準或與教學內容有關，以評估數學學科知識為主，國小低年級以能初步掌握數量形和運算，與其基礎及之後的延伸與應用（詹勳國、蘇宇翔，2020），以建構基本數學知識為主，搭配學生正處於識字期，閱讀理解經驗及策略較少的緣故，在設計數學測驗時，以簡單文字描述搭配圖形，而識字與閱讀理解表現可能影響數學表現結果，故在命題時真實的數學能力可能受到識字與閱讀理解的影響。

除課堂數學測驗以外，國內適用於國小低年級的數學測驗有「國小低年級數學科篩選測驗」（陳東陞，1996）、「國民小學低年級數學診斷測驗」（秦麗花、吳裕益，1996）、「基礎數學概念評量」（柯華葳，1999）、「國民小學一至二年級數學診斷測驗」（孟瑛如等人，2015）、「2019 基礎數學計算評量」（謝嘉恩、李俊仁，2019）、「學童數學成就測驗」（謝如山，2014）、「學前兒童數學能力測驗」（林月仙，2021）、「國民小學數學成就測驗」（周台傑，2021）等、「基本數學核心能力測驗」（洪麗瑜、連文宏，2015）等。

「國小低年級數學科篩選測驗」由陳東陞於 1996 年編製，以國小低年級數學教材為依據，測驗內容涵蓋數量與數字概念、運算和應用，共計 44 題，施測時間為 40 分鐘，可採團體測驗與個別測驗方式進行。「國民小學低年級數學診斷測驗」由秦麗花與吳裕益於 1996 年編製，測驗內容涵蓋數與計算、量與實測、圖形與空間、統計圖表、數量關係及術語與符號等觀念等共計 36 題，以紙筆測方式施測，適用對象為二年級下學期至三年級，施測時間約 40 分鐘，可採個別施測或團體施測。「基礎數學概念評量」由柯華葳於 1999 年編製，測驗內容包含比大小、加法計算、減法計算、九九乘法、三則運算、空格運算及應用問題等，其概念包括數量判斷、基本計算、計算規則與數學事實提取等，以紙筆測驗方式進行，國小低年級施測時間約 20 分鐘，可選用團體測驗或個別測驗方式施測；「學童數學成就測驗」由謝如山於 2014 年編製，參照 TEMA（Test of Early Mathematics Ability）測驗由 65 題改編為 120 題，適用 3 至 9 歲孩子，依據不同年齡施測不同題本，最大評估年級為四年級，測驗內容涵蓋直覺數學、數數法則、零的概念、加法概念、進位概念與加減法、減法概念、乘法概念、除法概念與心算數線等，施測時間約 20—30 分鐘，採操作測驗方式進行，以個別測驗方式施測。「基本數學核心能力測驗」由洪麗瑜與連文宏於 2015 年編製，在國小低年級方面編製有二年級版本，包括數字概念（含數感）29 題、簡單計算 32 題及複雜計算 22 題等，並編製行為觀察紀錄紙紀錄個案作答行為，施測時間約 20 分鐘，採個別測驗；「國民小學一至二年級數學診斷測驗」由孟瑛如等人於 2015 年編製，參照各版本教科書與特殊教育課程綱要，以課程本位之觀點，同時搭配 DSM-5 對於數學障礙特質來命題，測驗內容涵蓋計算：運用、幾何、數量比較、圖表、應用等共計 35 題，以紙筆測驗方式進行，編製有甲式、乙式、丙式、丁式等四種複本，施測時間約 20 分鐘，可採團體測驗或個別測驗方式進行。「2019 基礎數學計算評量」由謝嘉恩與李俊仁於 2019 年編製，適用於國小二年級至六年級，其中國小二年級測驗涵蓋進位加法、不退位減法、退位減法及九九乘法等，以紙筆測驗方式進行，測驗時間約 5—10 分鐘，可採個別測驗或團體測驗進行。「學前兒童數學能力測驗」由林月仙於 2021 年編製，測驗內容涵蓋數與計算、量與實測、圖形與空間等，適用於 3 歲至 6 歲孩子，最大施測年級可達國小一年級，測驗時間約 20—30 分鐘，以個別測驗方式施測，採實體操作方式進行評估。「國民小學數學成就測驗」由周台傑於 2021 年編製，以課程綱要及教科書內容為依據，測驗架構包括概念加減、乘除、四則混合、推理、金錢、測量、時間、統計圖表及情境推理等，施測時間約 40 分鐘，以團體測驗與個別測驗等方式進行。

綜整上述測驗型態發現大多數測驗以現行課程綱要或教學素材為導向，少數有涵蓋數感與直覺數學等概念，施測時間大多為 10—40 分鐘不等，測驗題數大多在 30—50 題之間，測驗作答方式全數採用紙筆測驗，施測者可依據測驗目的選用個別測驗或團體測驗等。本研究目的係為編製適用於

國小一年級與二年級「基礎數感測驗」，採用基本數學概念性知識，包括基數、序數、計數、測量、數列、數字分解與合併、加減法計算問題等（陳銜逸等人，2010）為測驗編製的架構之一。

本研究參照數感相關研究設計測驗題項，包括「數值概念」與「計算」向度，以表徵轉換與表徵應用為內涵設計 8 項分測驗，並透過信效度分析檢視理論架構與測驗結果之模式適切性、穩定性及一致性。此外，為確認本測驗適用於國小低年級，另採用跨年級結構方程模式；此外，為驗證各分測驗在年級間的成長性，採用線性混合模式加以分析，依據結果進行測驗屬性之後續討論。

（四）國際低年級數學能力測驗發展現況

在國際數學能力測驗方面，García Vidal 等人（2013）以數字及計算能力編製數學能力測驗評量（Evaluation of Mathematical Competency Test，簡稱 EVAMAT-1），用以評估國小一年級結束前的數學表現，測驗內容包括數字與計算測驗等兩個向度。Jordan 等人（2010）以簡版的數感能力測驗（number sense brief，簡稱 NSB）評估國小一年級學生的數感能力，測驗內容包括計數知識與原則、數字識別、數字比較、非語文計算、故事問題與數字合併等。Clarke 等人（2012）早期數感評量（assessing student proficiency in early number sense，簡稱 ASPENS）評估內容包括數字比較流暢度與數字空格流暢度等兩個向度，用於評估國小一年級學生數學能力現況與進展監測。此外，以研究取向為主的數感測驗則包括圖像或點狀數量判斷多寡的數感測驗（Piazza et al., 2004; Tosto et al., 2013; van Hoof et al., 2017）；數字或數值之間比較大小的數字感測驗（Sasanguie et al., 2013）、心理數線測驗（van Hoof et al., 2017）等。國際間適用於國小低年級數學能力評估的測驗，多數以數學概念性知識與程序性知識為架構，參照課程性等作為測驗編製主軸，用以評估學生數學能力及數學學習成效。本測驗編製過程，除透過文獻探討建立測驗的理論架構外，亦參考國內外相關測驗編製經驗，形成本測驗的具體內涵。

方法

基礎數感測驗旨在評估基本數學概念性知識及基礎數感表現。以下依序就研究工具、研究對象與研究程序等，說明如下：

（一）研究工具

1. 測驗理論依據

本研究經文獻探討發現天生數感為與生俱來的能力，在後天學習後發展出結合數學概念性知識的基礎數感，並為持續發展至數字感的中介能力，而教育部（2018）公布之「十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校：數學領域」學習重點，略以：「第一學習階段（國民小學 1—2 年級）：能初步掌握數、量、形的概念，其重點在自然數及其運算、長度與簡單圖形的認識，故本研究將「數量」與「自然數」的應用與轉換組成「數值概念」分量表；另將「自然數」與「運算」組成「計算」分量表，能涵蓋國小低年級大部分的數學能力指標，故本測驗由「數值概念」與「計算」兩個分量表組成。

本測驗採用數學概念性知識搭配表徵轉換與使用數字流暢性為內容，以天生數感及數字感間的基礎數感為內涵，建置基礎數感測驗（陳銜逸等人，2010；Clements et al., 2019; Dehaene, 2011），以評估國小低年級學生數學能力表現。採用 6 至 7 歲間數值概念發展（Butterworth, 2011）、計算發展模式（Siemann & Petermann, 2018）及數字發展四階段模式（von Aster & Shalev, 2007）等為基礎，搭配數學基本概念性知識（陳銜逸等人，2010）及各項認知心理能力編製基礎數感包括 ENS、MNL、SNARC、OTS 與數字大小效果等數學認知能力（Bugden & Ansari, 2016; Dehaene et al., 1993; Fischer et al., 2003; Geary et al., 2008; Kadosh et al., 2008; Krajcsi et al., 2016; Lukowski et al., 2017; Lyons et al., 2014; Negen & Sarnecka, 2014; Nuerk et al., 2011; Olkun et al., 2015; Olsson et al. 2016; Piazza et al., 2004; Rouder & Geary, 2014; Tosto et al., 2013; vanMarle et al., 2018; Verguts & de

Moor, 2005; Verguts & van Opstal, 2005)。再者，參考國際間重要的數學能力及數感能力測驗（例如 EVAMAT-1、NSB、ASPENS）等，將測驗構念分為表徵轉換與表徵應用。

2. 測驗內容

本測驗包含示範題及測驗內容兩部分，示範題演練有助於受試者解題，能效降低認知負荷（黃一泓，2021）。在正式題前安排兩題示範題及兩題演練題，以增進受試者對受試題型與作答方式的理解。經文獻探討歸納出數值概念與計算等兩個向度，編製八項分測驗，各分測驗均有 6 題，測驗採單一計分及分段計分等兩種方式，其中數字數列、相對距離及數學事實含有兩個步驟，答對一個步驟計 1 分，答對二個步驟者計 2 分，故此三項分測驗最高得分為 12 分；其他數量計數、量序對應、心理數線、數字矩陣、數字分合等五項分測驗僅有 1 個步驟，答對者計 1 分，最高得分為 6 分。各分測驗均包含 1 至 3 個數學概念性知識與 1 至 4 個數學認知能力交集組成測驗內涵，設計理念分項說明如下，測驗架構與內涵詳見表 1 所示。

表 1
基礎數感測驗架構與內涵

分量表	分測驗	題數	計分	數學概念性知識						數學認知					
				C1	C2	C3	C4	C5	C6	N1	N2	N3	N4	N5	N6
數值概念	數量計數	6	6	√		√	√				√	√			√
	量序對應	6	6	√	√		√			√	√				
	心理數線	6	6	√			√			√	√	√	√		
	數列排序	6	6	√			√			√	√				
	相對距離	6	6	√						√	√				√
計算	數字矩陣	6	6					√	√	√	√				√
	數字分合	6	6					√	√	√	√				√
	數學事實	6	6					√	√	√	√				√

註：數學概念性知識以 C1 代表基數、C2 代表序數、C3 代表計數、C4 代表數列、C5 代表數字分解與合併、C6 代表加減法問題；數值認知以 N1 代表概略性數字系統（ANS）、N2 代表正確數字系統（ENS）、N3 代表空間數字對應編碼反應關聯編碼（SNARC）、N4 代表心理數線（MNL）、N5 代表物體追跡系統（OTS）、N6 代表數值大小效果。

（1）數量計數。主要評估受試者以手指計數與策略計數實體表徵的流暢性，分測驗內涵包括基數（C1）、計數（C3）與數列（C4）等，在數學認知能力應用到包括概略性數字系統（N1）、正確數字系統（N2）及物體追跡系統（N5）等。數量計數係評估圖形與數字的對應關係，屬於量與數間的連結，物體追跡系統涉及圖形排列時的組型及計數流暢性；個體在點數數量時，會出現點狀組型（dot pattern）或知覺群集（perceptual grouping）的現象（Sarami et al., 2022），例如 2 個一組、4 個一組、5 個一組或混合分組的型態呈現，數感較佳者能觀察出組型，進而更流暢地點數刺激圖卡上的數量，且較難從日常重複演練增進其表現。在測驗內涵方面屬於表徵轉換，評估受試者在點數圖像數量後，以數字記錄數量的能力。

（2）量序對應。主要評估受試者對天生數感與數字表徵排序轉換的流暢性，分測驗內涵包括表徵轉換能力，受評者需有最小、最少、最低、最短等基數（C1）概念，並有由小到大、由少到多、由低到高及由短到長的順序排列的序數（C2）與數列（C4）能力，故量序對應須具備基數與序數等數值概念，在數學認知能力則包括直覺量感的概略性數字能力（N1），亦應用到正確數字系統（N2）將非符號的量感與數字進行連結。在測驗內涵方面屬於表徵轉換，評估受試者對實體數量的量感比較能力，並能依大小、長短、高低及多寡等判斷出排序順序。

（3）心理數線。主要評估受試者對於數字在空間上對應位置的能力與流暢性。分測驗內涵包括表徵轉換能力，受評者需有基數（C1）與數列（C4）的數學概念性知識，在數感與數學認知能力則對應到空間位置的概略性數字能力（N1）、正確數字系統（N2）、由左到右即由小到大的空間數字對應反應編碼系統（N3）及心理數線（N4）。國小低年級學生在接受正式數學教育後，習得基

數與數列等基本數學概念性知識，搭配 ANS、ENS、SNARC、MNL 等數學認知能力，具備基數與數列的概念性知識，且有良好的數感與數學認知能力的學生，另在指定長度的數線上，具有等距分割與相對位置的概念。

(4) **數列排序**。主要評估受試者對數字大小的敏感度與流暢性，分測驗的內涵包括以參照點為基數 (C1) 辨別數字大小關係與數列排序能力 (C4)，而數感與數學認知能力則包括概略性數字系統 (N1) 及正確數字系統 (N2)。對數字敏感度較佳的受試者，能較流暢選出較大的數字並排序為數列，而在數字出現的安排上，數字較小者判斷速度較快，數字較大者判斷時間較慢，故作答表現較佳者，能快速抑制較小的數字，找出數值較大的數字，而同時能將選出的數字依其代表的數值，由小到大進行排列。

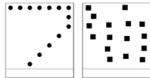
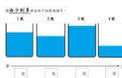
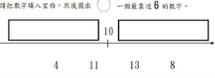
(5) **相對距離**。主要評估受試者對數字參照分類與數字大小關係的直覺能力與流暢性，分測驗內涵包括基數 (C1)，受試者對各題項給予的特定數字與指定基數進行比較與分類，其次要選出最靠近基數的數字，故須具備數列概念，而在數感與數學認知能力則包括概略性數字系統 (N1)，屬非符號的圖像數量大小比較，經學習遷移至數字符號系統至正確數字系統 (N2)，大部分的受試者以其對數字敏感度，將數字與基數對應比較後，判斷兩者的大小關係，比基數小者放在左邊，比基數大者放在右邊，而判斷最接近基數的數字時，則應用到數字距離效果 (N6)，數字距離越大者能較快判斷，而數字距離較小者其判斷速度較慢，透過逐一檢視找出數值最接近基數。在測驗內涵方面屬於數字表徵應用，評估受試者對數字敏感度及彈性使用數字的能力。

(6) **數字矩陣**。主要評估受試者對特定數字組合的直覺能力與流暢性，數字感較佳的受試者，能以較快的速度辨別以數字合併組型 (pattern)，分測驗內涵包括數字組合與分解 (C5) 及數字加減問題 (C6) 等，而在數感與數學認知能力則包括概略性數字系統 (N1)，經由學習遷移至正確數字系統 (N2)，測驗內容以三個直線分數的個位數字組成 3×3 的 9 格矩陣。以數字大小效果 (N6) 而言，測驗採用 1 至 9 等較小數字，使得相鄰數字間的距離較小，使每個數字對受試者的意義較大或敏感度較高，以利評估受試者對數字組合的直覺性感受。在測驗內涵方面屬於數字表徵應用，評估受試者對數字敏感度及彈性使用數字的能力。

(7) **數字分合**。主要評估受試者對特定數字分解及組合的流暢性，數字感較佳的受試者，能將指定數字進行組合或拆解，分測驗的數字概念包括數字組合與分解 (C5) 及數字加減問題 (C6)，而在數學認知能力則包括概略性數字系統 (N1)，此一能力屬天生數感能力，原屬非符號的圖像數量大小比較，經由學習遷移至正確數字系統 (N2)，受試者須能將數字進行快速分解或組合即需要良好的正確數字系統能力，以數字大小效果 (N6) 而言，測驗採用兩個個位數的數字組合成 18 以內的目標數字，或將 18 以內的數字分解為兩個個位數數字，因數字間相鄰距離較小，使每個數字對受試者的意義較大或敏感度較高，以利評估受試者對數字組合的直覺性感受。在測驗內涵方面屬於數字表徵應用，評估受試者對數字敏感度及彈性使用數字的能力。

(8) **數學事實**。主要評估受試者對個位數字彈性應用能力的流暢性，在同一算式中涵蓋連加或連減的相同計算符號，以評估受試者對數字彈性使用的能力。本分測驗內涵包括數字分解與組合 (C5)、加減法問題 (C6) 等，而在數感與數學認知能力方面，則包括概略性數字系統 (N1) 及經由學習遷移至正確數字系統 (N2)，受試者要將數字進行快速分解或組合，需具有良好的正確數字系統能力。以數字大小效果 (N6) 而言，測驗採用兩個個位數的數字組合成 10 以內的目標數字，因數字間相鄰距離較小，使每個數字對受試者的意義較大或敏感度較高，以利評估受試者對數字組合的直覺性感受。在測驗內涵方面屬於數字表徵應用，評估受試者對數字敏感度及彈性使用數字的能力。以下就各分測驗的評估目的、作答方式及範例試題，詳見表 2 所示。

表 2
各分測驗之內涵與作答方式與例題

分測驗	內涵	定義	作答方式	例題						
數量計數	表徵轉換	以評估受試者在圖像計數到以數字符號紀錄的表現。	以計算圖片中的點狀或方塊數量後以數字記錄在下方空格內。							
量序對應	表徵轉換	以評估受試者對數字在特定數字空間的定位能力。	判斷四個圖像的大小關係，依據由小到大、由少到多等排出順序。							
心理數線	表徵轉換	以評估受試者在圖像計數到以數字符號紀錄的表現。	依據指定數字在數線上以劃出對應位置。							
數列排序	表徵應用	以評估受試者選擇數字與由小到大排序能力。	將給定的 8 個數字選出比較大的 4 個數字，並由小到大排列。							
相對距離	表徵應用	以評估受試者對比基數的判斷，並選出數值最近接的數字。	將給定的 4 個數字對照數線上的基數加以分類，並圈選出最接近基數的數字。							
數字矩陣	表徵應用	以評估受試者的數字敏感度，以瞬視判斷指定數字型態。	將題目給定的特定數字，以 或 - 把三個數字連線，結果等於題目給定的數字。							
數字分合	表徵應用	以評估受試者對數字分解與組合的能力。	題目上方的數字會等於下面兩個數字相加或下面數字相加會等於上面的數字。							
數學事實	表徵應用	以評估受試者對簡單加減計算、數字分解與組合等彈性使用數字能力。	將三個數字進行連加、連減、先加再減或先減再加等方式計算，寫出結果並勾出答案數值最大者。	<table border="1" data-bbox="935 960 1199 1048"> <tr> <td>$9-2+1$</td> <td>$5+4-2$</td> <td>$7+2-3$</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	$9-2+1$	$5+4-2$	$7+2-3$			
$9-2+1$	$5+4-2$	$7+2-3$								

(二) 研究對象

本測驗的施測對象為國小低年級學生，考量其接受測驗的經驗較少、注意力持續時間較短及受試情緒等（林宴瑛，2022），為避免上述原因影響受測結果，故編製試題時，以難度偏易且大多數學生皆能完成為考量，降低學生因受試情緒影響表現。正式測驗時，安排一位教師為主試，負責解說、計時及測驗轉換，另一位助理人員觀察學生測驗表現及記錄作答情形。

1. 前導階段

(1) 初擬試題測試。初步編製試題完畢後，以 6 位國小一年級學童（男生 4 名、女生 2 名）為對象，經家長同意後並陪同參與個別前導施測，研究者紀錄受試者對測驗指導語的理解與反應、各分測驗的作答時間、練習題的作答情形、分測驗時限內作答完成題數及作答特殊情形等，並於測驗結束後撰寫研究省思札記，據以做為第一次試題修正的參考，調整測驗內容、測驗題數、測驗難度、施測時間、施測指導語等。

(2) 小型團測。為評估團體施測所需時間、受試者對測驗指導語的理解情形及團體施測時的特殊情況。以便利取樣方式，徵得課後照顧班國小低年級學生為受試對象，經施測後取得 15 名國小一年級的測驗結果，並再次調整測驗內容、優化施測程序與施測指導語。

2. 預試階段

在正式測驗前進行以班級為單位的團體預試，以便利取樣取得國小一年級及二年級各一個班級進行預試，共計取得 20 名有效的國小一年級測驗結果及 23 名有效的二年級測驗結果，並依據施測紀錄優化施測程序及指導語。

3. 正式測驗階段

為使正式測驗選取樣本具有代表性，依據高雄市行政分區位置，北區選取楠梓區 3 所學校、東區選取三民區 2 所學校、南區選取鼓山區 1 所學校西區選取左營區 2 所學校作為正式測驗樣本取樣學校，分別為高雄市楠梓區 A 國小、楠梓區 B 國小、楠梓區 C 國小、三民區 D 國小、三民區 E 國小、左營區 F 國小、左營區 G 國小、鼓山區 H 國小等 8 所國小，取樣一年級與二年級各 8 個班級為施測對象，扣除未完整受測者，實收有效樣本為一年級 189 名，二年級 187 名。

(三) 研究程序

1. 施測前的籌備工作

(1) 施測前聯繫。正式施測前，由研究者與各校行政處室聯繫施測相關事宜，為避免影響學生上課權益，施測時間以早自習時間或空白課程時間為主。

(2) 施測方式。每次施測時間含收發測驗、說明指導語、試題練習及正式測驗等，在普通班教室進行施測，共計 40 分鐘。

(3) 施測人員安排。為減少國小低年級學生，因注意力持續時間、試題理解、作答完成度等因素的干擾。正式施測時安排主試人員一名及協同施測人員一名，以確保受試學生在說明題時專心聽講與作答，並在正式測驗時能依循標準化程序受測。

2. 測驗建置階段

初步編擬測驗並經內容審查及修訂，完成預試試題。預試程序藉由受試者對參與測驗及作答反應的情形，觀察受試者在作答表現的樣態，並以測驗結果進行後續統計分析，以平均數 (mean, 簡稱 M)、標準差 (standard deviation, 簡稱 SD)、偏斜度 (skewness, 簡稱 S) 及峰度 (kurtosis, 簡稱 K) 等呈現得分分佈樣態。預試施測分兩階段進行：

(1) 前導階段。分兩次進行，第一次為初步編擬試題後，以 6 名國小一年級學生為對象，以一位施測者及一位受試者為測驗安排，並視情形由家長陪同，依據施測紀錄及反思資料修正測驗及指導語；第二次再取樣 15 位國小一年級學生進行團體預試，測驗過程安排一位主試者與一位協同施測者，並以小型團測結果與受試觀察進行第三次試題修正。

(2) 預試階段。以高雄市鳳山區某國小為取樣學校，隨機在一年級與二年級選取一班，經學校導師通知家長後，全數同意參與研究，總計取得 20 位一年級及 23 位二年級的有效測驗樣本。將測驗結果進一步進行統計分析發現一年級學生在測驗總題數為 64 題時，總分平均為 37.85 分，標準差 $SD = -8.06$ ，總分偏斜度為 $S = -0.11$ ，峰度 $K = 2.46$ ，呈現集中高分的現象；總題數為 48 題時，總分平均為 34.2 分，標準差 $SD = 5.98$ ，偏斜度為 $S = -0.98$ ，峰度為 $K = 2.75$ ，同樣呈現集中高分的情況。二年級在本測驗總題數為 64 題時，總分平均為 45.44 分，標準差 $SD = 8.64$ ，偏斜度 $S = -0.66$ ，峰度為 $K = -0.38$ ；總題數減為 48 題時，總分平均為 36.17 分，標準差 $SD = 4.48$ ，偏斜度 $S = -0.81$ ，峰度 K 為 0.10，呈現高分集中的現象。在前導施測與小型團測發現，國小低年級學生對未全部答題完畢會有往前翻頁補作答的焦慮反應，以致影響分測驗施測結果，故在小型預試後，調整施測指導語並減少題數為 6 題，在大型預試時偏斜度及峰度均有改善，故正式測驗由 8 題減為 6 題。

(3) 正式測驗階段。以預試測驗統計分析結果，再次修訂測驗題數及指導語，並於高雄市 8 所學校進行正式施測、測驗批閱及數據建檔等工作。

結果

(一) 效度

1. 內容效度

完成前導研究後，邀請特殊教育及教育心理領域學者專家 3 名，以及國小特殊教育教師 1 名及普通教育教師 1 名（同時具有特殊教育教師資格）進行測驗內容審查，並檢附測驗編製架構與指標細目及前導研究紀錄與研究省思紀錄供審查參考。審查重點包括試題內容是否符合預定評量向度、測驗試題的有效性、試題呈現的適切性、測驗指導語適切性、評量向度與測驗內容對應等。

2. 正式測驗量化效度分析

正式測驗取得一年級有效樣本 189 名及二年級有效樣本 187 名，先以 SPSS 24 (statistical package of social science, 簡稱 SPSS) 進行探索性因素分析，再以結構方程模式進行驗證性因素分析。

(1) 探索性因素分析。以維度縮減選項，採用最大概似分析法搭配斜交轉軸擷取因素數量。首先，一年級、二年級樣本之測量取樣適當性 (Kaiser-Meyer-Olkin, 簡稱 KMO) 達 (.832, .766)，代表資料結構具有共線性型態 (Kaiser, 1974)，故本資料適合進行因素分析，另以巴列特球形檢定 (Bartlett's Test of Sphericity) 卡方值 (374.40, $p < .01$; 310.98, $p < .01$) 達顯著相關，代表資料間呈現關聯性，故適合統計分析，詳見表 3 所示。為探索本測驗一年級樣本之主要的因素構念數量，選取特徵值大於 1 的因素數量，輔以目視陡坡圖在第二項因素後走緩，故選取 2 個因素，累計特徵值達 4.27 及可解釋變異量達 53.40%。二年級樣本之亦選取 2 個因素，累計特徵值達 4.04 及可解釋變異量達 50.27%。經維度縮減之最大概似法與斜交轉軸後，國小一年級與二年級因素負荷量如表 3 所示。探索性因素分析轉軸結果顯數量計數的資料結構與計算相似，但其原來測驗理論架構係屬於數值概念，故暫列為數值概念，另再以結構方程模式進行驗證性因素分析探討其測驗構念間的適切性。整體而言，國小一年級與二年級在轉軸後因素分類具相似性，且符合測驗原定理論架構，故第一項因素命名為數值概念，第二項因素命名為計算。

表 3
取樣適切性分析

分析類型	向度	指標	一年級樣本	二年級樣本	
取樣適切性	多重共線性	KMO 值	.83	.78	
取樣適切性	多重共線性	df 值	374.40**	310.98**	
	變項關聯性	Bartlett 球形檢定	28	28	
因素構念	年級	因素數量	變異量 %	累積變異量 %	
		特徵值			
	一年級	1	3.25	40.68	40.68
		2	1.02	12.72	53.40
	二年級	1	3.04	37.94	37.94
		2	1.00	12.33	50.27

* $p < .05$. ** $p < .01$.

(2) 建構效度。為檢視本測驗之建構效度，採用結構方程模式 (structural equation model, 簡稱 SEM) 的多群體分析探討理論架構與資料結構的適切性。以 SEM 常見的動差結構分析軟體 (Analysis of Moment Structure, 簡稱 AMOS) 第 28 版進行統計分析，詳見表 4。在跨群體的共變模式下，模式適配度指標 (root mean square error of approximation, 簡稱 RMSEA) 達優異程度；期望跨效度指數 (expected cross-validation index, 簡稱 ECVI) 能判斷樣本大小對卡方值的影響，分析結果顯示理論模式相較結果顯示，故本次取樣樣本數應為足夠且適切 (吳明隆, 2009)。在增值適配度指標方面，主要在檢驗假設理論模式與基準線模式的適配度比較 (吳明隆, 2009)，在跨群體分析顯示

在規準適配度指數（normal fit index，簡稱 NFI）與相對適配度指數（relative fit index，簡稱 RFI）達尚可程度；在增值適配度指數（incremental fit index，簡稱 IFI）及非規準適配指數（Tacker-Lewis index，簡稱 TLI）、比較適配指數（comparative fit index，簡稱 CFI）等達良好程度，代表本結構模式適配度佳。在簡約適配度指標方面，以參數數量納入評估模式適配性（吳明隆，2009）及規準適配指數 PNFI（parsimony-adjusted NFI，簡稱 PNFI）為主，把自由度納入預期獲得適配程度的考量，使用的自由度越少就能獲得較高程度的適配時，即達到模式精簡的目的（吳明隆，2009）。本測驗理論模式的 PNFI 值為 .61，大於模式精簡評鑑指標 .50，代表本測驗理論模式已達精簡程度，詳見表 4 所示。綜上分析，基礎數感測驗在國小一年級與二年級樣本資料間的模式適切性良好，且符合原定測驗理論架構，故本測驗具備良好的效度表現。

表 4
多群體驗證性因素分析路徑結構分析共變模式指標結果（ $N = 376$ ）

項目	指標	標準	數值	判斷	
模式適配性	RMSEA	< .05	.048	優異	
	ECVI	理論	.37	良好	
		飽和	.39	良好	
增值適配性	PNFI	獨立	1.84	良好	
		NFI	> .90	.86	尚可
		RFI	> .90	.84	尚可
		IFI	> .90	.93	良好
		TLI	> .90	.92	良好
簡約適配性	PGFI	> .90	.93	良好	
		> .50	.73	良好	
		> .50	.62	良好	

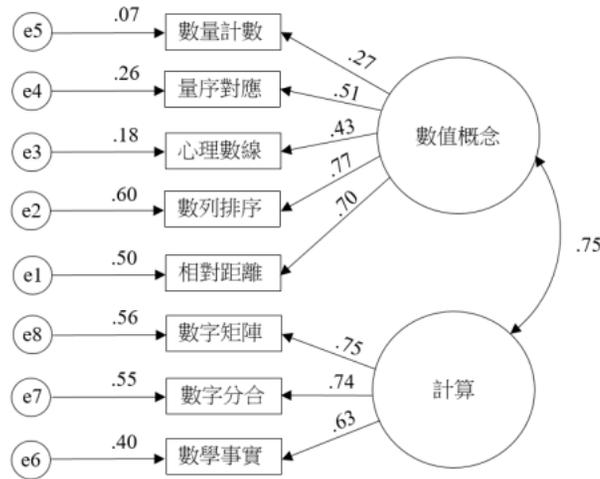
（3）效標關聯效度。本研究以周台傑（2021）「新編國民小學數學成就測驗」結果做為效標，探討基礎數感測驗結果與數學成就相關性，以做為效標關聯效度。皮爾森積差相關分析統計結果皆達中度相關（一年級相關係數為 .47、二年級相關係數為 .59）。

（4）各分測驗的相關分析。為討各分測驗間及分測驗與總分間的相關性，故進行分測驗間之相關性分析，分測驗間相關性高代表構念有重疊的可能，而分測驗結果與總分相關性高則表示各分測驗與測驗總分是在測量同一概念（Osburn, 2000），統計分析結果發現分測驗間的相關性屬於低度到中度相關的範圍，而在分測驗與總分皆達顯著相關，詳見表 5。

表 5
國小一、二年級學生在基礎數感測驗各分測驗間與總分相關性

年級	分測驗	數量計數	量序對應	心理數線	相對距離	數列排序	數字矩陣	數字分合	數學事實
一年級 ($N = 189$)	數列排序	.16*	.36**	.29**	.48**				
	數字矩陣	.07	.27**	.31**	.30**	.42**			
	數字分合	.03	.26**	.20**	.26**	.37**	.49**		
	數學事實	.02	.29**	.28**	.36**	.40**	.43**	.55**	
	總分	.23**	.55**	.51**	.72**	.81**	.62**	.60**	.70**
二年級 ($N = 187$)	數量計數								
	量序對應	.06							
	心理數線	.16*	.19**						
	相對距離	.17*	.22**	.28**					
	數列排序	.19*	.16*	.33**	.56**				
	數字矩陣	.23**	.02	.25**	.30**	.34**			
	數字分合	.11	.06	.24**	.28**	.15*	.39**		
	數學事實	.28**	.06	.18*	.39**	.31**	.47**	.36**	
總分	.39**	.26**	.52**	.74**	.77**	.57**	.43**	.69**	

圖 1
基礎數感測驗之跨樣本結構方程模式



(二) 信度

本測驗在一年級學生測驗在標準化的內部一致性信度達 .84，Guttman 折半信度為 .80；二年級在標準化的內部一致性信度為 .83，Guttman 折半信度為 .80，統計資料顯示本測驗在國小低年級測驗結果具有良好的信度表現。

(三) 測驗結果與標準化程序

1. 國小低年級學生測驗結果描述統計

本測驗結果以平均值、標準差、偏斜度及峰度等為描述統計指標。國小一年級測驗結果總分的平均值呈現負偏態低闊峰的高分扁平分佈型態；數值概念方面，平均值呈現負偏低闊峰的高分扁平分佈型態，在計算方面，呈現負偏低闊峰的高分扁平分佈型態。國小二年級總分呈現負偏高狹峰的高分集中分佈型態；數值概念方面，呈現負偏高狹峰的高分集中的分佈型態；計算方面，總分呈現負偏高狹峰的高分集中的分佈型態，詳見表 6。

國小一年級總分平均值低於二年級 (35.11, 48.44)，一年級總分平均值為負偏態 ($S = -0.16$) 低闊峰 ($D = -0.29$)，二年級總分平均值為負偏態 ($S = -0.81$) 高狹峰 ($K = 1.59$)，故二年級相較一年級在本測驗結果呈現高分集中的現象越趨明顯；數值概念亦有負偏態 ($K = -0.13, -0.55$) 增加及峰度 ($D = -0.64, 0.54$) 提昇的現象；計算亦有負偏態 ($K = -0.15, -0.85$) 及峰度 ($D = -0.38, 0.62$) 增加的趨勢。

表 6
基礎數感測驗受試樣本結果分析

項目	一年級 (N = 189)				二年級 (N = 187)			
	平均值	標準差	偏斜度	峰度	平均值	標準差	偏斜度	峰度
總分	35.11	11.39	-0.16	-0.29	48.44	9.85	-0.81	1.59
數值概念	22.40	7.73	-0.13	-0.64	29.51	6.88	-0.55	0.54
計算	12.71	5.12	-0.15	-0.38	18.93	4.40	-0.85	0.62

2. 試題難度及鑑別度分析

依據國小低年級學生在本測驗的作答表現，取樣答對率為前 27% 為高分組及後 27% 為低分組，計算難度 (percentage passing, 簡稱 P) 及鑑別度 (discrimination index, 簡稱 D) 等兩項指標。

在鑑別度分析結果顯示，一年級學生在數量計數、量序對應、相對距離、數列排序、數字矩陣、數字分合、數學事實等七項分測驗鑑別度達優異程度，心理數線為佳。整體而言，一年級與二年級學生在數量計數、量序對應及數字分合等三項測驗，在高低分組答對率差異縮小，出現天花板效應 (ceiling effect)，值得一提的是數量計數分測驗在一年級鑑別度達優異，而對大多數二年級學生而言，皆以精熟，鑑別度下降至良好程度。

在難度分析結果顯示，一年級學生在數量計數難度屬於簡單程度，其餘七項分測驗達中等難度；二年級學生在數量計數、量序對應、數字矩陣及數字分合等四項分測驗達容易程度，在心理數線、相對距離、數列排序及數學事實等四項分測驗難度達中等程度，詳見表 7 所示。整體而言，二年級學生的作答難度低於一年級學生。

表 7
國小低年級學生基礎數感測驗難度及鑑別度表現

分測驗	一年級 (N = 189)				二年級 (N = 187)			
	P _H	P _L	鑑別度	難度	P _H	P _L	鑑別度	難度
數量計數	1.00	.56	.44	.78	1.00	.69	.31	.85
量序對應	1.00	.37	.63	.68	1.00	.72	.28	.86
心理數線	.68	.09	.58	.38	.89	.15	.74	.52
數列排序	.84	.04	.80	.44	.99	.27	.72	.63
相對距離	.76	.15	.61	.46	.90	.39	.51	.64
數字矩陣	.90	.20	.70	.55	1.00	.54	.46	.77
數字分合	1.00	.35	.65	.67	1.00	.69	.31	.84
數學事實	.71	.12	.59	.42	1.00	.38	.62	.69
總分	.74	.31	.43	.53	.90	.55	.35	.73

(四) 年級間差異分析

本研究為橫斷式研究，在進行年級間差異分析時，將年級間的成長性設定為控制變項，在取樣具代表母群特徵的前提下，採用線性混和模式固定效果 (linear mix model, 簡稱 LMM) 以探討分測驗的穩定性與成長性，詳見表 8。以截距為固定效果 (fix effect model) 探討年級間是否具有共變性，統計結果顯示一年級與二年級間的基礎數感能力呈現顯著差異，進一步比較分測驗間的年級差異以量序對應、數字分合與數學事實具有明顯成長，年級間呈現顯著差異，表示經由學習與精熟後能明顯產生進步，而數量計數、心理數線、相對距離、數列排序與數字矩陣等五個分測驗呈現相對穩定的狀態，年級間未達顯著差異，故不易經訓練後產生明顯進步，而量序對應、數字分合與數學事實具有成就取向的特性。

表 8
國小低年級間在基礎數量能力差異分析表

項目	截距	標準誤	t	層級數	參數數目	分子 df	分母 df	F
截距	1.912	.129	14.802***	1	1	1	376	139.237***
數量計數				7	6	6	376	.638
量序對應				7	6	6	376	2.450*
心理數線				7	6	6	376	1.486
數列排序				13	12	12	376	.991
相對距離				13	12	12	376	.667
數字矩陣				7	6	6	376	2.010
數字分合				7	6	6	376	2.312*
數學事實				11	10	10	376	4.831***

* $p < .05$. *** $p < .001$.

(五) 測驗參照標準與命名

考量未來在教育領域的應用，將正式測驗結果執行標準化程序。首先，計算各年級平均值與標準差，並計算標準分數 z ，依據常態分配 (normal distribution) 型態，再依常態分配機率轉換 z 分數代表的常態分佈面積做為百分比。教育應用方面，多數數學能力或數學成就測驗以百分等級 25 為學習困難的篩選基準，故本測驗提供百分之 25 為篩選切截點，低於切截點者視為落後，適合作為一般教育之普篩測驗之用，一年級切截點之總分為 28 分以下、數值概念為 17 分以下、計算為 9 分以下；二年級切截點總分為 43 分以下、數值概念為 25 分以下、計算為 16 分以下。低於篩選基準以下者，可進一步檢視其學習表現及補就教學的必要性，詳見表 9。此外，本測驗屬於偏易的測驗型態，基礎數感落於精熟區者，不宜直接推論其數學潛力或數學成就。

表 9
基礎數感測驗取樣結果與分類命名

分類		落後 PR < 25	正常以上 PR > 26
總分	一年級	28 分以下	29 分以上
	二年級	43 分以下	44 分以上
數值概念	一年級	17 分以下	18 分以上
	二年級	25 分以下	26 分以上
計算	一年級	9 分以下	10 分以上
	二年級	16 分以下	17 分以上

討論

(一) 國小低年級學生在基礎數感測驗表現

國小二年級相較於國小一年級學生，在八項分測驗的難度指數有降低的現象；在鑑別度方面，在數量計數、量序對應、數列排序、數字矩陣與數字分合等分測驗，在高分組及低分組的差異性減少，代表全體二年級學生在數值概念的五項分測驗表現明顯提高，傾向高分集中的負偏態，故明顯落後者將可視為數學學習困難的高危險群；另心理數線、相對距離及數字矩陣等三項分測驗鑑別度在年級間的鑑別度並沒有降低，另在心理數線及數學事實有鑑別度提升的現象，代表此兩項測驗在高分組與低分組間的差異提高，而相對距離分測驗之鑑別度，在年級間僅呈現微降的現象，探討相對距離與數學事實兩項分測驗，其共同點為需進行兩次的加減計算，而心理數線持續發展至國小四年級達成熟水準，故此三項分測驗的能力指標為數學能力發展重點。

以基礎數感測驗的八項分測驗而言，數字計數與量序對應等分測驗表現在年級間表現雖達顯著差異但年級間的解釋量較小，故此三項分測驗在一年級下學期時發展至穩固，二年級下學期時仍有七成以上的正確率，故二年級受試者若在此二項測驗出現低落現象時，表示該受試者的數值概念表現較弱。數字分合與數字矩陣則涉及數字分解與組合及連加等概念，對數字敏感度及使用數字彈性較好的學生而言，能有較好的表現。反之，若受試者在數值概念表現相對低落，代表其在符號性表徵與非符號性表徵間的彈性轉換表現較弱，尚未完全過渡至符號性表徵，然而在國小低年級的計算尚未發展至自動化，學習過程仍須以非符號性表徵與符號性互為主體，故數值概念低落進而影響計算表現，至於影響程度則有待後續研究驗證。

此外，本研究發現計算向度的數字矩陣、數字分合與數學事實等三項分測驗，在一年級下學期時，仍呈現差異化發展，代表一年級部分學生仍在發展階段，尚未達到全面精熟，而二年級下學期時，此三項分測驗已達穩定，呈現高分穩定的現象。在數列排序及相對距離則涉及到數字分類、數字排序、排除干擾與選取特定數字的能力 (de Visscher & Noël, 2013)，而測驗表現的流暢性與正確性，可代表對干擾抑制及對數字敏感度等表現，故適合用於評估國小低年級學生基礎數感能力。在數學事實分測驗是屬於低年級時期重要的發展指標，能有效偵測數學計算流暢性較差或正確性較弱的學生，若個案在數學事實表現較差，且經常需要重新數起、利用手指輔助點算、對簡單計算有

困難等 (Haberstroh & Schute-körne, 2019)，能有效評估國小低年級數學學習表現弱勢的學生，故適合納入測驗指標。

本測驗具備良好的效度，從年級間的表現差異及成長的解釋量而言，各分測驗在年級間均呈現顯著差異，且二年級表現顯著高於一年級，但在年級間的成長解釋量皆屬於低解釋量，代表本測驗係為能力本位測驗，具有類似數感穩定性的特質，亦有數字感的發展性特質，故本測驗命名為基礎數感測驗應屬合宜。

(二) 編製基礎數感測驗相關議題

計算障礙者常有數字與數量結合的點數，以及量感比較的困難，例如連結一個數字與數量的困難、點數或比較兩個數字或數量、處理數字與數量連結的流暢性，且多數發生在學齡前或是國小低年級階段的學生 (李俊仁, 2017; Geary, 2011; Geary et al., 2008; Haberstroh & Schute-körne, 2019; Landerl et al., 2004)，故為國小低年級偵測計算障礙群體的良好指標之一，故納入本測驗設計概念。對國小一年級與二年級正式測驗結果進行結構方程模式分析，卻發現此二分測驗在一年級與二年級的因素負荷量偏低，推測原因有三：其一，大部分一年級學生已精熟數量計數也具備比較大小、長短及多少的量感能力，故大多數受試者得分集中偏高，考量此兩項分測驗能力發展階段介於學前至國小一年級階段，本為偵測數學學習有顯著困難之學生，故保留此兩項測驗；其二，二年級學生在此兩項分測驗達天花板效應 (ceiling effect)，故因素負荷量偏低，但在跨樣本結構模式分析發現理論模式與跨年級共變模式的適配性及精簡性為良好，另各分測驗以能力指標進行編製，題項難易度差異小，準此推論試題品質良好。

本次測驗建模期間為 111 年 3 至 4 月，取樣學校依據高雄市行政分區位置，在北區、南區、西區、東區選取 8 所學校進行正式樣本收集。本次建模屬於地區常模，未來可採大規模的全國常模持續探討此一現象。歸納文獻探討結果，一年級屬於非符號表徵至符號性表徵轉換階段，數量計數應有其存在的價值，且數量計算同時含有 ENS 和 OTS 等能力 (Castronovo & Göbel, 2012; vanMarle et al., 2018)，在因素分析或結構方程模式的因素負荷量相對其他測驗貢獻性低，原因在於部分學生在學前階段已有相關學習經驗；此外，本研究並未刪除數量計數測驗，在本次取樣僅有少數學生在此測驗分數偏低，故對數值概念的貢獻度較低，因其屬於偵測數學學習障礙的敏感性指標，本研究認為數量計數分測驗應有存在價值，另本分測驗整體屬明顯負偏態高狹峰，具備偵測低分表現的功能，適合做為評估指標。

(三) 基礎數感測驗與數學成就的相關性

基礎數感測驗結合基本數學概念性知識與認知心理能力，建構能力本位取向的測驗，不同於以課程本位取向及國內外學習障礙鑑定基準為測驗編製取向的數學成就測驗。基礎數感測驗各分測驗評估一至二種能力指標並採分段計分，在充分示範及練習後進行施測，受試者作答時可排除識字及閱讀理解等影響。

本研究以小樣本進行基礎數感測驗與數學成就測驗相關性分析，結果顯示國小一年級學生在基礎數感測驗結果與數學成就測驗相關性為 .473，在國小二年級時的相關性為 .589。然而，數學成就測驗採課程標準編製，能廣泛運用於區辨學生能力成就表現，但在標準化測驗且無報讀評量調整下，對數學學習障礙合併有識字、閱讀理解的高危險群學生，容易出現低估學生數學能力的現象。基礎數感測驗以基本數學概念性知識與數感或數字感等為編製基礎，不受數學複雜性導致多次評量間的結果不穩定性的現象，而基礎數感測驗在示範說明後適當的練習後，正式測驗不需讀題即可以相關概念作答，減少因識字或閱讀理解等因素導致低估學生的數學能力表現的現象。

結論與建議

(一) 研究結論與限制

本研究編製基礎數感測驗，經嚴謹的編製程序，並實證具有良好的信效度，惟執行本研究時，因疫情管制因素僅以區域樣本取樣，未來可再擴增取樣規模及範圍，探討本測驗在不同區域施測結果的差異性與再現性。其次，本研究以周台傑（2021）「新編國民小學數學成就測驗」為效標，統計結果發現本測驗與國民小學數學成就測驗間具有中度相關性，後續可持續驗證與其他類似測驗的效標關聯效度。在信度方面，本測驗具有適中至良好的內部一致性信度及良好的折半信度。在測驗分數方面，一年級測驗結果介於負偏態至常態之間，故一年級在本測驗指標中尚在發展階段，而在二年級呈現明顯負偏態，數學學習困難或數學學習困難高危險群與正常群體間呈現較大的落差，可做為篩選測驗之用。本研究因受限於人力、經費、時間及正值法定傳染病管制期間，在取樣方面採立意取樣，未來將持續擴增取樣人數建置全國樣本及複本。本測驗有建立高雄市常模，尚未大規模收集各地區或全國常模，故在臺灣其他縣市應用本測驗時，宜謹慎解釋結果。

(二) 未來研究建議

本研究以高雄地區國小低年級學生為研究對象，編製具信效度考驗的基礎數感測驗，將取樣群體的測驗結果進行常態化，並在常態分配下以標準差作為評斷準則。未來建議以分層隨機抽樣搭配部分數學學習障礙個案，以受試者操作型特徵曲線（receiver operating characteristic curve，簡稱ROC）的敏感性與特異性為指標找出最佳切截點。本研究建議未來可以本測驗進行長期縱貫性研究，尚在全量表或分量表低於篩選表準者，可考量以適當介入方案實施轉介前介入，並於一年級或二年級第二學期4月以後進行第二次評估以探討兩次測驗間的成長性，而經實證本位的介入方案後，學生仍呈現顯著困難者，宜追蹤後續鑑定為數學學習障礙的情形。此外，未來可以基礎數感測驗為研究工具，以相同生理年齡組、數學能力控制組及數學學習障礙組在基礎數感測驗的表現，進行事後回溯研究，以探討基礎數感是否具有區辨各組表現的可能性等。

參考文獻

- 尤欣涵、楊德清（2008）：〈七年級學生運用數常識（Number Sense）解路徑問題〉。《台灣數學教師電子期刊》，14，13–26。[Yu, H.-H., & Yang, D.-C. (2008). An exploration of seventh grade students' use of Number Sense to solve path problems. *Taiwan Journal of Mathematics Teachers*, 14, 13–26.] <https://doi.org/10.6610/ETJMT.20080601.02>
- 余明杰、李茂能、楊德清（2016）：〈國小四年級學生數常識三階段診斷測驗工具的發展與應用之研究〉。《科學教育學刊》，24，89–114。[Yu, M.-C., Li, M.-N., & Yang, D.-C. (2016). The development and application of number sense three-tier test for fourth graders. *Contemporary Journal of Science Education*, 24, 89–114.] <https://doi.org/10.6173/CJSE.2016.2401.04>
- 吳明隆（2009）：《結構方程模式 AMOS 的操作與應用（第二版）》。五南。[Wu, M.-L. (2009). *Structural equation modeling: Operation and application of AMOS* (2nd ed.). Wu-Nan.]
- 李俊仁（2017）：〈數學計算障礙的認知分析〉。見詹士宜、楊淑蘭（主編），《突破數學學習困難：理論與實務》，頁 19–38。心理出版社。[Lin, J.-R. (2017). Cognitive analysis of mathematical dyscalculia. In S.-Y. Chan., Chen., & S.-L., Yang (Eds.), *Overcoming mathematics learning difficulties: Theory and practice* (pp. 19–38). Psychological Publishing.]

- 林月仙（2021）：《學前兒童數學能力測驗》。心理出版社。[Lin, Y.-H. (2021). *Mathematical Aptitude Test for Preschool Children*. Psychological Publishing.]
- 林宴瑛（2022）：〈國中生數學考試情緒的狀態與特質成份分析〉。《教育心理學報》，54，411–434。[Lin, Y.-Y. (2022). State–trait components of mathematical test emotions of junior high school students. *Bulletin of Educational Psychology*, 54, 411–434.]
[https://doi.org/10.6251/BEP.202212_54\(2\).0007](https://doi.org/10.6251/BEP.202212_54(2).0007)
- 周台傑（2021）：《新編國民小學數學成就測驗》。中國行為科學社。[Chou, T.-J. (2021). *New primary school mathematics achievement test*. Chinese Behavioral Science Corporation.]
- 孟瑛如、簡吟文、邱佳寧、陳虹君、周文聿（2015）：《國民小學一至二年級數學診斷測驗》。心理出版社。[Meng, Y.-R., Jian, Y.-W., Chiu, C.-N., Chen, H.-J., & Chou, W.-Y. (2015). *Elementary school mathematics diagnostic assessment for Grades 1-2*. Psychological Publishing.]
- 柯華葳（1999）：《基礎數學概念評量》。教育部特殊教育工作小組。[Ko, H.-W. (1999). *Basic mathematics concept assessment*. Bureau of Education, Special Education Work Group.]
- 洪儷瑜、連文宏（2015）：《基本數學核心能力測驗》。中國行為科學社。[Hung, L.-Y., & Lian, W.-H. (2015). *Basic Mathematics Core Ability Test*. Chinese Behavioral Science Corporation.]
- 連文宏、洪儷瑜（2018）：〈國小數學學習困難學生之心理數線表徵發展及其數線估計能力之研究〉。《特殊教育研究學刊》，43（1），29–51。[Lien, W.-H., & Hung, L.-Y. (2018). Mental number line representation and number line estimation by elementary students with mathematical learning difficulties. *Bulletin of Special Education*, 43(1), 29–51.]
[https://doi.org/10.6172/BSE.201803_43\(1\).0002](https://doi.org/10.6172/BSE.201803_43(1).0002)
- 徐俊仁、楊德清（2004）：〈數字常識對九年一貫數學新課程的影響及啟示〉。《教師之友》，45（1），77–86。[Xu, J.-R., & Yang, D.-C. (2004). The influence and inspiration of digital common sense on the new nine-year consistent mathematics curriculum. *Teachers' friend*, 45(1), 77–86.]
<https://doi.org/10.7053/TF.200402.0077>
- 袁媛、王淑芬、陳國龍（2016）：〈國小二年級學生在數值線段上的數字估計能力與數學學習成就之相關研究〉。《臺灣數學教育期刊》，3（1），1–18。[Yuan, Y., Wang, S.-F., & Chen, K.-L. (2016). Relationship between number-line estimation ability and mathematics achievement of second graders in elementary school. *Taiwan Journal of Mathematics Education*, 3(1), 1–18.]
<https://doi.org/10.6278/tjme.20160323.001>
- 秦麗花、吳裕益（1996）：《國民小學低年級數學診斷測驗》。心理出版社。[Chin, L.-H., & Wu, Y.-Y. (1996). *Mathematics Diagnostic Test for Lower Grades of National Primary Schools*. Psychological Publishing.]
- 陳東陞（1996）：《國小低年級數學科篩選測驗》。心理出版社。[Chen, D.-S. (1996). *Elementary school lower grade mathematics screening test*. Psychological Publishing.]
- 陳銜逸、劉好、林原宏、易正明、游自達、施淑娟、謝閩如、陳靜姿（2010）：《數學教材教法》。五南。[Chen, S.-Y., Liu, H., Lin, Y.-H., Yi, Z.-M., You, Z.-D., Shih, S.-G., Hsieh, K.-R., & Chen, C.-C. (2010). *Mathematics teaching materials and teaching methods*. Wu-Nan.]

- 教育部（2018）：《十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校：數學領域》。教育部國民及學前教育署。<https://www.k12ea.gov.tw/Tw/Common/SinglePage?filter=11C2C6C1-D64E-475E-916B-D20C83896343> [Ministry of Education. (2018). *Twelve-year national basic education curriculum outline for national primary and secondary schools and senior high schools: Mathematics*. K-12 Education Administration, Ministry of Education. <https://www.k12ea.gov.tw/Tw/Common/SinglePage?filter=11C2C6C1-D64E-475E-916B-D20C83896343>]
- 許家驊（2018）：〈國小單步驟加減法文字題解題檢核評量之編製發展與實測分析研究〉。《教育心理學報》，50，243–266。[Hsu, C.-H. (2018). Development and analysis of a checking assessment for word problem solving in primary school learners. *Bulletin of Educational Psychology*, 50, 243–266.] [https://doi.org/10.6251/BEP.201812_50\(2\).0004](https://doi.org/10.6251/BEP.201812_50(2).0004)
- 黃一泓（2021）：〈解題時機與範例類型對學習成效與認知負荷的影響〉。《教育心理學報》，52，731–755。[Huang, Y.-H. (2021). Effects of problem solving and example-based learning on cognitive load and performance. *Bulletin of Educational Psychology*, 52, 731–755.] [https://doi.org/10.6251/BEP.202106_52\(4\).0001](https://doi.org/10.6251/BEP.202106_52(4).0001)
- 楊德清（2002）：〈從教學活動中幫助國小六年級學生發展數字常識之研究〉。《科學教育學刊》，10，233–259。[Yang, D.-C. (2002). A study of sixth grade students' development of number sense through well-designed number sense activities. *Chinese Journal of Science Education*, 10, 233–259.] <https://doi.org/10.6173/CJSE.2002.1003.02>
- 楊德清、吳宛儒（2007）：〈數常識情境教學活動融入國小三年級數學科教學之研究〉。《科學教育學刊》，15，647–669。[Yang, D.-C., & Wu, W.-R. (2007). The study of the 3rd graders' mathematics teaching integrating the number sense situated activities. *Contemporary Journal of Science Education*, 15, 647–669.] <https://doi.org/10.6173/CJSE.2007.1506.03>
- 楊德清、許清陽（2002）：〈國小五年級學生數字常識發展與建構教學之相關研究〉。《課程與教學》，5（3），99–118。[Yang, D.-C., & Shu, C.-Y. (2002). Investigating the relationship between the development of number sense and constructive instruction. *Curriculum and Instruction*, 5(3), 99–118.] <https://doi.org/10.6384/CIQ.200207.0099>
- 詹勳國、蘇宇祥（2020）：〈國小五年級數學非例行性問題非形式推理之個案研究〉。《科學教育月刊》，429，9–31。[Chan, H.-G., & Su, Y.-S. (2020). A study on performance of informal reasoning of mathematical non-routine problems for 5th graders. *Science Education Monthly*, 429, 9–31.] [https://doi.org/10.6216/SEM.202006_\(429\).0002](https://doi.org/10.6216/SEM.202006_(429).0002)
- 謝如山（2014）：《學童數學成就測驗》。心理出版社。[Hsieh, R.-S. (2014). *Test of Children Mathematics Achievement, 3-9 years*. Psychological Publishing.]
- 謝嘉恩、李俊仁（2019）：《2019 基礎數學計算評量》。國立臺灣師範大學大腦與學習實驗室。<https://sites.google.com/view/brainlearninglab/> [Hsieh, C.-N., & Li, J.-R. (2019). *2019 Basic mathematics calculation assessment*. National Taiwan Normal University, Brain and Learning Lab. <https://sites.google.com/view/brainlearninglab/>]

- Andrews, P., & Sayers, J. (2015). Identifying opportunities for grade one children to acquire foundational number sense: Developing a framework for cross cultural classroom analysis. *Early Childhood Education Journal*, 43(4), 257–267. <https://doi.org/10.1007/s10643-014-0653-6>
- Bay-Williams, J. M., & SanGiovanni, J. J. (2021). *Figuring out fluency in mathematics teaching and learning: Move beyond basic facts and memorization*. Corwin Press.
- Bonny, J. W., & Lourenco, S. F. (2013). The approximate number system and its relation to early math achievement: Evidence from the preschool years. *Journal of Experimental Child Psychology*, 114(3), 375–388. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2012.09.015>
- Bugden, S., & Ansari, D. (2016). Probing the nature of deficits in the ‘Approximate Number System’ in children with persistent developmental dyscalculia. *Developmental Science*, 19(5), 817–833. <https://doi.org/10.1111/desc.12324>
- Butterworth, B. (2011). Foundational numerical capacities and the origins of dyscalculia. *Trends in Cognitive Sciences*, 14(12), 534–541. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2010.09.007>
- Butterworth, B., & Laurillard, D. (2010). Low numeracy and dyscalculia: identification and intervention. *ZDM Mathematics education*, 42, 527–539. <https://doi.org/10.1007/s11858-010-0267-4>
- Carey, S., Shusterman, A., Haward, P., & Distefano, R. (2017). Do analog number representations underlie the meanings of young children’s verbal numerals? *Cognition*, 168, 243–255. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2017.06.022>
- Castronovo, J., & Göbel, S. M. (2012). Impact of high mathematics education on the number sense. *PLoS ONE*, 7(4), Article e33832. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0033832>
- Chang, H., Chen, L., Zhang, Y., Xie, Y., de Los Angeles, C., Adair, E., Zanitti, G., Wassermann, D., Rosenberg-Lee, M., & Menon, V. (2022). Foundational number sense training gains are predicted by hippocampal-parietal circuits. *Journal of Neuroscience*, 42(19), 4000–4015. <https://doi.org/10.1523/JNEUROSCI.1005-21.2022>
- Chen, Q., & Li, J. (2014). Association between individual differences in nonsymbolic number acuity and math performance: A meta-analysis. *Acta Psychologica*, 148, 163–172. <https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2014.01.016>
- Chu, F. W., vanMarle, K., & Geary, D. C. (2015). Early numerical foundations of young children’s mathematical development. *Journal of Experimental Child Psychology*, 132, 205–212. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2015.01.006>
- Clarke, B., Gersten, R., Dimino, J., & Rolffhus, E. (2012). *Assessing student proficiency in early number sense (ASPENS)*. Cambium Learning Group.
- Clements, D. H., Sarama, J., & MacDonald, B. L. (2019). Subitizing: The neglected quantifier. In A. Norton & M. W. Alibali (Eds.). *Constructing number: Merging perspectives from psychology and mathematics education* (pp. 13–45). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-00491-0_2
- de Hevia, M. D., Izard, V., Coubart, A., Spelke, E. S., & Streri, A. (2014). Representations of space, time,

- and number in neonates. *PNAS*, *111*(13), 4809–4813. <https://doi.org/10.1073/pnas.1323628111>
- de Smedt, B., Noël, M.-P., Gilmore, C., & Ansari, D. (2013). How do symbolic numerical magnitude processing skills relate to individual differences in children's mathematical skills? A review of evidence from brain and behavior. *Trends in Neuroscience and Education*, *2*(2), 48–55. <https://doi.org/10.1016/j.tine.2013.06.001>
- de Visscher, A., & Noël, M. P. (2013). A case study of arithmetic facts dyscalculia caused by a hypersensitivity-to-interference in memory. *Cortex*, *49*(1), 50–70. <https://doi.org/10.1016/j.cortex.2012.01.003>
- Dehaene, S. (2011). *The number sense: How the mind creates mathematics* (revised & expanded ed.). Oxford University Press.
- Dehaene, S., Bossini, S., & Giraux, P. (1993). The mental representation of parity and number magnitude. *Journal of Experimental Psychology: General*, *122*(3), 371–396. <https://doi.org/10.1037//0096-3445.122.3.371>
- Fazio, L. K., Bailey, D. H., Thompson, C. A., & Siegler, R. S. (2014). Relations of different types of numerical magnitude representations to each other and to mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, *123*, 53–72. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2014.01.013>
- Fischer, M. H., Castel, A. D., Dodd, M. D., & Pratt, J. (2003). Perceiving numbers causes spatial shifts of attention. *Nature Neuroscience*, *6*(6), 555–556. <https://doi.org/10.1038/nn1066>
- Furman, T., & Rubinsten, O. (2012). Symbolic and non symbolic numerical representation in adults with and without developmental dyscalculia. *Behavior and Brain Function*, *8*, Article 55. <https://doi.org/10.1186/1744-9081-8-55>
- García Vidal, J., García Ortiz, B., González Manjón, D., Jiménez Fernández, A., Jiménez Mesa, E. M., & González Cejas, M.(2013). *EVAMAT-1 Prueba para la evaluación de la competencia matemática*. EOS.
- Geary, D. C. (2011). Consequences, characteristics, and causes of mathematical learning disabilities and persistent low achievement in mathematics. *Journal of Developmental & Behavioral Pediatrics*, *32*(3), 250–263. <https://doi.org/10.1097/DBP.0b013e318209edef>
- Geary, D. C. (2013). Early foundations for mathematics learning and their relations to learning disabilities. *Current Directions in Psychological Science*, *22*(1), 23–27. <https://doi.org/10.1177/0963721412469398>
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., & Byrd-Craven, J. (2008). Development of number line representations in children with mathematical learning disability. *Developmental Neuropsychology*, *33*(3), 277–299. <https://doi.org/10.1080/87565640801982361>
- Ghazali, M., Mohamed, R., & Mustafa, Z. (2021). A systematic review on the definition of children's number sense in the primary school years. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *17*(6), Article 1968. <https://doi.org/10.29333/ejmste/10871>
- Haberstroh, S., & Schute-körne, G. (2019). The diagnosis and treatment of dyscalculia. *Deutsches Arzteblatt*

- International*, 116(7), 107–114. <https://doi.org/10.3238/arztebl.2019.0107>
- Halberda, J., & Odic, D. (2015). The precision and internal confidence of our approximate number thoughts. In D. C. Geary, D. B. Berch, & K. M. Koepke (Eds.). *Evolutionary origins and early development of number processing* (pp. 305–333). Elsevier Academic Press.
<https://doi.org/10.1016/B978-0-12-420133-0.00012-0>
- Jang, S., & Cho, S. (2018). The mediating role of number-to-magnitude mapping precision in the relationship between approximate number sense and math achievement depends on the domain of mathematics and age. *Learning and Individual Differences*, 64, 113–124.
<https://doi.org/10.1016/j.lindif.2018.05.005>
- Jordan, N. C., Glutting, J., & Ramineni, C. (2010). The importance of number sense to mathematics achievement in first and third grades. *Learning and Individual Differences*, 20(2), 82–88.
<https://doi.org/10.1016/j.lindif.2009.07.004>
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Locuniak, M. N., & Ramineni, C. (2007). Predicting first grade math achievement from developmental number sense trajectories. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22(1), 36–46. <https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2007.00229.x>
- Jordan, N. C., & Levine, S. C. (2009). Socioeconomic variation, number competence, and mathematics learning difficulties in young children. *Developmental Disabilities Research Reviews*, 15(1), 60–68.
<https://doi.org/10.1002/ddrr.46>
- Kadosh, R. C., Brodsky, W., Levin, M., & Henik, A. (2008). Mental representation: What can pitch tell us about the distance effect? *Cortex*, 44(4), 470–477. <https://doi.org/10.1016/j.cortex.2007.08.002>
- Kaiser, H. F. (1974). An index of factorial simplicity. *Psychometrika*, 39(1), 31–36.
<https://doi.org/10.1007/BF02291575>
- Kaufmann, L., & Nuerk, H. C. (2005). Numerical development: Current issues and future perspectives. *Psychology Science*, 47(1), 142–170.
- Kaufmann, L., Vogel, S. E., Starke, M., Kremser, C., Schocke, M., & Wood, G. (2009). Developmental dyscalculia: compensatory mechanisms in left intraparietal regions in response to nonsymbolic magnitudes. *Behavioral and Brain Functions*, 5, Article 35. <https://doi.org/10.1186/1744-9081-5-35>
- Kim, N., Jang, S., & Cho, S. (2018). Testing the efficacy of training basic numerical cognition and transfer effects to improvement in children’s math ability. *Frontiers in Psychology*, 9, Article 1775.
<https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.01775>
- Krajcsi, A., Lengyel, G., & Kojouharova, P. (2016). The source of the symbolic numerical distance and size effects. *Frontiers in Psychology*, 7, Article 1795. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.01795>
- Landerl, K., Bevan, A., & Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: A study of 8-9-year-old students. *Cognition*, 93(2), 99–125.
<https://doi.org/10.1016/j.cognition.2003.11.004>
- LeFevre, J.-A., Berrigan, L., Vendetti, C., Kamawar, D., Bisanz, J., Skwarchuk, S.-L., & Smith-Chant, B. L. (2010). The role of executive attention in the acquisition of mathematical skills for children in

- grades 2 through 4. *Journal of Experimental Child Psychology*, *114*(2), 243–261.
<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2012.10.005>
- Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2013). Is approximate number precision a stable predictor of math ability? *Learning and Individual Differences*, *25*, 126–133.
<https://doi.org/10.1016/j.lindif.2013.02.001>
- Lukowski, S. L., Rosenberg-Lee, M., Thompson, L. A., Hart, S. A., Willcutt, E. G., Olson, R. K., Petrill, S. A., & Pennington, B. F. (2017). Approximate number sense shares etiological overlap with mathematics and general cognitive ability. *Intelligence*, *65*, 67–74. <https://doi.org/10.1016/j.intell.2017.08.005>
- Lyons, I. M., Price, G. R., Vaessen, A., Blomert, L., & Ansari, D. (2014). Numerical predictors of arithmetic success in grades 1-6. *Developmental Science*, *17*(5), 714–726. <https://doi.org/10.1111/desc.12152>
- Mazzocco, M. M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschoolers' precision of the approximate number system predicts later school mathematics performance. *PLoS ONE*, *6*(9), Article e23749.
<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0023749>
- Mussolin, C., Mejias, S., & Noël, M.-P. (2010). Symbolic and nonsymbolic number comparison in children with and without dyscalculia. *Cognition*, *115*(1) 10–25. <http://doi.org/10.1016/j.cognition.2009.10.006>
- Negen, J., & Sarnecka, B. W. (2014). Is there really a link between exact-number knowledge and approximate number system acuity in young children? *British Journal of Developmental Psychology*, *33*(1), 92–105. <https://doi.org/10.1111/bjdp.12071>
- Norris, J. E., Clayton, S., Gilmore, C., Inglis, M., & Castronovo, J. (2019). The measurement of approximate number system acuity across the lifespan is compromised by congruency effects. *Quarterly Journal Experimental Psychology*, *72*(5), 1037–1046. <https://doi.org/10.1177/1747021818779020>
- Nuerk, H.-C., Moeller, K., Klein, E., Willmes, K., & Fischer, M. H. (2011). Extending the mental number line: A review of multi-digit number processing. *Zeitschrift für Psychologie*, *219*(1), 3–22.
<https://doi.org/10.1027/2151-2604/a000041>
- Olkun, S., Altun, A., Sahin, S. G., & Denizli, Z. A. (2015). Deficits in basic number competencies may cause low numeracy in primary school children. *Education and Science*, *40*(177), 141–159.
<https://doi.org/10.15390/EB.2015.3287>
- Olsson, L., Östergren, R., & Träff, U. (2016). Developmental dyscalculia: A deficit in the approximate number system or an access deficit? *Cognitive Development*, *39*, 154–167.
<https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2016.04.006>
- Osburn, H. G. (2000). Coefficient alpha and related internal consistency reliability coefficient. *Psychological Methods*, *5*(3), 343–355. <https://doi.org/10.1037/1082-989x.5.3.343>
- Piazza, M., Izard, V., Pinel, P., Bihan, D. L., & Dehaene, S. (2004). Tuning curves for approximate numerosity in the human intraparietal sulcus. *Neuron*, *44*(3), 547–555.
<https://doi.org/10.1016/j.neuron.2004.10.014>
- Powell, S. R., & Fuchs, L. S. (2012). Early numerical competencies and students with mathematics

- difficulty. *Focus on Exceptional Children*, 44(5), 1–16. <https://doi.org/10.17161/fec.v44i5.6686>
- Rouder, J. N., & Geary, D. C. (2014). Children's cognitive representation of the mathematical number line. *Developmental Science*, 17(4), 525–536. <https://doi.org/10.1111/desc.12166>
- Rips, L. J., Bloomfield, A., & Asmuth, J. (2008). From numerical concepts to concepts of number. *Behavioral and Brain Sciences*, 31(6), 623–642. <https://doi.org/10.1017/S0140525X08005566>
- Sarami, A., Afhami, R., & Mokhtari, S. (2022). Perceptual grouping of random dot patterns in the presence of a tilting frame. *Perception*, 51(4), 230–243. <https://doi.org/10.1177/03010066221081221>
- Sasanguie, D., Göbel, S. M., Moll, K., Smets, K., & Reynvoet, B. (2013). Approximate number sense, symbolic number processing, or number space mappings: What underlies mathematics achievement? *Journal of Experimental Child Psychology*, 114(3), 418–431. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2012.10.012>
- Sayers, J., & Andrews, P. (2014, June, 3–7). *Foundational number sense: The basis for whole number arithmetic* [Paper presentation]. The Twenty-Third ICMI Study: Primary Mathematics Study on Whole Numbers, Macau, China. <https://www.mathunion.org/icmi/news-and-events/2014-01-29/icmi-study-23-primary-mathematics-study-whole-numbers>
- Schneider, M., Beeres, K., Coban, L., Merz, S., Schmidt, S. S., Stricker, J., & de Smedt, B. D. (2017). Associations of non-symbolic and symbolic numerical magnitude processing with mathematical competence: A meta-analysis. *Developmental Science*, 20(3), Article 12372. <https://doi.org/10.1111/desc.12372>
- Siemann, J., & Petermann, F. (2018). Innate or acquired? sentangling number sense and early number competencies. *Frontiers in Psychology*, 9, Article 571. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.00571>
- Starr, A., deWind, N. K., & Brannon, E. M. (2017). The contributions of numerical acuity and non-numerical stimulus features to the development of the number sense and symbolic math achievement. *Cognition*, 168, 222–233. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2017.07.004>
- Szücs, D., Devine, A., Soltesz, F., Nobes, A., & Gabriel, F. (2014). Cognitive components of a mathematical processing network in 9-year-old children. *Developmental Science*, 17(4), 506–524. <https://doi.org/10.1111/desc.12144>
- Tosto, M. G., Tikhomirova, T., Galajinsky, E., Akimova, K., & Kovas, Y. (2013). Development and validation of a mathematics-number sense web-based test battery. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 86(1), 423–428. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.08.591>
- Träff, U., Olsson, L., Östergren, R., & Skagerlund, K. (2017). Heterogeneity of developmental dyscalculia: Cases with different deficit profiles. *Frontiers in Psychology*, 7, Article 2000. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.02000>
- van Hoof, J., Verschaffel, L., & Dooren, W. V. (2017). Number sense in the transition from natural to rational numbers. *British Journal of Educational Psychology*, 87(1), 43–56. <https://doi.org/10.1111/bjep.12134>
- vanMarle, K., Chu, F. W., Mou, Y., Seok, J. H., Rouder, J., & Geary, D. C. (2018). Attaching meaning

- to the number words: Contributions of the object tracking and approximate number systems. *Developmental Science*, 21(1), Article 12495. <https://doi.org/10.1111/desc.12495>
- Verguts, T., & de Moor, W. (2005). Two-digit comparison: Decomposed, holistic, or hybrid? *Experimental Psychology*, 52(3), 195–200. <https://doi.org/10.1027/1618-3169.52.3.195>
- Verguts, T., & van Opstal, F. (2005). Dissociation of the distance effect and size effect in one-digit numbers. *Psychonomic Bulletin & Review*, 12(5), 925–930. <https://doi.org/10.3758/bf03196787>
- von Aster, M. G., & Shalev, R. S. (2007). Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine & Child Neurology*, 49(11), 868–873. <https://doi.org/10.1111/j.1469-8749.2007.00868.x>

收稿日期：2022 年 12 月 19 日
一稿修訂日期：2022 年 12 月 22 日
二稿修訂日期：2023 年 01 月 10 日
三稿修訂日期：2023 年 03 月 23 日
四稿修訂日期：2023 年 05 月 11 日
五稿修訂日期：2023 年 06 月 09 日
六稿修訂日期：2023 年 09 月 22 日
七稿修訂日期：2023 年 12 月 11 日
接受刊登日期：2023 年 12 月 11 日

Bulletin of Educational Psychology, 2024, 55(3), 577–606
National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan, R.O.C.

Fundamental Number Sense Test for First- and Second-Grade Primary School Students

Ho-Tsun Chung¹

Number sense is an innate understanding of quantities and numbers that is an essential component of cognition. This ability does not exclusively occur in humans; some animals can also comprehend basic quantities. Dehaene (2011) asserted that this ability is inherent but evolves with mathematical learning, developing with the understanding of primary nonsymbolic representations. Chan et al. (2022) and Siemann and Petermann (2018) have indicated that this development comprises three forms of intuition: innate intuition, basic numerical intuition, and full number sense. Environmental factors influence the development of these three forms of intuition; however, variations in innate intuition may occur among students in the same environment and can result in differences in mathematical performance. According to Butterworth (2011) and Jordan et al. (2010), the development of number sense is catalyzed by primary mathematical education, which facilitates the shift from innate intuition to full numeracy. Concepts such as approximate number systems are based on the human capacity for intuitive magnitude comparisons, and understanding of these concepts are the basis for assessing mathematical performance. The present study developed a fundamental number sense test (FNST) for lower elementary school students that combines core mathematical concepts and research insights to evaluate number sense proficiency accurately and reliably.

The present study highlights the importance of inherent number sense and its role in achieving numerical fluency when combined with acquired mathematical knowledge. The FNST covers the core mathematical competencies young students are expected to acquire. It focuses on cardinality, ordinality, arithmetic, and representational fluency and was developed with reference to Clements et al. (2019), Dehaene (2011), and other scholars. The FNST integrates global mathematical ability evaluations centered on representational transformation, and it was developed with a focus on clearly presenting items, reducing cognitive load, and ensuring understanding. The test comprises the following eight subtests, each of which contains six items:

1. Numerical counting: This subtest evaluates student fluency in finger counting, strategic counting, and numerical representation. It encompasses foundational concepts such as cardinality and sequencing.
2. Magnitude-order matching: This subtest evaluates innate numerical intuition and students' fluency in transforming this intuition into symbolic representations, evaluating whether students understand basic concepts of cardinality by asking them to arrange numbers in ascending order.
3. Mental number line: This subtest evaluates students' abilities to spatially place numbers.
4. Sequential numbering: This subtest evaluates the sensitivity of students to number magnitude. Students with higher numerical sensitivity sequence numbers more efficiently, and their performance is influenced by the numerical distance effect.
5. Relative distance: This subtest measures the intuitive ability of students to categorize numbers in relation to a reference point.
6. Numerical matrix: This subtest evaluates students' intuitive comprehension of specific numerical combinations. Students are presented with a 3×3 matrix constructed from single-digit numbers that is used to evaluate their understanding of the

¹ Counseling Division, Kaohsiung Municipal Zuoying Junior High School

¹ Department of Special Education, Education Bureau of Kaohsiung City Government

Corresponding author:

Ho-Tsun Chung, Counseling Division, Kaohsiung Municipal Zuoying Junior High School. Email: explore2sped@gmail.com

combination and decomposition of numbers and arithmetic problems.

7. Number composition and decomposition: This subtest evaluates students' ability to composition and decomposition specific numbers. Students with stronger numerical intuition can more swiftly construct or deconstruct numbers.

8. Mathematical facts: This subtest evaluates students' single-digit flexibility and numeric sensitivity through decomposition, arithmetic, and intuitive combination tasks.

The test content was reviewed by three scholars specializing in special education and educational psychology, a special education teacher, and a regular primary school teacher after preliminary research was conducted. The review was used to evaluate whether the test questions matched the intended assessment dimensions, determine the validity of the questions, assess the appropriateness of the presentation of the items, and determine the correlations between the assessment dimensions and test content.

A total of 189 first-grade and 187 second-grade students were asked to complete the formal test. Exploratory factor analysis was used for both groups of students and revealed two factors—grasp of basic numerical concepts and calculation ability—that explained more than 50% of the variance. The factor loading value for the two grades indicated similarity and alignment with the theoretical framework of the test. Multigroup analysis with structural equation modeling also revealed excellent model fit indices, indicating construct validity. Pearson's correlation analysis and subsequent scores on the New Elementary School Mathematics Achievement Test (Chou, 2021) revealed a moderate correlation, supporting the criterion-related validity of the FNST. Correlation analysis between the subtests and total scores revealed low to moderate correlations, indicating that each subtest measured distinct but related concepts. Overall, the FNST exhibited high reliability, with standardized internal consistency reliability values of .84 and .83 for the first- and second-grade students, respectively, and a Guttman's split-half reliability value of .80.

For the first- and second-grade students, the distribution of scores indicated negative skewness and varying degrees of kurtosis. The second-grade students had a more concentrated distribution of high scores than the first-grade students did. Difficulty and discrimination indices were calculated on the basis of the scores of the students in the top and bottom 27%. The discrimination was excellent for several subtests for the first-grade students, whereas a ceiling effect was observed for some subtests for the second-grade students. In terms of difficulty, numerous second-grade students reported that the test was generally easy.

In summary, the FNST exhibited high validity and reliability with respect to evaluating the fundamental mathematical skills of first- and second-grade students. Its content validity was confirmed through expert review, and its construct validity was confirmed through factor analysis. The FNST's criterion-related validity was established through correlation analysis with an established mathematical achievement test, and its reliability was consistently high for both the first- and second-grade students. The test results indicated that the FNST is a robust and reliable tool for evaluating the basic number sense of lower elementary school students.

With consideration of the limited attention span of younger students, the FNST was developed in several steps. First, it was administered to six first-grade students to determine whether it required modifications. Second, it was administered to a group of 15 students and further refined. Third, a pilot test was conducted with first- and second-grade students to calibrate the FNST before official testing. Students were recruited from schools in several districts of Kaohsiung City to ensure the sample was diverse. A cross-sectional research design was adopted to ensure that the sample adequately represented the characteristics of the target population. A linear mixed model was used to examine the stagnation or growth in the skills of the FNST subtests between grades. The intercept was treated as a fixed effect to ensure covariance between grades. The results indicated significant differences in basic numerical ability between the first- and second-grade students. Further comparisons revealed substantial growth in ordinal correspondence, number decomposition, and mathematical facts, as indicated by the scores on the subtests, indicating that major progress could be achieved through learning and mastery. However, the scores on the numerical counting, mental number line, relative distance, sequential numbering, and numerical matrix subtest scores remained relatively unchanged across grades, indicating that the students exhibited no major improvements after training. Additionally, students demonstrated better performance in the subtests for ordinal correspondence, number decomposition, and mathematical facts, indicating they possess greater numerical flexibility.

In terms of performance on the FNST, the second-grade students consistently outperformed the first-grade students on the

eight subtests, indicating they had progressed in their numerical comprehension. Generally, first-grade students who struggle with numerical intuition require extra support. According to the literature, foundational difficulties with understanding numbers often originate from difficulty in making quantity associations and number comparisons. The FNST combines assessments of cognitive abilities with evaluations of the grasp of fundamental mathematical principles, rendering it an excellent tool for evaluating the performance of young primary school students.

In conclusion, the present study developed a reliable FNST for young primary school students focusing on the numerical concepts and calculation domains of grasp of numerical concepts and calculation ability. Although it has limitations, as well as being during a period of mandated infectious disease control, purposive sampling was adopted for sample collection. In the future, we plan to continue expanding the number of samples to establish a national sample and its replicas. This test has established normative data for Kaohsiung City but has not yet collected large-scale normative data from other regions or nationwide. Therefore, when applying this test in other counties and cities in Taiwan, the results should be interpreted with caution.

Keywords: basic number sense, calculation, mathematical conceptual knowledge, numerical concepts

