

國中生學校學習與家庭關係困擾之群體 異質性分析：以 IRT Mixture Model*

王郁琮
國立彰化師範大學
輔導與諮商學系所

溫福星
東吳大學
國際經營與貿易學系所

本研究旨在利用試題反應理論混合模式 (IRT Mixture Model)，探討國中生家庭與學校生活適應因素結構，並藉由潛在異質性分析，進一步瞭解家庭關係與學校生活適應困擾之潛在次群體。研究樣本為中部某市立國民中學全校一至三年級各 18 班共 1703 位學生。結果發現，二類別二因子 IRT Mixture 測量恆定模式在一系列競爭模型中，展現出最佳模式適配。其中，二因子代表學校學習與家庭適應困擾，二類別反應高家庭困擾與低家庭困擾，二族群的學習困擾分數無顯著差異。比對試題區辨度發現，IRT Mixture 與 IRT 估計維持一致。與潛在類別分析 (LCA) 分類結果交叉分析發現，IRT Mixture 分類著重於家庭困擾程度。文末並針對本研究結果在輔導與諮商實務意涵以及應用 IRT Mixture 於實徵研究資料所面臨之挑戰，做出具體討論與建議。

關鍵詞：混合模式、異質性分析、國中生學校與家庭困擾

潛在變項模式分兩大類：潛在特質分析 (Latent Trait Analysis) 與潛在類型分析 (Latent Category Analysis)。潛在特質分析旨在探索研究變項關連性，並建構出單一或多元尺度 (scale) 或向度 (dimensionality)，再依受試者所得量尺分數，給予適當的座標，以顯示個體在此心理空間的位置。在單向度時，個體可以依向度分數排序，反應其該特質所展現之不同強度。潛在特質分析的典範包括共同因素分析 (Common Factor Analysis, CFA) (Thurstone, 1947) 與項目反應理論¹ (Item Response Theory, IRT) (Lord, 1980)。相對地，潛在類型分析以受試個體為分析單位，目的在針對題項反應型態 (response pattern) 做歸類，進而依照不同反應類型區分出不同類別之個體。潛在類型分析之典範包括潛在類別分析 (Latent Class Analysis, LCA) (Lazarsfeld & Henry, 1968) 與潛

* 本篇論文通訊作者王郁琮，通訊方式：ycwncue@gmail.com。

¹ 本研究收集之實徵資料為二元資料，故分析模式採用以項目反應理論為估計方法之系列模式。唯在模式概念段落，作者為方便讀者理解，利用與項目反應理論具等價關係之因素分析作為解說基礎，故本文中「潛在特質」與「因素」二詞彙交互使用，代表同等意義。

在剖面分析(Latent Profile Model, LPM)。依照觀察資料的間斷與連續性(Bartholomew, 1987; Heinen, 1996; Langenheine & Rost, 1988)以及潛在變項的間斷與連續性,研究者需選用適當之分析模式。

如前所述,潛在特質分析所估計之潛在變項傳達出「強度」概念,具有連續尺度之特性。相對地,潛在類型分析所估計之潛在變項代表族群,意味著母群體中存在異質性次群體,具備類別尺度特性。值得注意的是,潛在特質分析雖然對每一受試者估計具連續特性之分數(例如IRT之量尺分數),但當需要進一步對受試者的特質高低作族群分類時(例如合格與不合格),潛在特質分析無法提出一個以模式為基礎(model based)的標竿分數(threshold/cutoff score)。事實上,其標竿分數多數依賴專家主觀判定。相對地,潛在類型分析雖可以提出一具模式基礎之分類結果,但是無法探討類別內(within class)具同質性個體間之特質強度差異。換言之,無論潛在特質分析或潛在類型分析都只能處理資料分析的片面議題。另外,潛在變項模式所依據的多變項分析,立基於多元常態分配與樣本變異同質性假設。然而,實徵資料往往顯示,此二假設極少得到滿足。研究發現,當多元常態與同質性假設被違反時,將造成因素個數過度萃取(Bauer & Curran, 2004; Meredith & Horn, 2001),進而影響研究結論之推論價值。

基於以上限制,近來統計學者致力於發展通用模式,以便在處理類別與連續觀察變項資料外,也同時分析潛在變項的類別與連續結構(Arminger, Stein, & Wittenberg, 1999; Dolan & van der Maas, 1998; Muthén & Shedden, 1999; Yung, 1997)。不同領域對此通用模式有不同名稱,本文採用mixture model,表達模式中混合類別與連續潛在變項之概念(Muthén, 2001, 2000; Yang, 1997)。

就分析技術面而言,Mixture Model改善傳統潛在變項模式,研究者必須事前決定特質或類型分析取向的限制,而開放探討資料中可能的潛在特質與潛在類型(Arminger et al., 1999; Dolan & van der Maas, 1998; Jedidi, Jagpal, & DeSarbo, 1997; Lazarsfeld & Henry, 1968; McLachlan & Peel, 2000; Muthén & Shedden, 1999; Vermunt & Magidson, 2003; Yung, 1997)。無可避免地,Mixture Model同樣立基於許多假設,包括潛在類別組內必須符合多元變量常態分配假設(Dolan & van der Maas, 1998; Bauer & Curran, 2004)。當分析資料偏離類別組內多元常態分配假設時,混合因素模式會過度萃取類別個數(Bauer & Curran, 2003)。Mixture Model所提出之混合分配,主要應用在二研究領域:(一)追蹤母群裡的不同次族群,也就是分析不同次族群的異質性(Lubke & Muthén, 2005);(二)解釋研究變項的非常態分配(Kim & Muthén, 2009; McLachlan & Peel, 2000)。針對Mixture Model在異質性分析與非常態分配之應用分析,讀者可以參考相關文獻做進一步瞭解(王郁琮, 2012; 王郁琮、溫福星, 2011; McLachlan & Peel, 2000; Muthén, 2001; Muthén, 2000; Yung, 1997)。

近年來,國外臨床精神醫學及心理病理學等領域的研究者,陸續開始使用Mixture Model探討心理疾患是否除了類別特性(亞型),同時具備連續特性(嚴重度)(Muthén & Asparouhov, 2006; Lubke et al., 2007; Muthén 2006; Muthén & Muthén, 2000)。研究結果發現,品行疾患(Conduct Disorder, CD)可以是多種類型(亞型)並具備多重特質,甚至亞型與特質間可能存在著某種交互作用(Muthén & Asparouhov, 2006)。另外一系列研究探討CD亞型與強度的包括菸癮(Muthén & Asparouhov, 2006)、ADHD(Lubke et al., 2007)、藥物濫用(Muthén, 2006)、反社會行為(Muthén & Muthén, 2000)等。其中Muthén與Muthén在2000年的研究中,即利用Mixture Model成功地將反社會行為區分為三大亞型:破壞財物、人身攻擊、藥物濫用(Muthén & Muthén, 2000)。Muthén的另一研究則發現菸癮患者可依其依賴性,區分為高、中、低三等級(Muthén & Asparouhov, 2006)。Kim與Muthén更利用二部分Mixture Model(Two-Part Mixture Model)處理臨床心理學經常發現的極端偏態資料,並成功地將青少年攻擊行為歸類為兩種亞型:口角型與肢體衝突型(Kim & Muthén, 2009)。

國內研究利用 Mixture Model 進行資料分析尚在起步階段。目前，僅有王郁琮（2012）利用多層次 Mixture Model 針對國中學生被霸凌危機與憂鬱情緒進行分析，以及王郁琮與溫福星（2011）利用 Factor Mixture Model (FMM) 針對國中學生學業困擾，進行強度與類型的探討。其他相關研究大多探討品行疾患的成因、現況以及諮商輔導因應策略與治療方式等。例如在學校學習與人際關係方面，江明慧（2010）探討教師評價及同儕關係對青少年偏差行為的影響。該研究結果顯示，教師評價及同儕關係與偏差行為具有顯著關聯性。當教師對學生負面評價越頻繁，則學生出現偏差行為也越多；當接觸一般同儕比接觸偏差同儕機會多時，則偏差行為相對減少。楊環華（2008）則由近朱者赤近墨者黑之從眾理論切入，探討青少年偏差行為，

另外，石友馨（2008）在家庭關係研究上，探討家庭教養模式以及社區鄰里氛圍與自我概念之交互作用，對青少年偏差行為所產生的影響。該研究發現，當父母教養行為越一致，而且鄰里間集體效能越高，則青少年偏差行為越能夠降低。施瑋玲（2009）則藉由個案經驗訪談發現，逃學逃家行為與個案家庭關係，以及負面學校學習經驗有關。其研究個案指出，在學校受師長斥責，導致無法信任師長是其逃學的主因。而在家庭關係中，當家庭教養缺乏監督，則助長青少年的逃家行為。另一研究以高雄地區的青少年為對象，調查青少年學校生活與家庭關係相關經驗。調查內容包括逃家少年之家庭狀況、社會資源、生活經驗以及逃家經驗，藉以瞭解青少年逃學與逃家行為的成因（廖鳳池、許雅惠、翁令珍，2003）。該研究發現，青少年逃家逃學行為，乃青少年虞犯行為最常見問題。該研究同時指出，逃家少年通常伴隨著逃學行為，而逃學者則未必逃家。

總之，國內過去對於品行疾患、偏差行為或者逃學逃家相關研究，方向大多著重在成因、現況或輔導策略等，屬行為層面的探索。本研究旨在利用 IRT Mixture 模式分析學校學習與家庭關係困擾等實徵資料，檢驗逃學與逃家是否同時具備亞型與強度的特性。另外，本研究希望比較 IRT、LCA、IRT Mixture 恆定模式以及 IRT Mixture 非恆定模型四種統計模式間的異同。

統計模式

一、模型概念圖示

為將處理異質性的 IRT Mixture Model 與其他傳統同質性模式如 IRT 與 LCA 比較，本文將 Mixture Model 依照 IRT 之圖像標準，陳列並逐步擴充，以四個區塊分別呈現其概念模式（見圖 1）。圖 1a 為傳統 IRT 模式，其中 Y_i 為觀察變項 i 以方框表示。 θ_j 為連續量尺代表潛在特質 j ，意指學校學習和家庭關係困擾之嚴重度，因為無法直接觀察故以圓圈表示。 θ_j 至 Y_i 的箭頭代表家庭關係與學校學習對相對應困擾的影響。IRT 主要功能在估計觀察二元變項背後的潛在特質 θ_j 之結構與分配。IRT 假設當類別觀察變項背後的連續潛在變項被萃取後，所有類別觀察變項的關聯性則消失，亦即局部獨立性（local independence）。

圖 1b 代表潛在類別模型之概念架構。圖中顯示觀察變項 Y_i ，受到潛在變項 C_k 的影響。圖 1b 的 C_k 為潛在類別變項，具有 K 種類型（ $K = 1 \dots k$ ），代表 k 組次群體類型係經由資料推估而得。潛在類別 C_k 與觀察變項間 Y_i 之關係箭頭為平均數向量（ $K \times 1$ ），代表個別次群體間之組平均數，反應出潛在類別 C_k 之不同類型 k 對觀察分數 Y_i 之影響。換言之， C_k 捕捉觀察變項間 Y_i 背後之平均數異質性結構。該模式將整體樣本（母群）分割為若干異質性次樣本（次群體），次群體間彼此存在差異，次群體內受試者則服從同質性假設。

圖 1c 揭示 IRT Mixture 恆定模式 (IRT Constrained Mixture Model, 以下簡稱 IRTC) 之基本概念, IRTC 模式採用 Muthén 所提出之潛在共同因素模式 (Latent Common Factor Model) (Muthén, 2001) 論點修訂而成², 以下簡稱 IRTC。比較圖 1c 與圖 1b 後發現, IRTC 同時納入潛在特質 θ_j 與潛在類別 C_k 於模式中, 表示觀察變項 Y_i 除了受到潛在連續變項 θ_j 直接影響外, 也同時受潛在類別 C_k 的間接影響, θ_j 則進一步受到 C_k 的直接影響。換言之, θ_j 捕捉觀察變項 Y_i 的潛在特質結構, 而 C_k 捕捉潛在變項 θ_j 背後的次群體間異質性結構。IRTC 揭示, 每一特定潛在類型 k 之 θ_j 平均數與變異數可以不相同, 反應出各個次群體間在 θ_j 量尺上不同的集中位置與分佈型態。值得注意的是, IRTC 模式限定不同潛在類型 k 間的潛在特質 θ_j 的測量模式, 符合測量恆等性 (measurement invariance)。亦即 Y_i 之困難度、區辨度、以及 θ_j 殘差變異數, 皆不會隨著潛在類型 k 變動而改變。

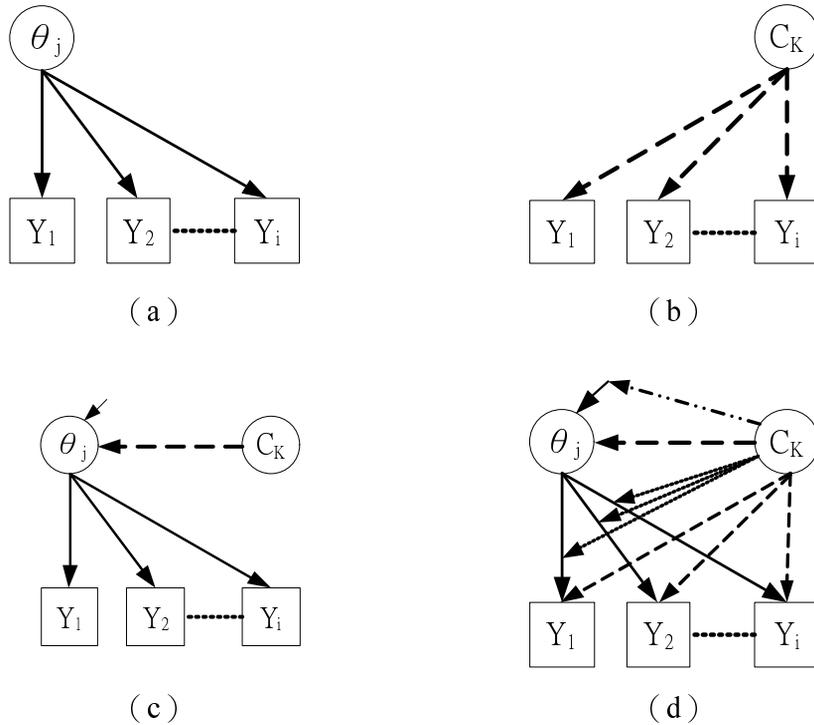


圖 1 IRT Mixture Model 逐步擴充圖³

最後 IRT Mixture 非恆定模式 (IRT Non-constrained Mixture, 以下簡稱 IRTM) 之完整概念呈現於圖 1d。IRTM 比起 IRTC 增加了三組虛線箭頭, 顯示在 IRTM 模式中, 觀察變項 Y_i 同時受到潛在特質 θ_j 的強度與潛在類別 C_k 的次群體異質性結構影響, 亦即 Y_i 之截距 (試題困難度)、斜率 (試題區辨度) 以及潛在特質 θ_j 之殘差等, 皆可能隨潛在類別 C_k 的類型 k 變動而改變。圖中 C_k 的箭頭指向 Y_i 代表, C_k 對 Y_i 困難度的直接效果, 也就是不同類型 k 對個別試題 Y_i 困難度產生不同估計。

² Muthén 稱為 Latent Common Factor Analysis, 因為其研究資料為連續觀察變項。本研究之 Y_i 為二分變項, 故採用 IRT 模式。Mplus 所提供之 IRT 模式為二參數 (2-parameter logistic) 模式。

³ 本圖參考 Lubke 與 Muthén (2005) 之呈現方式, 再依據本研究模式發展由作者繪製而成。

C_k 的箭頭指向 θ_j 往 Y_i 的箭頭上，則代表 C_k 對觀察變項 Y_i 的試題區辨度產生影響，也就是不同類型 k 產生不同試題區辨度估計值。而 C_k 指向 ζ_j 上方的箭頭代表不同類型 k 對潛在特質 θ_j 之獨特殘差產生不同估計值。

Meredith (1993) 針對測量恆等性限定範圍大小將恆等性分為三種強度：當只設定試題區辨度參數恆等時，為微弱 (weak) 測量恆等性；同時設定區辨度與困難度恆等時，為強硬 (strong) 測量恆等性；如果區辨度、困難度以及潛在特質殘差皆設定恆等時，此時測量恆等性為嚴謹 (strict) 恆等。若研究者對 1c 與 1d 中三種不同測量恆等性 (measurement invariance, MI) 進行模式適配度比較時，即可逐一驗證其潛在特質結構是否具有特定程度之恆等性。

Lubke 與 Muthén (2005) 主張，跨組別比較之意義立基於測量恆等性的確立，故測量恆等性可視為測量工具本身外行效度之檢驗。雖然另有學者主張，當測量工具呈現 Meredith 宣稱之強硬恆等時，即足以確保跨組別比較之正當性 (Little, 1997; Widaman & Reise, 1997)，但 Lubke 與 Muthén 強調跨組別研究應該在確認嚴謹恆等性成立下才可進行。針對不同層次之恆等性所衍伸出不同的意涵，礙於篇幅限制本文不作進一步說明，讀者可以參考相關文獻 (Lubke & Dolan, 2003; Lubke & Muthén, 2005) 做更深入瞭解。本研究模式建構機制採用逐步驗證發展策略。首先，假設不同潛在類別下的潛在特質結構符合恆等條件下，決定潛在類別個數與因素向度，再利用 IRTM 分析，逐一驗證 Meredith (1993) 不同程度之測量恆等性，最後採用 Lubke 與 Dolan 建議，利用逐步限定法，比較模式間適配度差異，以檢驗測量恆等性 (Lubke & Dolan, 2003)。

二、統計模式

(一) 試題反應理論模式 (Item Response Theory Model)

前文圖 1a 顯示，同質性群體間，觀察變項受潛在特質 (或因素) 影響。觀察變項與潛在特質之關係，可用迴歸公式表示。其中， y_i 為第 i 個連續觀察變項 ($i = 1, 2, \dots, I$)， η_j 為第 j 個潛在變項 ($j = 1, 2, \dots, J$)：

$$y_i = \nu_i + \lambda_{ij}\eta_j + \varepsilon_i \quad (1)$$

公式 1 指出， ν_i 為 y_i 的平均數⁴， λ_{ij} 為 y_i 之於 η_j 的因素負荷量， ε_i 為測量誤差 ($i = 1, 2, \dots, I$)。因素分析假設 η_j 與 ε_i 互相獨立，且各自服從常態分配，其平均數皆為 0，變異數分別為 σ_j^2 與 σ_i^2 並且相互獨立。因素分析利用因素 η_j 解釋觀察變項 y_i 的共變數關係，每一觀察變項的剩餘殘差項或測量誤 ε_i 的相關必須為 0。

當觀察變項 y_i 是二元類別變項時，統計估計需先轉換 y_i 成為 $P(y_i = 1 | \eta) = \pi_i(\eta)$ ，其中 $\pi_i(\eta)$ 為給定潛在變項向量 η 後 $y_i = 1$ 的條件機率，為潛在變項向量 η 之機率函數，又稱為連結函數 (link function)。當選擇 logit 作為 η 對 y_i 之關係函數時，公式 (1) 可以轉換以公式 (2) 表示：

$$\log \pi_i(\eta_j) = \ln \frac{\pi_i(\eta_j)}{1 - \pi_i(\eta_j)} = \nu_i + \lambda_{ij}\eta_j \quad (2)$$

⁴ 一般因素分析文獻未顯示截距 ν_i ，因為已對觀察變項進行平減 (centering) 或標準化。

公式(2)亦可以用另一種方式呈現：

$$\pi_i(\eta_j) = \frac{e^{(\nu_i + \lambda_{ij}\eta_j)}}{1 + e^{(\nu_i + \lambda_{ij}\eta_j)}} \quad (3)$$

公式(2)與公式(3)的 ν_i 與 λ_{ij} 可分別視為觀察變項 y_i 之截距以及 η_j 對其之斜率。傳統上 ν_i 與 λ_{ij} 可以兩種方法估計，亦即利用類別因素分析(categorical factor analysis)先估計二元變項資料的二元四分相關，再進一步估計 ν_i 與 λ_{ij} ，或利用項目反應理論(Item Response Theory, IRT)，藉由分析受試者對題項反應正確之事前機率(a priori probability)與事後機率(posterior probability)，進而試題困難度標定(calibrate)，再對受試者潛在特質 θ_j 做計分。IRT理論模式可以用下列公式代表

$$P_i(\theta_j) = \frac{e^{(b_i + a_{ij}\theta_j)}}{1 + e^{(b_i + a_{ij}\theta_j)}} \quad (4)$$

其中 θ_j 代表受試者 j 之潛在特質， b_i 代表試題困難度， a_{ij} 為試題區辨度。本研究目的在展現IRT mixture(包括恆定與非恆定模式)之實徵資料應用分析，因為IRT與因素分析為等價模式(Heinen, 1996; Langenheine & Rost, 1988)，後續IRT mixture 恆定與非恆定模式的公式(9)至(12)，將以驗證性因素分析的形式呈現。有關IRT與因素分析之間的參數等價互換，本文不進行討論，讀者請參閱Kamata與Bauer(2008)及其他相關文章作更深入了解。

(二) LCA (潛在類別分析)

當依變項 Y_i 為二元變項，解釋變項為 x ，且不失一般性條件下，根據羅吉斯迴歸，其統計模型為公式(5)：

$$P(Y_i = 1 | X_i, \beta) = \frac{e^{\nu_i}}{1 + e^{\nu_i}} \quad (5)$$

其中 $\nu_i = \beta_0 + \beta x_i$ ，依變項 Y_i 不變，令 x_i 為一潛在類別變項 C_K ，其可能值為 $k = 1, 2, \dots, K$ 。當 $C_K = 1$ 代表受試者隸屬於類型 K ， $C_K = 0$ 代表受試者不屬於類型 K 。當受試者隸屬於某類型 k 則 $Y_i = 1$ 的無條件機率(unconditional probability)可表示成公式(6)：

$$P(Y_i = 1) = \sum_{k=1}^K P(C_k = 1)P(Y_i = 1 | C_k = 1) \quad (6)$$

其中 $P(Y_i = 1 | C_k = 1)$ 為一條件機率，代表當受試者屬於潛在類別變項 C_K 之某一潛在類型 k 條件時，其 $Y_i = 1$ 的機率。條件機率 $P(Y_i = 1 | C_k = 1)$ 轉化為類似羅吉斯迴歸，公式如下：

$$P(Y_i = 1 | C_k = 1) = \frac{e^{\beta_k}}{1 + e^{\beta_k}} \quad (7)$$

其中 $P(C_k = 1)$ 為事前機率，也就是受試者屬於潛在類別變項 C_K 之各種類型 $k = 1, 2, \dots, K$ 的機率。公式7亦可以多類別羅吉斯迴歸形式呈現：

$$P(C_k = 1) = \frac{e^{\gamma_k}}{\sum_{k'=1}^K e^{\gamma_{k'}}} \quad (8)$$

(三) IRTC (恆定模式)

IRT Mixture 結合了傳統 IRT 的潛在特質分析，以及 LCA 潛在類別分析之特性，同時捕捉受試者所展現的特質強度與次群體異質性。廣泛性的 IRT Mixture 容許潛在類別間測量模式不衡等。IRTC 模式限定跨族群間測量模式具備恆等特性，可視為 IRT Mixture 之特例。IRTC 模式用二公式表示如下：

$$y_{ik} = v_{i(k)} + \lambda_{y(k)} \eta_{jk} + \varepsilon_{ik} \quad (9)$$

$$\eta_{jk} = a_{jk} + \zeta_{j(k)} \quad (10)$$

公式(9)與公式(10)等同於結構方程模式中的測量模式與結構模式。與公式(1)比較發現，IRTC 觀察變項標示出不同潛在類型 k ，表示觀察分數 y_{ik} 是在潛在類型 k 條件下之觀察分數，該分數可以被該類型內觀察變項的困難度 $v_{i(k)}$ 、區辨度 $\lambda_{y(k)}$ 與潛在特質分數 η_{jk} 以及測量誤差 ε_{ik} 解釋。因為 IRTC 模式假設測量恆等性，也就是觀察變項之困難度、區辨度、以及潛在特質殘差值，不隨 C_k 之不同類型 k 變化而改變，本文遂將公式(9) 試題困難度 $v_{i(k)}$ 、試題區辨度 $\lambda_{y(k)}$ 之下標 k 加上 $()$ ，代表該系列參數不隨潛在類型變動而改變 (not class specific)。公式(10) 進一步顯示潛在特質 η_{jk} 可以被 a_{jk} 以及殘差 $\zeta_{j(k)}$ 所解釋。 a_{jk} 為潛在變項與潛在類型交互作用之 A 矩陣 ($J \times K$)， a_{jk} 代表潛在變項 η_j 在每一潛在類型 (或次群體) K 之組平均數。潛在特質殘差 $\zeta_{j(k)}$ 不隨潛在類型改變而變動。

(四) IRTM (非恆定模式)

IRTM 除了具備前述 IRTC 模式的所有特性外，更可進一步檢驗測量模式之恆等性。具體而言，IRTM 容許試題困難度、試題區辨度以及殘差等參數隨不同類型 k 變化而改變，因此 IRTM 可以用二公式表示如下：

$$y_{ik} = v_{ik} + \lambda_{jk} \eta_{jk} + \varepsilon_{ik} \quad (11)$$

$$\eta_{jk} = a_{jk} + \zeta_{jk} \quad (12)$$

公式(11) 困難度參數 v_{ik} 、區辨度 λ_{jk} 以及測量誤差 ε_{ik} 標定下標 k 表示潛在類別變項 C_k 的不同類型 k 對困難度、區辨度以及測量誤差產生不同估計，也就是測量模式可能隨著潛在類型 k 的變動而改變。公式(12) 的 a_{jk} 為 A 矩陣的第 j 列第 k 行元素，而 A 與 ζ_{jk} 分別代表潛在變項與潛在類型交互作用以及潛在特質殘差。與 IRTC 不同的是， a_{jk} 代表潛在變數 j 在潛在類型 k 下之組特定 (class specific) 平均數，而 ζ_{jk} 代表組特定潛在特質殘差。

實徵資料分析

本研究利用胡秉正與何福田 (1997) 再版的「國民中學困擾行為調查表」為資料收集工具，該量表參照國外學者孟奈 (Ross L. Mooney) 的中級學校學生困擾量表修訂而成。量表之實質內容分為七大類，包括「健康與身體發展」、「學校生活」、「家庭與家屬」、「金錢工作與前途」、「異性關係」、「人際關係」、與「自我關懷」等，每一類型各三十題組成共二百一十題之自陳式調查量表，填答選項均為二分選項 (有困擾或無困擾)。全量表的信度係數為 .97，七個分量表的信度係數分別為 .75，.85，.84，.82，.81，.85 以及 .88。研究樣本來自中部某市立國民中學全校一至三年級各 18 班共 1703 位學生，其中性別分佈為女生 753 名 (44.3%)，男生 950 名 (55.7%)，年級

分佈一、二、三年級分別為 577 名 (33.8%)、517 名 (30.3%) 及 611 名 (35.8%)。班級人數差異不大, 最小 28 人, 最大班級人數為 35 人。本研究選取「學校生活」分量表中有關於學習動機四題項, 命名為「學校學習」, 包括「我對書本不感興趣」、「我不喜歡學校」、「學校管教太嚴格」、「我一進教室就感到無聊」; 「家庭與家屬」分量表中有關於家庭成員間的支持與接納四題項包括「父母不瞭解我」、「我不喜歡母親」、「我不喜歡父親」、「我想離家出走」, 命名為「家庭關係」, 進行本研究模式分析, 旨在於探討學校學習與家庭關係困擾是否為二獨特潛在特質, 並存在多種類型(即臨床亞型)。

本研究所有資料分析均採用 Mplus5.1 (Muthén & Muthén, 1998-2007) 統計軟體。本研究 IRT Mixture 程式設定演算法 (Algorithm) 採用積分 (Integration) 演算法 (Muthén, 2006; Muthén & Asparouhov, 2006; Muthén, Asparouhov, & Rebollo, 2006), 而估計法為強韌估計標準誤的最大似估計法 (maximum likelihood with robust standard error)。量尺參數估計點設定為 15。總體樣本之潛在特質平均數設定為 0, 變異數設定為自由估計。

表 1 呈現八種困擾行為, 綜合反映類型中最多人數的前十大類型, 第一大類型為沒有任何學校學習困擾與家庭關係困擾的族群, 佔總樣本的 36.8%, 其次是家庭生活的第 2 題與第 3 題的「我不喜歡母親」與「我不喜歡父親」, 分別佔 9.7% 與 6.5%。觀察前 10 種反應類型發現大多困擾題數是家庭關係的四個題, 學校生活困擾在前 10 大反應類型只有「我一進教室就感到無聊」伴隨著其他家庭關係題項出現, 似乎顯示家庭關係困擾較學校學習困擾嚴重。

表 1 學校與家庭十大困擾類型次數分配表

回答類型	次數	百分比	累積百分比
(書校\管室瞭母父)家)			
0 0 0 0 0 0 0 0	626	36.8	36.8
0 0 0 0 0 1 0 0	166	9.7	46.5
0 0 0 0 0 0 1 0	111	6.5	53.0
0 0 0 1 0 0 0 0	83	4.9	57.9
0 0 0 0 0 1 1 0	58	3.4	61.3
0 0 0 0 1 1 1 0	36	2.1	63.4
0 0 0 1 0 0 1 0	31	1.8	65.2
0 0 0 0 1 1 1 1	29	1.7	66.9
0 0 0 0 1 0 0 0	23	1.4	68.3
0 0 0 1 0 1 0 0	23	1.4	69.6

註：回答類型依序由學校生活至家庭與家屬題項, 題項簡稱見副標題; 符號 0 者表示無困擾, 1 者為有困擾發生; 累積百分比不等於 100 因為未包含所有回答類型。

一、IRT Mixture 模式發展

表 2 展示有關 CaEFA (兩個模式)、IRT (兩個模式)、LCA (五個模式) 與 IRTC (六個模式) 的模式適配度估計結果。CaEFA 探索性類別因素分析 (Categorical Exploratory Factor Analysis) 模式適配度結果顯示, 二因素模式適配度指標優於單因素模式。從表 2 中發現, 二因素模式之 CFI 與 TLI 皆大於 0.95, 且 SRMR 低於 0.05, RMSEA 小於 0.06, 顯示學校學習與家庭關係各四題項, 可視為二獨特潛在變項結構。根據 CaEFA 二因素結構型態, 配合本研究初始理論, 進行 IRT 單向

度 (uni-dimensional) 與雙向度 (bi-dimensional) 模式比較。首先將學校學習與家庭關係共八題，設定為單一向度，其次分別將「學校學習」與「家庭關係」設定為二向度，作為 IRT 單向度與雙向度架構檢驗。適配度分析發現，IRT 二向度模式 (IRT2) 其 BIC (10865) 與 ABIC 值 (10811) 均較單向度模式 (IRT1) 為小，顯示本研究資料結構以雙向度模式解釋較佳 (見表 2)。

綜合 CaEFA 與 IRT 結果，本研究學校學習與家庭關係為二向度之理論架構獲得支持。因此，後續 IRT 恆定分析 (IRTC) 即以雙向度為架構，探討學校學習與家庭關係是否具有異質性次群體。針對次群體分析，本研究首先採用 LCA，比較二至六個潛在類別模式，結果發現四個潛在類別的 LCA4 模式展現最佳適配度，其 BIC (11000) 與 ABIC 值 (10888) 在其他 LCA 模式中為最小，而 entropy 為最大 (0.803)。因此本研究選取 LCA4 所揭示的四個潛在類別分析結果作說明。

至於 IRTC 的模式發展建構，本研究根據 Clark 等人 (2009) 建議，首先決定 IRT 所揭露之量尺向度結構 (二向度)，再融合 LCA 的潛在類別個數 (四類別)，作為 IRTC 模式 (二向度四類別) 發展的上限，並逐一遞減向度與類別個數，發展出一系列巢套模型 (nested model)，尋求最終適配模型。具體而言，本研究 IRTC 分別考驗單向度二類別 (IRTC12)、三類別 (IRTC13)、四類別 (IRTC14) 與雙向度二類別 (IRTC22)、三類別 (IRTC23)、四類別 (IRTC24) 共六個模型，並進行適配度比較。結果發現，IRTC 模式以二向度二類別 (IRTC22) 為最適配模型，其 BIC (10889) 與 ABIC 值 (10823) 在其他 IRTC 模式中為最小 (見表 2)，顯示本研究資料除了具有學校與家庭雙向度外，研究樣本可以依其困擾型態分為二群體。值得注意的是，二因素二類別模式除具備實務解釋意義以及吻合理論架構之外，並且符合精簡原則。因此，本研究以二因素二類別模式為最佳模式，其相關結果將稍後作進一步討論。

表 2 CaEFA、IRT、LCA 與 IRTC 模式適配度估計結果摘要表

模式	-2LL/CFI	BIC/TLI	ABIC/RMSEA	熵/SRMR	參數個數
CaEFA1	0.910	0.875	0.105	0.123	8
CaEFA2	0.996	0.991	0.027	0.027	15
IRT1	-5511	11134	11086	-	15
IRT2	-5369	10865	10811	-	15
LCA2	-5545	11217	11163	0.768	17
LCA3	-5425	11043	10961	0.800	26
LCA4	-5369	11000	10888	0.803	35
LCA5	-5351	11031	10891	0.756	44
LCA6	-5338	11072	10903	0.749	53
IRTC12	-5491	11116	11058	0	18
IRTC13	-5490	11130	11066	0.473	20
IRTC14	-5483	11129	11059	0.700	22
IRTC22	-5366	10889	10823	0.637	21
IRTC23	-5368	10923	10843	0.816	25
IRTC24	-5365	10946	10854	0.679	29

註 1: CaEFA 以 CFI、TLI、RMSEA 與 SRMR 比較，其它模式以最大概似值、BIC、ABIC 與熵 (entropy) 比較。上述除最大概似值、CFI、TLI 與熵 (entropy) 越大越好，其餘越小越好。

註 2: -2LL 為負兩倍的對數概似值。

二、IRT Mixture 測量恆等性考驗

前段 IRTC 分析將各潛在類別內之試題區辨度、困難度與量尺分數變異數設為恆等，屬於 Meredith 的嚴謹恆等參數估計。換言之，其估計參數個數最少，其架構圖如圖 1 (c) 所示。當逐步放寬部分恆等性限制，還原成為 IRTM 設定時，其概念架構則如圖 1 (d) 所示。本研究依照恆等性之有無，從完全恆等至完全非恆等逐步發展，共考驗八模式，用以比較當特定參數獲得自由估計時，是否影響整體模式適配，又是否產生不同參數估計結果，其個別模式估計適配度統計量如表 3 所示。表 3 中 SI 為區辨度恆等 (slope invariance)，II 為困難度恆等 (intercepts invariance)，而 RI 為量尺分數殘差恆等 (residual invariance)。因此，除模式 1 為完全恆等設定與模式 8 為完全不恆等設定外，模式 2 至模式 7 皆為部分恆等設定。需要說明的是，IRTM3 與 IRTM 4 因參數估計無法收斂，而無法獲得相關統計量。因此，本研究進一步針對此二模式在其參數進行設限 (constrains) 的處理，使得 MPLUS 在估算時可以獲得相關統計量。

表 3 結果顯示，根據最大概似值，IRTM8 完全不恆等為最適模式，其卡方值最小且不顯著。若依精簡指標 BIC 與 ABIC 的結果顯示，IRTM1 完全恆等的模式為最佳模式；若以 entropy 為最大的考量時，則 IRTM5 只在困難度設定恆等為最佳模型。本研究進一步檢視上述八模型的參數估計結果發現，IRTM8 (完全不恆等)，其試題區辨度皆不顯著，而八個困難度參數估計值之標準誤有六個為 0，二因素變異數估計值中有一個大於 50000。以上估計值均超過合理範圍，因此從內在估計結果來看，IRTM8 估計結果不可信。至於 IRTM5 (Intercept Invariance) 的參數估計結果也發現，除了部分區辨度估計值不顯著外，八個困難度估計值標準誤中有四個為 0，又 IRTM5 第一潛在類別的二潛在變項變異數估計值都大於 4000。此結果亦顯示 IRTM5 估計結果亦不可信。反觀 IRTM1 (完全恆等模型) 所估計之區辨度、困難度與因素變異數都屬正常估計結果。換言之，IRTM1 限定測量模式完全恆等條件下，最能夠解釋本研究資料的分布特徵。

表 3 IRT Mixture 測量恆等性模式適配度摘要表

模式	-2LL	卡方值	BIC	ABIC	熵	參數個數
IRTM1 (完全恆等)	-5366	267.0	10904	10831	.624	23
IRTM 2 (II+RI)	-5887	255.9	11990	11898	.626	29
IRTM 3 (SI+II ^a)	-5369	272.4	10924	10845	.424	23
IRTM 4 (SI+RI ^a)	-5386	305.5	10988	10895	.654	29
IRTM 5 (II)	-5361	255.6	10953	10854	.917	31
IRTM 6 (RI)	-5568	250.9	11411	11294	.723	37
IRTM 7 (SI)	-5358	251.2	10963	10858	.570	33
IRTM 8 (完全不恆等)	-5355	243.7	11000	10876	.518	39

註 1：SI 為 slope invariance、II 為 intercepts invariance、RI 為 residual invariance；NA 為不收斂結果，粗體字者為該統計量最適值。a 為將整體模式的量尺標準化 (也就是變異數設為 1) 進行模式估計。

註 2：-2LL 為負兩倍的對數概似值，熵指 entropy。

綜合以上發現，除 IRTM1（限定斜率、截距、殘差皆為恆定）估計一切正常外，其餘的模式參數估計結果皆不甚理想，可能原因在於估計參數個數超過本研究資料可以負荷，而此一現象在國外研究也經常發現。IRT M1 設限恆等確實幫助模式收斂。因此本研究選定 IRTM1 為最佳適配模式。

三、IRT 量尺分數比較

本段落比較二向度 IRT 模式與二向度二潛在類別之 IRT Mixture 模式。針對 IRT 模式，本研究設定 IRT 二潛在特質之平均數為 0，其變異數則獲得自由估計，而在 IRTC 估計則設定共同估計兩個潛在類別之量尺分數，其中第一潛在類別的二量尺分數平均數皆設為 0，進而第二潛在類別的二量尺分數可以獲得自由估計。另外，兩個潛在類別量尺分數之變異數與共變數，則分別獲得自由估計。從表 4 中可以發現，IRT 與 IRTC 所估計學校學習（第一向度）試題區辨度參數非常接近，但在家庭關係（第二向度）則產生較大偏離估計。此一結果顯示，學校學習困擾量尺，無論是 IRT 或 IRTC 模式，其測量模式相似，試題區辨度相對大小的順序也一致。但在家庭生活困擾量尺上，IRT 估計係數比 IRTC 顯著的高，此一結果乃是 IRTC 測量模式限定衡等所造成。

以潛在特質平均數而論，第二潛在類別的二量尺平均數皆為負值（-1.77 與-4.98），而第一潛在類別的量尺平均數設定為 0，顯示第二類別學生在學校學習與家庭關係的困擾，都比第一類別學生低（較不困擾）。就量尺分數變異數而言，IRT 的二量尺分數變異數（10.12 與 13.01）都相當大，但就 IRTC 而言，因測量模式恆等設定，造成第二量尺（家庭關係困擾）變異數縮小（1.68），反應出家庭關係困擾分數在潛在類別內，具較高的同質性。二量尺分數的相關係數估計，IRT 為 0.62，IRTC 則分別是.90（第一類別）與.91（第二類別）。綜合以上結果發現，IRTC 將二量尺分數根據其分配上的差異，區分出學校學習與家庭關係困擾程度較相似的兩群人，因此類別內受試者之量尺分數相關係數提高。

表 4 IRT 與 IRTC 之模式參數估計比較表

指標	區辨度		IRT		IRTC	
	向度1	向度2	向度1	向度2	向度1	向度2
1.我對書本不感興趣	.86 (.01)				.86 (.03)	
2.我不喜歡學校	.76 (.04)				.74 (.03)	
3.學校管教太嚴格	.87 (.04)				.87 (.02)	
4.我一進教室就感到無聊	.72 (.05)				.70 (.03)	
6.我不喜歡母親			.56 (.06)			.27 (.06)
5.父母不瞭解我			.89 (.01)			.58 (.13)
7.我不喜歡父親			.67 (.05)			.34 (.08)
8.我想離家出走			.75 (.05)			.40 (.09)
平均數 (Class = 1)	0	0	0	0	0	0
平均數 (Class = 2)	NA	NA	-1.77 (.58)	-4.98 (.58)		
變異數	10.12 (2.90)	13.01 (3.76)	9.31 (2.72)	1.68 (1.17)		

註：區辨度為完全標準化係數，括弧內為標準誤。

進一步分析 IRT 與 IRTC 的量尺分數次數分配，從圖 2 (a) 與 2 (b) 二 IRT 量尺分數分配圖比較發現，學校學習與家庭關係 IRT 量尺分數分配類型相當接近，在零分的位置都可以觀察到高達 600 人，此為學校學習與家庭關係都無困擾的學生。比較圖 2 (a) 與圖 2 (c) IRTC 分數直方圖發現，IRTC 第一量尺 (包含第一與第二類別) 分布情況，與 IRT 第一量尺分布類似。圖 2 (c) 顯示 IRTC 二潛在類別 (白底表示第一類別，黑底表示第二類別) 分布情形重疊性很高，主要差異在於第一類別不包括「零」困擾者。將圖 2 (b) 與圖 2 (d) 比較則發現，IRTC 在第二量尺 (家庭關係困擾) 明顯區分出二不同的次分配，分別是高分的第一類別 (白底) 與低分的第二類別 (黑底)，且此二分配不具有重疊性。

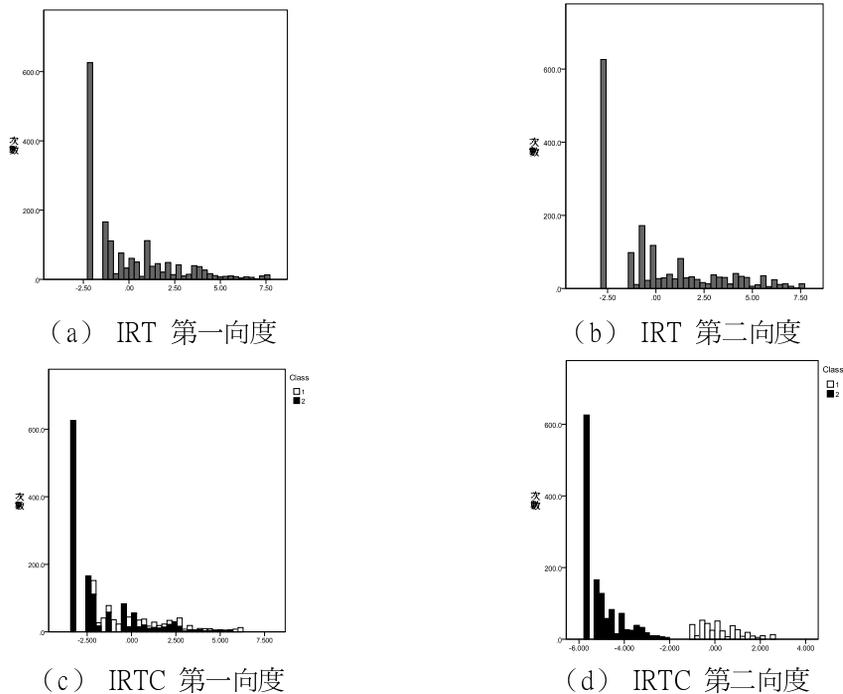


圖 2 IRT 分析與 IRTC 分析量尺分數直方圖

四、潛在類別結果比較

LCA 分析發現，模型估計以四類別為最適配模型，其模式估計潛在類別百分比與試題條件機率如表 5 所示。從表 5 的條件機率發現，第一類別在八困擾題項皆顯示最高機率值 (第 6 題除外)，此類別代表在學校學習與家庭關係都面臨極大困擾的一群學生，其比例占總樣本 3.81%。而第二類別在學校學習困擾題項機率較高，而家庭關係困擾機率相對較低，故該類別為學校學習較為困擾的一群，比例占樣本的 8.28%。第三類別與第二類別相反，在家庭關係困擾題項機率高，而學校學習困擾的機率相對較低，屬於家庭關係困擾的學生，其所占的比例是 17%。最後，第四類別八題項發生機率都相當低，屬於學校學習與家庭關係困擾皆低的一群，占總樣本 70.8%。簡言之，本研

究 LCA 歸納出四個潛在類別，分別代表高學校學習高家庭關係困擾、高學校學習低家庭關係困擾、低學校學習高家庭關係生活困擾、與低學校學習低家庭關係困擾四個學生族群。

表 5 LCA 邊際與條件機率估計結果表

題項	Class 1	Class 2	Class 3	Class 4
1.我對書本不感興趣	0.621	0.246	0.019	0.002
2.我不喜歡學校	0.665	0.362	0.042	0.022
3.學校管教太嚴格	0.942	0.558	0.168	0.009
4.我一進教室就感到無聊	0.878	0.716	0.316	0.110
5.父母不瞭解我	1.000	0.083	0.723	0.033
6.我不喜歡母親	0.708	0.388	0.731	0.214
7.我不喜歡父親	0.865	0.337	0.746	0.165
8.我想離家出走	0.749	0.178	0.472	0.033
類別百分比	3.81%	8.28%	17.0%	70.8%

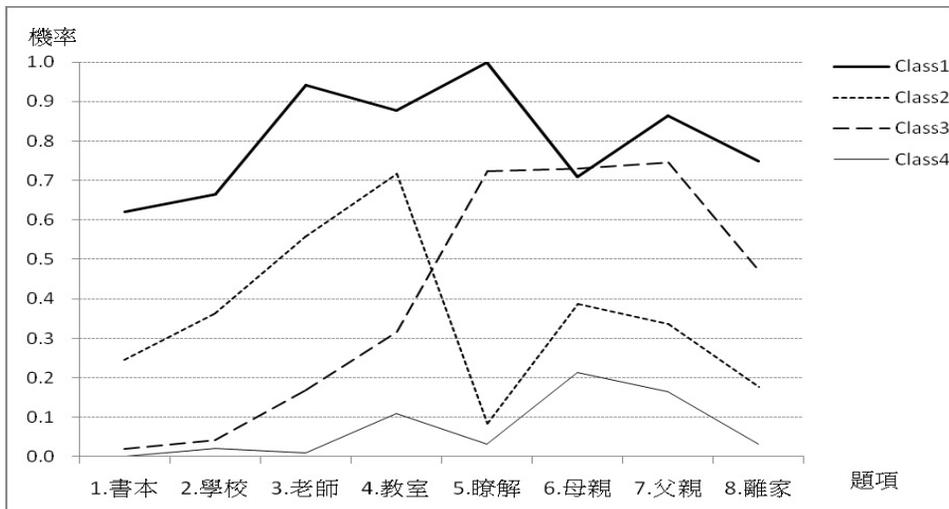


圖 3 LCA 分析的條件機率剖面圖

將 LCA 的四潛在類別與 IRTC 的二潛在類別進行交叉分析發現，LCA 的高學校高家庭關係困擾組有 65 位學生，其中 62 位在 IRTC 分為高困擾分數組；LCA 的低學校高家庭關係困擾組有 141 位，其中 137 位被分到 IRTC 的低困擾分數組；LCA 的低學校高家庭關係困擾組有 291 位，其中有 276 位在 IRTC 被分到高困擾分數組；在低學校低家庭關係困擾組有 1206 位，其中有 1165 位在 IRTC 被分到低困擾分數組（表 6），此一現象將在結論進行詳細討論。

表 6 LCA 分析與 IRTC 分析分類結果轉換表

LCA	IRTC		總和
	1 高困擾分數組	2 低困擾分數組	
1 高學校高家庭困擾	62	3	65
2 高學校低家庭困擾	4	137	141
3 低學校高家庭困擾	276	15	291
4 低學校低家庭困擾	41	1165	1206
總和	383	1320	1703

結論與討論

本研究成功地應用 IRT Mixture 統計模式，對於國中學生在學校學習與家庭關係的困擾行為二元實徵資料，進行異質性分析。並具體說明如何藉由傳統分析方法之 IRT 與 LCA 分別捕捉資料背後潛在特質與潛在類別架構，進而整合發展 IRT 恆定模式與 IRT 混合模式。對於教育、臨床心理學以及輔導與諮商領域中，經常面對二元資料以及偏態分配情形（大多為正偏態），次群體異質性的檢驗是重要的議題。以下，僅就本研究結果與 IRT Mixture 的分析技術及方法學的意涵綜述於後。

一、實徵研究結果討論

（一）實務應用價值

以往臨床心理評估針對作答題項，單純計算並使用原始總分，在實務上雖達一定功能，但原始總分僅適於區分困擾總分差異極大的個案。但當輔導工作者希望進一步針對不同困擾型態進行嚴重程度評估時，因為各題項對量尺的權重程度不同，造成相同原始總分可能代表不同程度的困擾。本研究採用三種分析方法：LCA、IRT 與 IRT Mixture 模式皆試圖解決原始總分無加權性問題。本研究根據國中學生對學校學習與家庭關係困擾題項，進行資料分析。LCA 將學生反應類型區分為四組不同特徵族群，提供學校輔導相關單位針對不同困擾特徵，進行適當輔導。然而 LCA 雖針對反應類型進行歸類，但無法提出困擾程度的量化估計。IRT 針對學生困擾反應，給予每一學生困擾強度估計，但卻無法提供具模式基礎的界定值（cut off score）。IRT Mixture 整合 LCA 與 IRT 的優點，在估計困擾量尺分數後，進一步針對困擾量尺分數的分配差異進行分群。此分類功能擺脫傳統依賴原始總分主觀分類的諸多缺失，使臨床工作者在檢選高危族群時更加客觀。

（二）國中生逃學與逃家行為關係

IRT 分析結果發現，本研究所選取之學校學習與家庭關係困擾題項，支持二向度模式，代表學校學習與家庭關係為二不同量尺。LCA 則發現，本研究受試者之困擾類型可分四類，包括高學校高家庭困擾、高學校低家庭困擾、低學校高家庭困擾以及低學校低家庭困擾。此四種類型中「低逃學高逃家」類型（17.0%）在學生比例上，比起「高逃學低逃家」類型（8.28%）高了將近一倍。此結果與廖鳳池等人（2003）指出，逃家少年通常伴隨著逃學行為，而逃學者則未必逃家的現象，

不完全相符合。此結果亦揭示，當代國中生與十年前之學生，在學校與家庭適應行為上，可能已經產生轉變，值得後續研究做更深入探討。

本研究 IRT Mixture 分析中，針對測量恆等性的假設，分別考驗困難度、區辨度，以及因素殘差變異量的恆等性。分析結果發現，以上參數在本研究資料中，皆符合恆等性假設。換言之，困難度、區辨度以及殘差變異量不會隨著組別的變動而改變。藉由系列巢套模式比較後，本研究選定 IRTC22（二向度二類別）模式成為最佳適配模式。換言之，學校學習與家庭關係困擾行為，屬於二不同連續向度，並具備二潛在類別。學校學習與家庭關係分別為獨特二量尺，而受試者依此二量尺得分可分為高困擾及低困擾族群。值得注意的是，模式選擇的正確性，仍取決於潛在類別之間的差異性大小（Lubke & Muthén, 2005）。因此本研究結果仍須後續模擬資料分析做進一步支持。

（三）困擾行為的相對嚴重性

IRT 分析結果發現，各題項在所對應的量尺具有不同之權重。以本研究的資料為例，「對書本不感興趣」以及「學校管教過於嚴格」二題項，在學校學習量尺中的權重，比起「不喜歡學校」以及「一進教室就感到無聊」來得重。相對地，在家庭關係量尺上「父母不了解我」以及「我想離家出走」的權重，則遠超過「我不喜歡父、母親」二題項。從量尺分數之各別分配圖發現，學校生活與家庭關係之困擾分數呈現正偏態，代表本研究樣本大多數學生之學校生活與家庭關係適應良好（困擾分數低者）。從 LCA 條件機率亦發現此現象，顯示 LCA 的條件機率類似因素分析的因素負荷量，可作為區辨觀察題項與潛在變項間之關連性。

（四）IRT Mixture 的特性

IRT Mixture 除了與前述 IRT 有相同的量尺之外，IRT Mixture 進一步區分出兩個潛在族群（高困擾與低困擾）。從模式參數估計值比較發現，IRT Mixture 因為整合潛在類別於分析模式中，各題項之區辨度參數與 IRT 參數比較時，其估計結果相當。從 IRT Mixture 二族群之量尺分配發現，就學校學習而言，高困擾組與低困擾組似乎重疊分配，主要差別在於，低困擾組涵蓋了「零」學習困擾之多數學生。因此，IRT Mixture 之二族群，針對本研究樣本，無法細緻地區別學校學習困擾的程度。然而就家庭關係而言，高困擾組與低困擾組之量尺分數分配狀態，則出現極為顯著差異。分析發現，高困擾組分數，遠超過低困擾組，並且兩組別之間沒有重疊性。代表 IRT Mixture 高困擾組在家庭關係的適應上，顯著的較低困擾組嚴重。

本研究結論，當學校學習與家庭關係困擾行為合併 IRT Mixture 分析時，除了整體區分為高困擾與低困擾組外，在分組實質意涵上，家庭關係遠較學校學習來的重要。簡言之，IRT Mixture 高困擾組與低困擾組學生之差異主要在於家庭關係困擾議題。與 LCA 的族群歸類比較發現，IRT Mixture 與 LCA 之歸類具有相當高的一致性。例如 LCA 高學校高家庭困擾組的 65 名學生中，有 62 名亦被 IRT Mixture 歸類為高困擾組，一致性高達 95%。而 LCA 低學校低家庭困擾的 1260 名學生有 1165 名被 IRT Mixture 歸類為低困擾組，其一致性達 92%。較特別的是，LCA 低學校高家庭困擾組共 291 名學生中有 276 名被 IRT Mixture 歸類為高困擾組，而 LCA 高學校低家庭共 141 名學生中在 IRT Mixture 的歸類下，共 137 名被歸類為低困擾族群。再次顯示 IRT Mixture 在分類上著重於家庭困擾程度。

二、Mixture Model 的技術與方法學議題

針對二元資料的處理，以往研究者多採用 LCA 或 IRT 分析。本研究主要貢獻在應用新進發展的 IRT Mixture 統計模式，同時探討二元資料背後潛在變項之連續與類別結構。針對本研究使用 IRT Mixture 進行實徵資料分析時，所遭遇的挑戰整理如下：

(一) 非常態分配的解釋

國外學者目前對 Mixture Model 之應用，主要在剖析母群中受試者群集狀態，也就是所謂異質性分析，進而解釋觀察變項背後呈現之非常態分配 (McLachlan & Peel, 2000; Titterton, Smith, & Makov, 1985)。換言之，當研究資料呈現非常態分配時，研究者可驗證樣本中是否存在兩個以上不同族群。正如本研究分析發現，當選取特定次群體使其平均數標定為『零』點，其他次群體之分配將依照此標竿移動。在家庭關係適應量尺上，IRT Mixture 成功地鑑別出低家庭困擾與高家庭困擾兩組潛在組別。換言之，家庭關係量尺分數分配型態具有二異質性族群。因高困擾與低困擾組在家庭關係分量尺上呈現兩個顯著不同的次數分布，當高困擾與低困擾組合併分析時，其量尺分數次數分配因而展現出正偏態分布。若將此二群體分開分析時，其各別分布狀態則為二組平均數位置不同的常態分配。因此本研究結論，IRT Mixture 加入高困擾與低困擾二族群於分析模式中，確實解釋了國中學生在家庭關懷量尺上的異質性。

(二) 二部分因素混合模式 (Two-part Factor Mixture Model) 與「零」類別 (zero class) 的應用

雖然 IRT Mixture 解決非常態分配違反的問題，但本研究發現，無論是 IRT 或 IRT Mixture 所估計出的量尺分數直方圖，有相當比例學生在「零分」位置，代表這些學生沒有任何的困擾發生，統計上稱為「零類別」 (zero class)。這樣的量尺分數直方圖，明顯地不服從常態分配假設。處理「零類別」的方法之一是增加測驗題數。然而增加題數後，雖對 IRT 估計沒有太大影響，但對 LCA 與 IRT Mixture 估計則產生無法收斂的潛在威脅。於是 Kim 與 Muthén 提出二部份因素混合模式 (two-part factor mixture model)，該模式主要針對困擾程度，在第一部份先針對困擾行為是否發生，也就是資料出現「零分」與「一分」的機率，進行估計處理。該模式第二部份則將分數大於一分的人之次數分配做連續量尺資料分析。最後該模式整合第一部分與第二部份的結果，合併成完整模式後，再次進行參數估計 (Kim & Muthén, 2009)。另一分析法稱為「零類別」分析。「零類別」的估計與二部份因素混合模式略有所不同，「零類別」主要針對選項中沒有任何困擾的受試者，事先限定為一固定組別後，再針對其他困擾類型進行分析。此二模式的優點在於對沒有困擾的類型另行估計，進而解決上述違反常態分配假設的問題。

(三) 樣本數的決定

本研究所面對的另一挑戰乃關於樣本數大小的需求。基本上，群體異質性分析的樣本數需求無一定準則可循。研究指出，要提出簡單最小樣本數法則幾乎是不可能的，因為影響樣本數需求的因素眾多，其中包括觀察變項間關聯性強度、模式複雜度以及實驗設計等 (MacCallum, Widaman, Zhang, & Hong, 1999)。就群體異質性分析而言，適當的樣本數又取決於更多因素，包括潛在類別個數多寡、潛在類別內模式複雜度、觀察變項個數多寡、潛在類別差異程度以及觀察變項測量誤差等。本研究之分析樣本數為 1703 人，在大部分模式參數估計過程中皆展現出穩定合理的估計結

果，唯在測量恆等假設檢驗時，樣本數略顯不足，因此產生部分參數估計值不合理現象。建議後續研究可藉由模擬資料，針對樣本數大小對參數估計值的穩定性影響，作更深入的分析探討。

（四）潛在類別個數的決定

本研究模式發展時所面臨的另一挑戰，在於決定潛在類別個數。國外許多學者也試圖對此提出建議（Bauer & Curran, 2003; Cudeck & Henly, 2003; Muthén, 2003; Rindskopf, 2003）。本研究最後採用 Bauer 與 Curran (2003) 建議，首先藉由實徵資料比較模式間適配度差異（例如 AIC，BIC 與負兩倍對數概似值，-2LL），決定最佳適配模式後，該模式之潛在類別個數即為後續模式之潛在類別的個數。然而值得注意的是，研究者除了依賴實徵資料的適配度指標外，尚須考慮每一潛在類別實質意義如何解釋。顯而易見的，增加潛在類別個數可以改善模式適配度，但是潛在類別個數增加也意味著樣本數需要跟著增加，以確保組別特定參數獲得合理估計。盲目增加潛在類別個數，卻忽略類別的實質意涵以及與理論間的確實呼應，將發展出無意義之模式。因此研究者在決定潛在類別個數時，除了考量模式適配度外，文獻支持亦甚為重要。

（五）IRT Mixture 非恆定模式的挑戰

IRT Mixture 可分為具測量恆等性限制之 IRTC 與不具測量恆等性限制之 IRTM 兩種模式。因為 IRTM 各測量參數獲得自由估計，故其適配度一般而言，比起參數受到限制的 IRTC 佳。然而本研究資料反應，IRTC 比 IRTM 好，顯示出本研究資料強烈支持學校學習與家庭關係困擾題項，具備跨族群測量恆等性。深入分析發現，當 IRTC 恆等性設限逐步放寬時，所得參數估計值也陸續呈現不顯著，截距項估計標準誤為 0，或是量尺變異數不合理估計等現象。反觀完全恆等模式所估計的結果則呈現合理穩定狀態。因此，本研究結論，適當的參數設限可以幫助模式估計獲得正常穩定收斂，並使模式結果更具解釋性。

綜合以上，本研究所應用之兩種 IRT Mixture 包括恆定模式與非恆定模式，都遠較傳統的 IRT 或者 LCA 更具統計解釋力。此外 Mixture Model 成功地解決傳統方法無法處理的群體異質性，以及偏態分配資料二議題。當然，Mixture Model 也有若干挑戰與限制。例如，Mixture Model 因為納入連續特質與潛在類別，造成需要估計的參數個數過多，經常產生模式無法收斂的窘境。另外本研究討論之兩種 IRT Mixture 模式，因為使用積分運算，每一連續量尺切割為 15 個積分點，學校與家庭困擾建構出 15^2 個積分點的二維空間，造成電腦執行時間冗長。另外 IRT Mixture 模式樣本數需求也較傳統分析模式大，也較容易面臨區域最大值解等問題，這些都是 Mixture Model 在電腦運算技術上所面臨的挑戰。無論如何，本研究顯示 Mixture Model 的確可以有效地應用在實徵資料分析上，裨益研究者進一步發掘資料背後隱藏的潛在異質性。

參考文獻

- 王郁琮 (2012)：從異質性分析探討國中生霸凌危機與憂鬱情緒之關係：多層次迴歸混合模型。政治大學教育與心理學報，35 (1)，127-153。
- 王郁琮、溫福星 (2011)：混合因素分析對群體異質性之探討：以國中生學業困擾二元資料為例。政治大學教育與心理學報，34 (3)，37-63。

- 石友馨 (2008)：家庭教養行爲、社區鄰里關係與自我概念對青少年偏差行爲之影響。國立台北大學社會學研究所碩士論文。
- 江明慧 (2010)：教師負面評價、同儕關係對青少年偏差行爲之影響。國立成功大學教育研究所碩士論文。
- 施瓊玲 (2009)：徬徨少年時--一位逃家逃學少年的自白。國立成功大學教育研究所碩士論文。
- 胡秉正、何福田 (1997)：國民中學行爲困擾調查表指導手冊。台北：中國行爲科學社。
- 楊環華 (2008)：以“從眾”理論來探討青少年的偏差行爲。《台灣教育》，653，57-60。
- 廖鳳池、許雅惠、翁令珍 (2003)：高雄地區青少年逃家經驗之調查研究。《諮商輔導學報》，9，47-80。
- Armiger, G., Stein, P., & Wittenberg, J. (1999). Mixtures of conditional mean- and covariance-structure models. *Psychometrika*, 64, 475-494.
- Bartholomew, D. J. (1987). *Latent variables models and factor analysis*. New York, NY: Oxford University Press.
- Bauer, D. J., & Curran, P. J. (2003). Distributional assumptions of growth mixture models: Implications for overextraction of latent trajectory classes. *Psychological Methods*, 8(3), 338-363.
- Bauer, D. J., & Curran, P. J. (2004). The integration of continuous and discrete latent variable models: Potential problems and promising opportunities. *Psychological Methods*, 9, 3-29.
- Clark, S. L., Muthén, B., Kaprio, J., D'Onofrio, B. M., Viken, R., Rose, R. J., & Smalley, S. L. (2009). *Models and strategies for factor mixture analysis: Two examples concerning the structure underlying psychological disorders*. Manuscript submitted for publication.
- Cudeck, R., & Henly, S. J. (2003). A realistic perspective on pattern presentation in growth data: Comment on Bauer and Curran. *Psychological Methods*, 8, 378-383.
- Dolan, C. V., & van der Maas, H. L. J. (1998). Fitting multivariate normal mixtures subject to structural equation modeling. *Psychometrika*, 63, 227-253.
- Heinen, T. (1996). *Latent class and discrete latent trait models: Similarities and differences*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Jedidi, K., Jagpal, H. S., & DeSarbo, W. S. (1997). Finite mixture structural equation models for response based segmentation and unobserved heterogeneity. *Marketing Science*, 16, 39-59.
- Kamata, A., & Bauer, D. J. (2008). A note on the relation between factor analytic and item response theory models. *Structural Equation modeling*, 15(1), 136-153.
- Kim, Y. K., & Muthén, B. (2009). Two-part factor mixture modeling: Application to an aggressive behavior measurement instrument. *Structural Equation Modeling*, 16, 602-624.
- Langenheine, R., & Rost, J. (1988). *Latent trait and latent class models*. New York, NY: Plenum Press.
- Lazarsfeld, P. F., & Henry, N. W. (1968). *Latent structure analysis*. Boston, MA: Houghton Mifflin.

- Little, T. D. (1997). Mean and covariance structures (MACS) analyses of cross-cultural data: Practical and theoretical issues. *Multivariate Behavioral Research*, 32, 53-76.
- Lord, F. M. (1980). *Applications of item response theory to practical testing problems*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lubke, G. H., & Dolan, C. V. (2003). Can unequal residual variances across subpopulations mask differences in residual means in the common factor model? *Structural Equation Modeling*, 10, 175-192.
- Lubke, G., & Muthén, B. O. (2005). Investigating population heterogeneity with factor mixture models. *Psychological methods*, 10, 21-39.
- Lubke, G., Muthén, B., Moilanen, I., McGough, J., Loo, S., Swanson, J., Yang, M., Taanila, A., Hurtig, T., Jarvelin, M., & Smalley, S. (2007). Subtypes versus severity differences in the Attention-Deficit/Hyperactivity disorder in the northern Finnish birth cohort. *Journal of the American Academy of Child and Adolescent Psychiatry*, 46, 1584-1593.
- MacCallum, R. C., Widaman, K. F., Zhang, S., & Hong, S. (1999). Sample size in factor analysis. *Psychological Methods*, 4, 89-99.
- McLachlan, G. J., & Peel, D. (2000). *Finite mixture models*. New York, NY: Wiley-Interscience .
- Meredith, W.(1993). Measurement invariance, factor analysis and factorial invariance. *Psychometrika*, 58, 525-543.
- Meredith, W., & Horn, J. (2001). The role of factorial invariance in modeling growth and change. In L. M. Collins & A. G. Sayer (Eds.), *New methods for the analysis of change* (pp. 203-240). Washington, DC: American Psychological Association.
- Muthén, B.(2003). Statistical and substantive checking in growth mixture modeling: Comment on bauer and curran. *Psychological Methods*, 8, 369-377.
- Muthén, B.(2000). Methodological issues in random coefficient growth modeling using a latent variable framework: Applications to the development of heavy drinking. In J. Rose, L. Chassin, C. Presson, & J. Sherman (Eds.), *Multivariate applications in substance use research* (pp. 113-140). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Muthén, B. (2001). Latent variable mixture modeling. In G. A. Marcoulides & R. E. Schumacker (Eds.), *New developments and techniques in structural equation modeling* (pp. 1-33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Muthén, B. (2006). Should substance use disorders be considered as categorical or dimensional? *Addiction*, 101, 6-16.

- Muthén, B., & Muthén, L. (2000). Integrating person-centered and variable-centered analysis: Growth mixture modeling with latent trajectory classes. *Alcoholism: Clinical and Experimental Research*, 24, 882-891.
- Muthén, B., & Asparouhov, T. (2006). Item response mixture modeling: Application to tobacco dependence criteria. *Addictive Behaviors*, 31, 1050-1066.
- Muthén, B., Asparouhov, T., & Rebollo, I. (2006). Advances in behavioral genetics modeling using Mplus: Applications of factor mixture modeling to twin data. *Twin Research and Human Genetics*, 9, 313-324.
- Muthén, B., & Shedden, K. (1999). Finite mixture modeling with mixture outcomes using the EM algorithm. *Biometrics*, 55(2), 463-469.
- Muthén, L. K., & Muthén, B. (1998-2007). *Mplus user's guide* (5th ed.). Los Angeles, CA: Muthén & Muthén.
- Rindskopf, D. (2003). Mixture or homogeneous? Comment on Bauer and Curran (2003). *Psychological Methods*, 8, 364-368.
- Thurstone, L. L. (1947). *Multiple factor analysis*. Chicago, IL: University of Chicago Press.
- Titterton, D. M., Smith, A. F. M., & Makov, U. E. (1985). *Statistical analysis of finite mixture distributions*. Chichester, England: Wiley.
- Vermunt, J. K., & Magidson, J. (2003). Latent class models for classification. *Computational Statistics and Data Analysis*, 41, 531-537.
- Widaman, K. F., & Reise, S. P. (1997). Exploring the measurement invariance of psychological instruments: Applications in the substance use domain. In K. J. Bryant, M. Windle, & S. G. West (Eds.), *The science of prevention: Methodological advances from alcohol and substance abuse research* (pp. 281-324). Washington, DC: American Psychological Association.
- Yung, Y. (1997). Finite mixtures in confirmatory factor-analysis Models. *Psychometrika*, 62(3), 297-330.

收稿日期：2011年01月27日

一稿修訂日期：2011年06月14日

二稿修訂日期：2011年07月11日

三稿修訂日期：2011年10月13日

接受刊登日期：2011年10月14日

Bulletin of Educational Psychology, 2012, 44(1), 185-206

National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan, R.O.C.

Heterogeneity Analysis of Learning Disturbances in Middle School and Family Relationship at Home: Applications of IRT Mixture Models

Yu-Chung Lawrence Wang

Department of Guidance and Counseling
National Changhua University of Education

Fur-Hsing Wen

Department of International Business
Sooschow University

The study utilized IRT Mixture Model to investigate latent heterogeneity of school learning and family relationships to differentiate latent classes and disturbance severity of middle school students. Four statistical models were examined, including IRT, LCA, IRT Mixture (parameters constrained) and IRT Mixture (parameters non-constrained). Results show that two-class two-factor IRT mixture model with constrained parameters provides the best fit of our data. Two factors are school learning and family relationships, and the two classes are high-risk and normal groups. Estimations of IRT Mixture Model are comparable to those of IRT and LCA. In conclusion, mixture models demonstrate more modeling flexibility compared to those of traditional statistical models, but they require larger sample size, longer computer running hours, and more difficulties in reaching algorithm convergence.

KEY WORDS: behavioral disturban, heterogeneity analysis, IRT mixture model

